

VÝPOČET DISPERZNÍCH KŘIVEK V ORTOTROPNÍ DESCE

P. Hora ¹

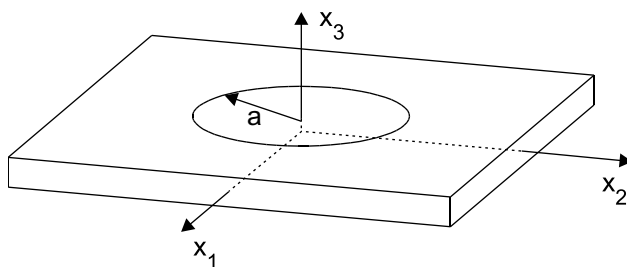
Úvod

Předmětem tohoto článku je prezentace odvození a výsledků disperzních křivek v nekonečné ortotropní tlusté desce. Znalost disperzních křivek bude využita jednak v následném vyčíslení výchylek na povrchu ortotropní tlusté desky při harmonickém buzení, jednak v inverzním algoritmu pro stanovení elastických konstant kompozitních materiálů z naměřených dat.

Kompozitní materiály se používají v řadě nových aplikací. Zvyšující se užití kompozitů vyžaduje nové metody testování a inspekce. Je bezpodmínečně nutná znalost základní povahy vlnového šíření v anizotropních materiálech. Ultrazvukové vlny mohou být potom efektivně použity pro nedestruktivní vyhodnocení. Pochopení vlnového šíření se stává klíčovým prvkem v nedestruktivním vyhodnocení kompozitních desek a v analýze jejich vibrací. Výzkum vlnového šíření ve volné ortotropní desce je spojeno se jmény Solie a Auld [1] a v současnosti Chimenti a Nayfeh [2], Li a Thompson [3] a Rose [4].

Teorie

Uvažujme nekonečnou elastickou ortotropní desku, která má tloušťku d a jejíž normála leží ve směru osy x_3 referenčního kartézského souřadného systému, jehož zbývající osy se shodují s hlavními směry elasticity materiálu desky. Střední rovina desky je zvolena tak, aby se shodovala s rovinou x_1x_2 , viz obr. 1.



Obr. 1. Schéma úlohy.

Deska je zatížena na svém horním povrchu kolmým napětím s časově harmonickým průběhem $p(x_1, x_2) e^{-i\omega t}$ na kruhové oblasti $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leq a$, $\omega = 2\pi f$ je úhlová frekvence vibrací. Dolní i horní povrch desky mimo zatěžovací plochu je volný. Okrajové podmínky pro tento problém mohou být zapsány jako:

¹ Ing. Petr Hora, CSc., Ústav termomechaniky AV ČR, Centrum diagnostiky materiálu, Veleslavínova 11, 301 14 PLZEŇ (tel.: 377 236 415, fax: 377 220 787, e-mail: hora@cdm.it.cas.cz)

$$\sigma_{33} = p(x_1, x_2) e^{-i\omega t} \quad \text{pro } x_3 = d/2, \quad 0 \leq r \leq a, \quad (1a)$$

$$\sigma_{33} = 0 \quad \text{pro } x_3 = d/2, \quad r > a, \quad (1b)$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \quad \text{pro } x_3 = d/2, \quad r \geq 0, \quad (1c)$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0 \quad \text{pro } x_3 = -d/2, \quad r \geq 0. \quad (1d)$$

Šíření elastických vln v anizotropním prostředí popisuje následující pohybová rovnice

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad (2)$$

kde C_{ijkl} je tenzor elastických koeficientů, který lze zjednodušit na C_{nm} ($n = i$, pokud $i = j$ a $n = 9 - (i + j)$, pokud $i \neq j$, obdobně pro m) a kde u_i ($i = 1, 2, 3$) jsou složky vektoru výchylky.

