

METODY ŘEŠENÍ NESTACIONÁRNÍ NAPJATOSTI
VÍCEVRSTVÉHO PROSTŘEDÍ

Petr HORA, Jiří PÁTEK
ITS ZČU-AVČR, Plzeň

The theory of normal modes and the theory of generalized ray are discussed. The numerical work involved in the theory of normal modes is long and difficult; and the method is more effective for long-time transient responses at remote observation points. The method of generalized ray is most effective in analyzing signal that arrive early at receiver. As the number of ray integrals increases phenomenally as the duration of observation lengthens.

Klíčová slova : *mechanika kontinua, nestacionární napjatost, analytické postupy v mechanice kontinua*

V současné době jsou známy dvě analytické metody řešení nestacionární napjatosti vícevrstvého prostředí :

- a) metoda superpozice vlastních tvarů [MIK78, ACH73],
- b) přesná paprsková metoda [PA077].

Lze konstatovat, že vývoj první metody byl dovršen publikováním dvou monografií o vlnách ve vrtevnatých prostředích [EWI57, BRE60]. Výhoda této metody spočívá ve shodné době výpočtu pro dlouhé i krátké časy a pro blízká i vzdálená místa pozorování. Velmi snadno lze obdržet asymptotické řešení úlohy. Základní tvar je vždy dán první disperzní křivkou. Nevýhodou je omezená přesnost daná počtem vlastních tvarů uvažovaných při výpočtu, což se projevuje neostrými náběhovými hranami v okamžicích příchodů vlnových čel. Přesnost rychle klesá se zmešováním oblasti zdroje.

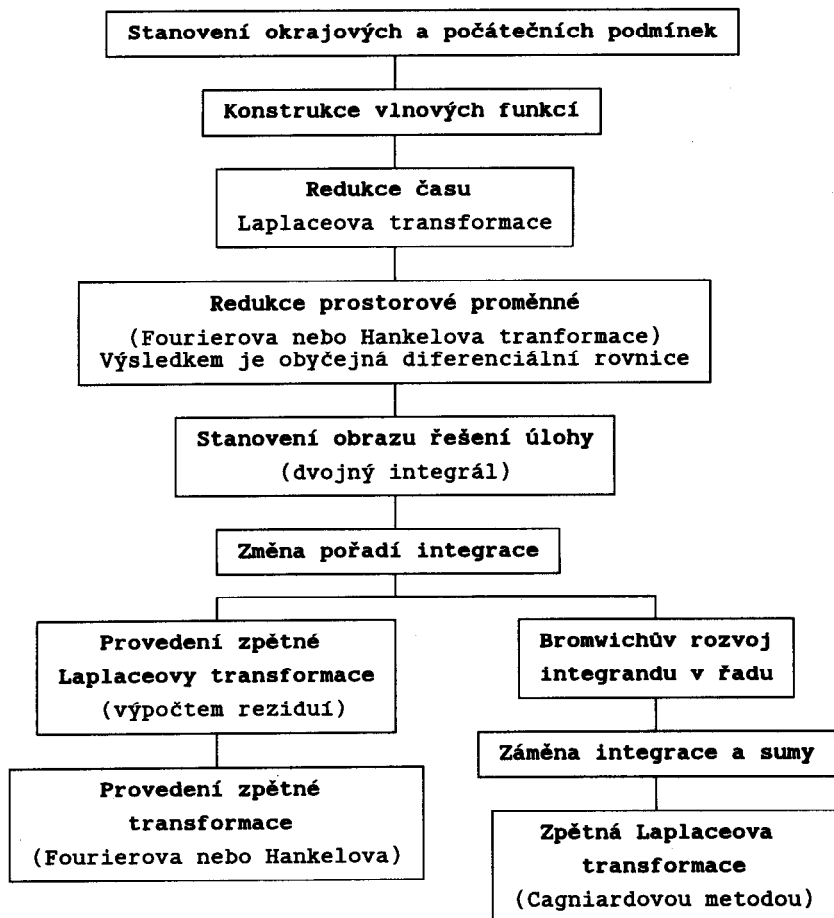
Přesná paprsková metoda byla vyvinuta v šedesátých letech. V této teorii jsou elastické vlny, které se z důvodu vícenásobných odrazů a lomů šíří podél různých paprskových drah, reprezentovány řadou paprskových integrálů, z nichž každý může být vypočten přesně pomocí Cagniardovy metody [CAG39]. Poněvadž impulsy, které jsou reprezentovány paprskovými integrály, přichází do místa pozorování v postupném pořadí, poskytuje teorie přesné řešení

pro tranzientní vlny ve vícevrstvých pevných tělesech až do okamžiku příchodu následujícího paprsku. Nevýhodou je dramatický nárůst počtu paprskových integrálů pro dlouhé časy nebo pro vzdálená místa pozorování.