Pro ortotropní prostředí platí

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Pohybové rovnice pro ortotropní elastické pevné těleso tedy jsou:

$$C_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad (4a)$$

$$C_{66} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + C_{22} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + C_{44} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + (C_{23} + C_{44}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \quad (4b)$$

$$C_{55} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + C_{44} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + C_{33} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + (C_{23} + C_{44}) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2 \partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \quad (4c)$$

Nyní budeme následovat často užívanou metodu (odkaz na Skalaka, tlustá deska, apod.), při níž se symetrické a antisymetrické zatěžování desky vzhledem k ose x_3 uvažuje odděleně. To vede k méně komplikovaným vzorcům. Problém okrajových podmínek (1) může být rozdělen na dva problémy, jednak pro okrajové podmínky:

$$\sigma_{33} = p(x_1, x_2) e^{-i\omega t} / 2 \quad \text{pro } x_3 = \pm d/2, \quad 0 \leq r \leq a, \quad (5a)$$

$$\sigma_{33} = 0 \quad \text{pro } x_3 = \pm d/2, \quad r > a, \quad (5b)$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \quad \text{pro } x_3 = \pm d/2, \quad r \geq 0, \quad (5c)$$

a jednak pro okrajové podmínky:

$$\sigma_{33} = \pm p(x_1, x_2) e^{-i\omega t} / 2 \quad \text{pro } x_3 = \pm d/2, \quad 0 \leq r \leq a, \quad (6a)$$

$$\sigma_{33} = 0 \quad \text{pro } x_3 = \pm d/2, \quad r > a, \quad (6b)$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \quad \text{pro } x_3 = \pm d/2, \quad r \geq 0, \quad (6c)$$

Řešení původního problému (1) se získá součtem řešení dílčích problémů (5) a (6). V problému okrajových hodnot (5) jsou výchylky u_1 a u_2 sudými funkcemi a u_3 je lichou funkcí souřadnice x_3 (symetrický případ). V problému okrajových hodnot (6) jsou výchylky u_1

a u_2 lichými funkcemi a u_3 je sudou funkcí souřadnice x_3 (antisymetrický případ). V dalším odvozování jsou pro symetrický resp. antisymetrický případ použity analogické postupy.

Pro harmonický rozruch o frekvenci ω může být pole výchylek vyjádřeno vztahem

$$u_n(x_1, x_2, x_3, t) = U_n(x_1, x_2, x_3) e^{-i\omega t}. \quad (7)$$

Po dosazení vztahu (7) do rovnic (4) je zřejmé, že nadále můžeme vynechávat činitel $e^{-i\omega t}$. Tedy

$$C_{11} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} + C_{66} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_2^2} + C_{55} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_1 \partial x_2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1 \partial x_3} = -\omega^2 \rho U_1, \quad (8a)$$

$$C_{66} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_1^2} + C_{22} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_2^2} + C_{44} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1 \partial x_2} + (C_{23} + C_{44}) \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_2 \partial x_3} = -\omega^2 \rho U_2, \quad (8b)$$

$$C_{55} \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1^2} + C_{44} \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_2^2} + C_{33} \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_3^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1 \partial x_3} + (C_{23} + C_{44}) \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_2 \partial x_3} = -\omega^2 \rho U_3, \quad (8c)$$

Dále budeme aplikovat 2-D Fourierovu transformaci (9) přes x_1 a x_2 , čímž zredukujeme rovnice (8) na soustavu tří obyčejných diferenciálních rovnic o neznámých $\bar{U}_n(\alpha, \beta, x_3)$, kde $\bar{U}_n(\alpha, \beta, x_3)$ je Fourierova transformace $U_n(x_1, x_2, x_3)$:

$$\bar{U}_n(\alpha, \beta, x_3) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_n(x_1, x_2, x_3) e^{i(\alpha x_1 + \beta x_2)}. \quad (9)$$

Po 2-D Fourierově transformaci nabude rovnice (8) tvaru

$$-\alpha^2 C_{11} \bar{U}_1 - \beta^2 C_{66} \bar{U}_1 + C_{55} \frac{d^2 \bar{U}_1}{dx_3^2} - \alpha\beta (C_{12} + C_{66}) \bar{U}_2 + i\alpha (C_{13} + C_{55}) \frac{d\bar{U}_3}{dx_3} = -\omega^2 \rho \bar{U}_1, \quad (10a)$$

$$-\alpha^2 C_{66} \bar{U}_2 - \beta^2 C_{22} \bar{U}_2 + C_{44} \frac{d^2 \bar{U}_2}{dx_3^2} - \alpha\beta (C_{12} + C_{66}) \bar{U}_1 + i\beta (C_{23} + C_{44}) \frac{d\bar{U}_3}{dx_3} = -\omega^2 \rho \bar{U}_2, \quad (10b)$$

$$-\alpha^2 C_{55} \bar{U}_3 - \beta^2 C_{44} \bar{U}_3 + C_{33} \frac{d^2 \bar{U}_3}{dx_3^2} + i\alpha (C_{13} + C_{55}) \frac{d\bar{U}_1}{dx_3} + i\beta (C_{23} + C_{44}) \frac{d\bar{U}_2}{dx_3} = -\omega^2 \rho \bar{U}_3, \quad (10c)$$

Formální řešení této soustavy obyčejných diferenciálních rovnic lze psát jako

$$(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3) = (A, B, C) e^{\lambda x_3}. \quad (11)$$

Substituce formálního řešení (11) do soustavy obyčejných diferenciálních rovnic (10) vede na Christoffelovy rovnice.

$$-\alpha^2 C_{11} A e^{\lambda x_3} - \beta^2 C_{66} A e^{\lambda x_3} + \lambda^2 C_{55} A e^{\lambda x_3} - \alpha\beta (C_{12} + C_{66}) B e^{\lambda x_3} + i\alpha\lambda (C_{13} + C_{55}) C e^{\lambda x_3} = -\omega^2 \rho A e^{\lambda x_3}, \quad (12a)$$

$$-\alpha^2 C_{66} B e^{\lambda x_3} - \beta^2 C_{22} B e^{\lambda x_3} + \lambda^2 C_{44} B e^{\lambda x_3} - \alpha\beta (C_{12} + C_{66}) A e^{\lambda x_3} + i\beta\lambda (C_{23} + C_{44}) C e^{\lambda x_3} = -\omega^2 \rho B e^{\lambda x_3}, \quad (12b)$$

$$-\alpha^2 C_{55} C e^{\lambda x_3} - \beta^2 C_{44} C e^{\lambda x_3} + \lambda^2 C_{33} C e^{\lambda x_3} + i\alpha\lambda (C_{13} + C_{55}) A e^{\lambda x_3} + i\beta\lambda (C_{23} + C_{44}) B e^{\lambda x_3} = -\omega^2 \rho C e^{\lambda x_3}. \quad (12c)$$

Po substituci

$$p_1 = C_{11}/C_{33}, \quad p_2 = C_{22}/C_{33}, \quad p_3 = C_{12}/C_{33}, \quad (13a)$$

$$p_4 = C_{44}/C_{33}, \quad p_5 = C_{55}/C_{33}, \quad p_6 = C_{66}/C_{33}, \quad (13b)$$

$$p_7 = C_{13}/C_{33}, \quad p_8 = C_{23}/C_{33}, \quad p_9 = p_3 + p_6, \quad (13c)$$

$$\chi^2 = \rho\omega^2/C_{33}, \quad (13d)$$

$$A_{16} = \chi^2 - \alpha^2 p_1 - \beta^2 p_6, \quad (13e)$$

$$A_{62} = \chi^2 - \alpha^2 p_6 - \beta^2 p_2, \quad (13f)$$

$$A_{54} = \chi^2 - \alpha^2 p_5 - \beta^2 p_4, \quad (13g)$$

vykrácení $e^{\lambda x_3}$ a přepsání do maticového tvaru dostaneme

$$\begin{bmatrix} \lambda^2 p_5 + A_{16} & -\alpha\beta p_9 & i\alpha\lambda(p_7 + p_5) \\ -\alpha\beta p_9 & \lambda^2 p_4 + A_{62} & i\beta\lambda(p_8 + p_4) \\ i\alpha\lambda(p_7 + p_5) & i\beta\lambda(p_8 + p_4) & \lambda^2 + A_{54} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Levá matice je tzv. Christoffelova matice. Pokud má mít tato homogenní soustava rovnic netriviální řešení, musí být determinant Christoffelovy matice roven nule. Tedy

$$a_1 \lambda^6 + a_2 \lambda^4 + a_3 \lambda^2 + a_4 = 0, \quad (15)$$

kde a_n pro $n = 1, 2, 3, 4$ jsou

$$a_1 = p_4 p_5, \quad (16a)$$

$$a_2 = p_4 p_5 A_{54} + p_5 A_{62} + p_4 A_{16} + \alpha^2 p_4 (p_5 + p_7) + \beta^2 p_5 (p_4 + p_8), \quad (16b)$$

$$a_3 = p_5 A_{62} A_{54} + p_4 A_{16} A_{54} + A_{16} A_{62} + \alpha^2 (p_5 + p_7)^2 A_{62} + \beta^2 (p_4 + p_8)^2 A_{16} + \alpha^2 \beta^2 p_9 [2(p_5 + p_7)(p_4 + p_8) - p_9], \quad (16c)$$

$$a_4 = A_{54} (A_{16} A_{62} - \alpha^2 \beta^2 p_9^2), \quad (16d)$$

Jelikož pro každé λ_n ($n = 1, 2, \dots, 6$) je determinant Christoffelovy matice roven nule (řádky jsou lineárně závislé), můžeme v Christoffelově matici škrtnout např. poslední řádek a zvolit $C = C_n$. Tak dostaneme soustavu rovnic

$$\begin{bmatrix} \lambda^2 p_5 + A_{16} & -\alpha\beta p_9 \\ -\alpha\beta p_9 & \lambda^2 p_4 + A_{62} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i\alpha\lambda(p_7 + p_5) C_n \\ -i\beta\lambda(p_8 + p_4) C_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

Po vyřešení této soustavy rovnic (např. pomocí Cramerova pravidla) dostaneme neznámé A a B vyjádřeny pomocí C_n . Použitím principu superpozice získáme formální řešení $\bar{U}_n(\alpha, \beta, x_3)$ ($n = 1, 2, 3$) pomocí šesti neznámých koeficientů C_n

$$(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3) = \sum_{n=1}^6 (i\alpha\lambda_n T_n^{(1)}, i\beta\lambda_n T_n^{(2)}, T_n^{(3)}) C_n e^{\lambda_n x_3}, \quad (18)$$

kde $T_n^{(1)}, T_n^{(2)}, T_n^{(3)}$ jsou definovány jako

$$T_n^{(1)} = p_9 (p_4 + p_8) \beta^2 + (p_5 + p_7) (p_4 \lambda_n^2 + A_{62}), \quad (19a)$$

$$T_n^{(2)} = p_9 (p_5 + p_7) \alpha^2 + (p_4 + p_8) (p_5 \lambda_n^2 + A_{16}), \quad (19b)$$

$$T_n^{(3)} = (p_5 \lambda_n^2 + A_{16}) (p_4 \lambda_n^2 + A_{62}) - \alpha^2 \beta^2 p_9^2, \quad (19c)$$

Poznámka: V knize Roseho [4] i ve článku Peltse a Roseho [5] je chyba ve vztahu (19c).

Rovnice (18) může být rozdělena na dvě rovnice. Jedna, která odpovídá symetrickému pohybu, s neznámými $C_n(n = 1, 2, 3)$, a druhá, která odpovídá antisymetrickému pohybu, s neznámými $C_n(n = 4, 5, 6,)$.

$$(\bar{U}_1^s, \bar{U}_2^s, \bar{U}_3^s) = 2 \sum_{n=1}^3 (i\alpha\lambda_n T_n^{(1)} \cosh \lambda_n x_3, i\beta\lambda_n T_n^{(2)} \cosh \lambda_n x_3, T_n^{(3)} \sinh \lambda_n x_3) C_n, \quad (20a)$$

$$(\bar{U}_1^a, \bar{U}_2^a, \bar{U}_3^a) = 2 \sum_{n=4}^6 (i\alpha\lambda_n T_n^{(1)} \sinh \lambda_n x_3, i\beta\lambda_n T_n^{(2)} \sinh \lambda_n x_3, T_n^{(3)} \cosh \lambda_n x_3) C_n, \quad (20b)$$

$$\bar{U}_n = \bar{U}_n^s + \bar{U}_n^a, \quad (20c)$$

kde \bar{U}_n^s resp. \bar{U}_n^a jsou symetrické resp. antisymetrické části formálního řešení.

Z Hookova zákona můžeme vyjádřit napětí pomocí výchylek. Aplikování Fourierovy transformace (10) na okrajové podmínky (5) resp. (6) (ve výchylkovém tvaru) a následná substituce vztahů (20a) resp. (20b) vede ke třem lineárním rovnicím pro symetrický případ (neznámé $C_n(n = 1, 2, 3)$) a ke třem rovnicím pro antisymetrický případ (neznámé $C_n(n = 4, 5, 6)$). Vyřešením těchto rovnic dostaneme $C_n(n = 1, 2, \dots, 6)$, které dosadíme do rovnic (20a) resp. (20b). Dále provedeme zpětnou Fourierovu transformaci těchto rovnic a sečteme symetrickou a antisymetrickou část řešení, čímž získáme vztah definující výchylky v libovolném bodě ortotropní desky.

Uvažujme případ osově symetrického zatížení

$$p(x_1, x_2) = p(r), \quad x_1 = r \cos \phi, \quad x_2 = r \sin \phi, \quad (21)$$

$$U_n(x_1, x_2, x_3) = U_n(r \cos \phi, r \sin \phi, x_3) = U_n^0(r, \phi, x_3). \quad (22)$$

Složky amplitud výchylek můžeme potom podle Peltse a Roseho [5] psát ve tvaru

$$U_n^0(r, \phi, x_3) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma} \int_0^{2\pi} K_n(\xi, \gamma, x_3) P(\xi) e^{-i\xi r \cos(\phi-\gamma)} \xi d\xi d\gamma, \quad (23)$$

$$0 \leq \phi \leq 2\pi, \quad n = 1, 2, 3,$$

$$K_1(\xi, \gamma, x_3) = iF_1(\xi, \gamma, x_3) \cos \gamma, \quad (24)$$

$$K_2(\xi, \gamma, x_3) = iF_2(\xi, \gamma, x_3) \sin \gamma, \quad (25)$$

$$K_3(\xi, \gamma, x_3) = F_3(\xi, \gamma, x_3), \quad (26)$$

$$F_n(\xi, \gamma, x_3) = \frac{F_n^s(\xi, \gamma, x_3)}{F_s(\xi, \gamma)} + \frac{F_n^a(\xi, \gamma, x_3)}{F_a(\xi, \gamma)}, \quad (27)$$

$$P_\xi = \frac{\pi}{C_{33}} \int_0^a p(\rho) J_0(\xi\rho) \rho d\rho, \quad (28)$$

kde $J_0(\xi\rho)$ je Besselova funkce nultého řádu. F_n^s a F_s pro symetrickou část řešení jsou dány následujícími vztahy

$$F_s(\xi, \gamma) = \begin{vmatrix} F_{11}^s & F_{12}^s & F_{13}^s \\ F_{21}^s & F_{22}^s & F_{23}^s \\ F_{31}^s & F_{32}^s & F_{33}^s \end{vmatrix}, \quad (29a)$$

$$F_{1n}^s = (\lambda_n^2 T_n^{(1)} - T_n^{(3)}) \sinh(\lambda_n d/2), \quad (29b)$$

$$F_{2n}^s = (\lambda_n^2 T_n^{(2)} - T_n^{(3)}) \sinh(\lambda_n d/2), \quad (29c)$$

$$F_{3n}^s = \lambda_n (T_n^{(3)} + p_7 T_n^{(1)} k^2 \cos^2 \phi + p_8 T_n^{(2)} k^2 \sin^2 \phi) \cosh(\lambda_n d/2), \quad (29d)$$

$$F_k^s(\xi, \gamma, x_3) = \begin{vmatrix} F_{11}^s & F_{12}^s & F_{13}^s \\ F_{21}^s & F_{22}^s & F_{23}^s \\ Q_{31}^{sk} & Q_{32}^{sk} & Q_{33}^{sk} \end{vmatrix}, \quad k = 1, 2, 3, \quad (29e)$$

$$Q_{3n}^{s1} = \lambda_n T_n^{(1)} \cosh(\lambda_n x_3), \quad (29f)$$

$$Q_{3n}^{s2} = \lambda_n T_n^{(2)} \cosh(\lambda_n x_3), \quad (29g)$$

$$Q_{3n}^{s3} = T_n^{(3)} \sinh(\lambda_n x_3), \quad n = 1, 2, 3. \quad (29h)$$

F_n^a a F_a pro antisymetrickou část řešení jsou obdobné, jen se změní index s na a a \sinh je nahrazen \cosh a naopak.

$F_s(\xi, \gamma) = 0$ resp. $F_a(\xi, \gamma) = 0$ jsou hledané disperzní závislosti.

Výpočty

Jako ortotropní materiál byl zvolen jednosměrně vyztužený uhlíkový kompozit, který má C_{ij} v následujícím tvaru

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{22} - 2C_{44} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{55} \end{pmatrix} \quad (30)$$

a jehož elastické konstanty jsou uvedeny v tab. 1.

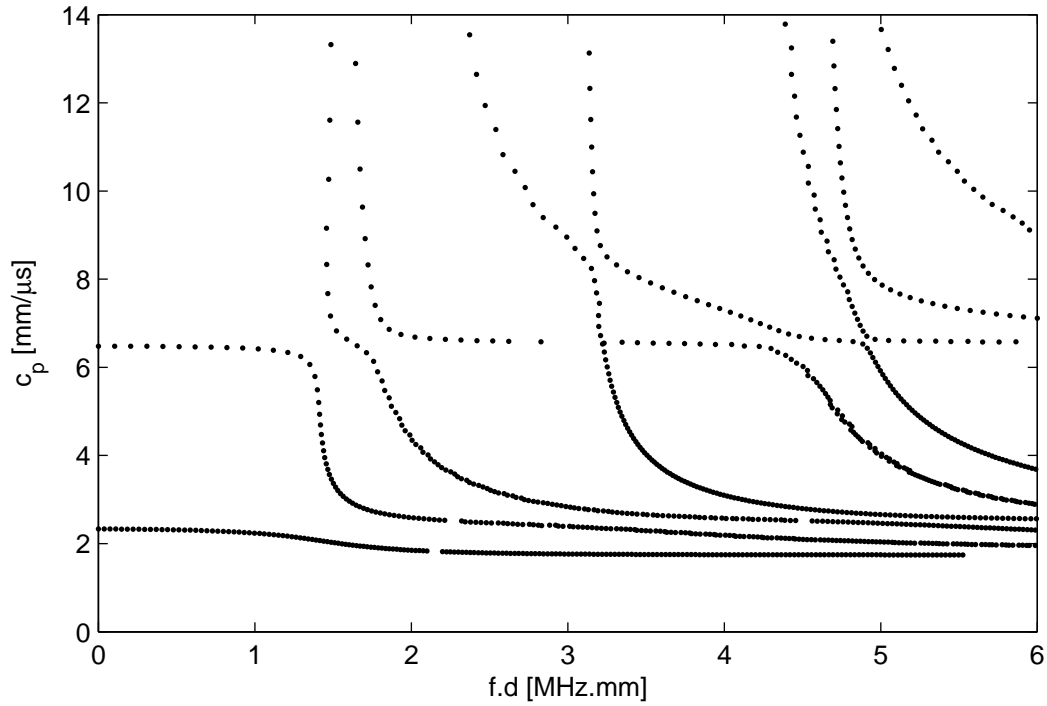
| | |
|----------|------------|
| C_{11} | 128.20 GPa |
| C_{22} | 14.95 GPa |
| C_{44} | 3.81 GPa |
| C_{55} | 6.73 GPa |
| C_{12} | 6.90 GPa |

Tab. 1 Materiálové konstanty jednosměrně vyztuženého uhlíkového kompozitu.

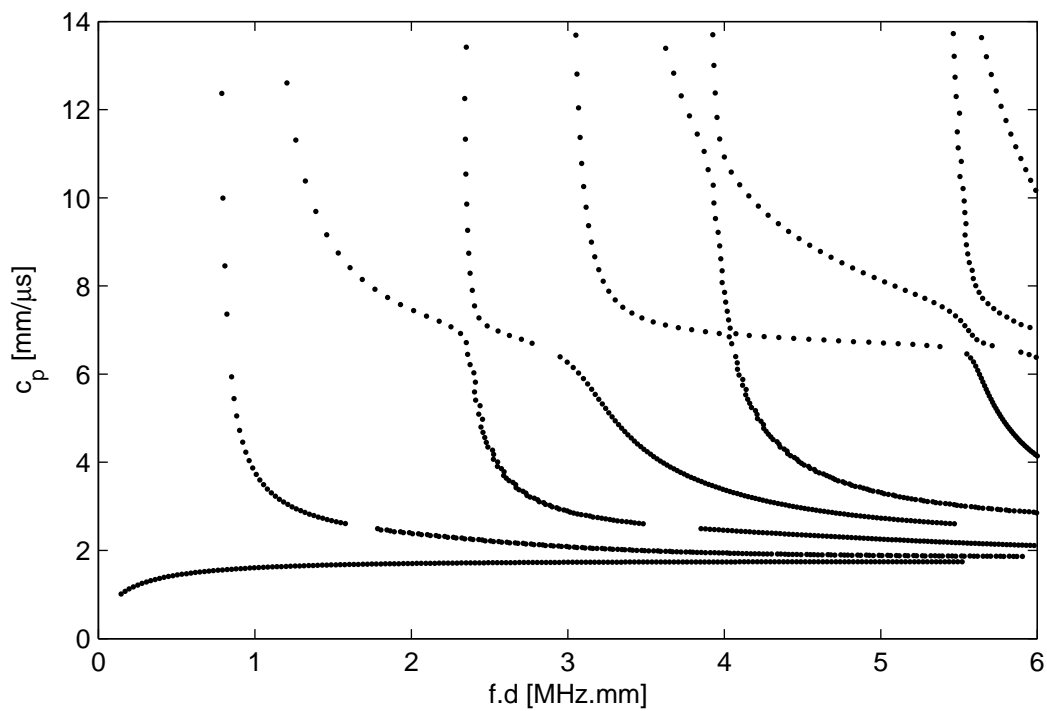
Uhlíkový kompozit má tudíž pouze pět nezávislých elastických konstant. Hustota kompozitu je 1.58 kg/m^3 .

Algoritmus vyhodnocení disperzních křivek byl naprogramován ve výpočetním prostředí MATLAB.

Na obr. 2 a obr. 3 jsou zobrazeny disperzní křivky pro jednosměrně vyztužený uhlíkový kompozitní materiál s orientací vláken 45° . Na obr. 2 jsou uvedeny symetrické módy a na obr. 3 antisymetrické módy.



Obr. 2. Disperzní křivky pro jednosměrně vyztužený uhlíkový kompozit pro symetrické módy. Orientace vláken je 45° .



Obr. 3. Disperzní křivky pro jednosměrně vyztužený uhlíkový kompozit pro antisymetrické módy. Orientace vláken je 45° .

Závěr

V první části příspěvku je prezentováno odvození disperzních křivek v nekonečné ortotropní tlusté desce. Znalost disperzních křivek je nutná při vyčíslení výchylek na povrchu ortotropní tlusté desky a pro inverzní algoritmus stanovení elastických konstant kompozitních materiálů z naměřených dat.

Ve druhé části jsou uvedeny průběhy disperzních křivek pro jednosměrně vyztužený uhlíkový kompozit pro symetrické i antisymetrické módy. Za povšimnutí stojí výrazná plata v disperzních křivkách, která se vyskytují pouze v některých směrech vyztužujících uhlíkových vláken.

Poděkování

Závěrem je mojí milou povinností poděkovat za podporu při řešení tohoto úkolu grantu GA ČR 106/01/0396 "Hodnocení struktury a vnitřních napětí funkčních materiálů ultrazvukovými metodami" (řešitel Ing. M. Landa, CSc.) a záměru ÚT AV ČR AV0Z 2076919.

Literatura

- [1] Solie, L. P., Auld, B. A.: *Elastic waves in free anisotropic plates*. J. Acoust. Soc. Am., 1973, Vol. 54, pp. 50–65.
- [2] Nayfeh, A. N., Chimenti, D. E.: *Free wave propagation in plates of general anisotropic media*. J. Appl. Mech., 1989, Vol. 56, pp. 881–886.
- [3] Li, Y., Thompson, R. B.: *Influence of anisotropy on the dispersion characteristics of guided ultrasonic plate modes*. J. Acoust. Soc. Am., 1990, Vol. 87, pp. 1911–1931.
- [4] Rose, J. L.: *Ultrasonic Waves in Solid Media*. Cambridge University Press, 1999.
- [5] Pelts, S. P., Rose, J. L.: *Source influence parameters on elastic guided waves in an orthotropic plate*. J. Acoust. Soc. Am., 1996, Vol. 99, No. 4, pp. 2124–2129.

DISPERSION CURVES IN A THICK ORTHOTROPIC PLATE

Composite materials are used in a variety of new applications. The increased use of composites requires new methods of testing and inspection. Ultrasonic waves can be effectively used for nondestructive evaluation. Understanding wave propagation becomes critical in the nondestructive evaluation of composites plates and in the analysis of their dynamic vibrations. A detailed expressions for the dispersion equations of an infinite orthotropic plate is considered. Dispersion curves are presented for the unidirectional composite. The results will be used to understand and to expand the use of acousto-ultrasonic testing in nondestructive evaluation.