Následující diagram stručně znázorňuje podstatné kroky obou metod při řešení nestacionární napjatosti vícevrstvého prostředí :

Metoda vlastních tvarů

Přesná paprsková metoda

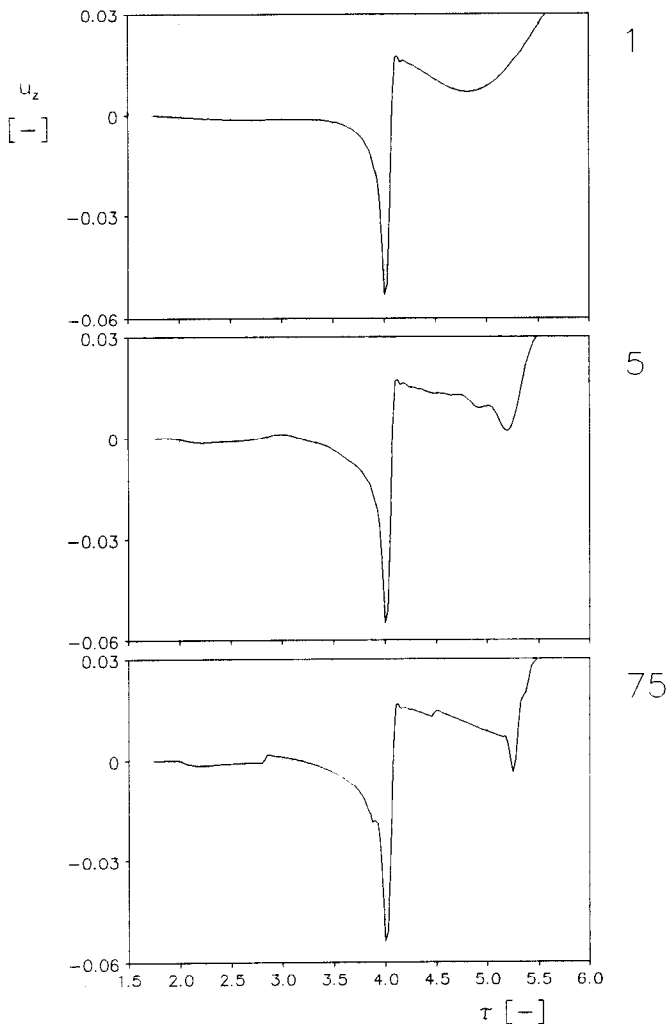


Literatura :

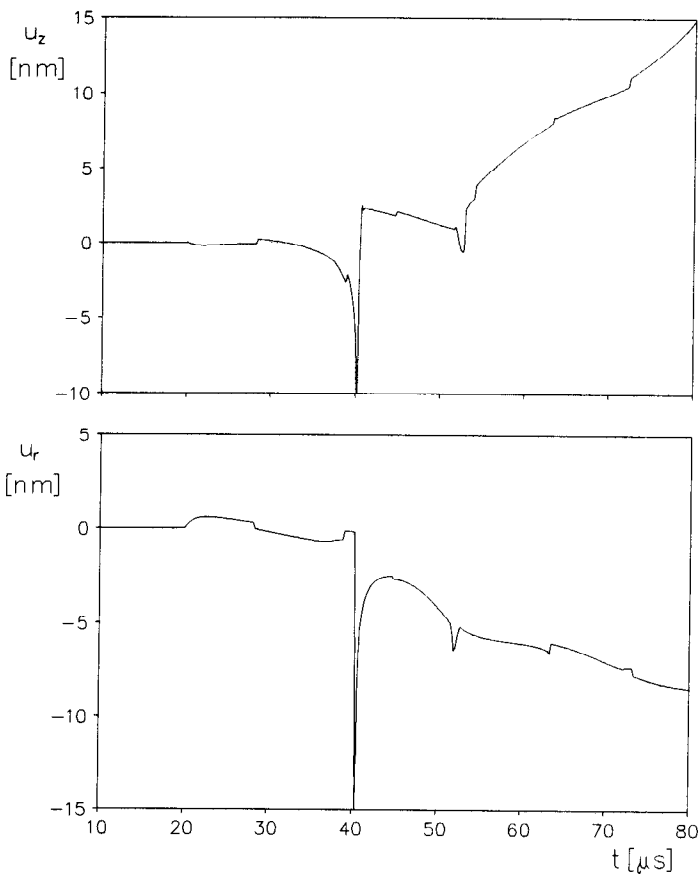
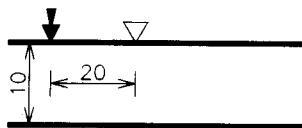
- [ACH73] Achenbach J.D.:
Wave Propagation in Elastic Solids.
North-Holland Publ., Amsterdam, (1973)
- [BRE60] Brekhovskikh, L.M.:
Waves in Layered Media.
Academic Press, New York, (1960)
- [CAG39] Cagniard, L.:
Reflexion et refraction des Ondes
seismiques progressives.
Gauthier Villars, Paris, (1939)
[Reflection and Refraction of Progressive
Seismic Waves (anglický překlad E.A.Flinn a C.H.Dix)
McGraw-Hill, New York, (1962)]
- [EWI57] Ewing, W.M.; Jardetzky, W.S.; Press, F.:
Elastic Waves in Layered Media.
McGraw-Hill, New York, (1957)
- [MIK78] Miklowitz, J.:
The Theory of Elastic Waves and Waveguides.
North-Holland Publishing Company, Amsterdam, (1978)
- [PAO77] Pao, Y.H.; Gajewski, R.:
The Generalized Ray Theory and Transient
Response of Layered Elastic Solids.
Physical Acoustics, Vol.13, ed. Mason, W.P.
Academic Press, New York, (1977)
-

Použité symboly v následujících obrázcích :

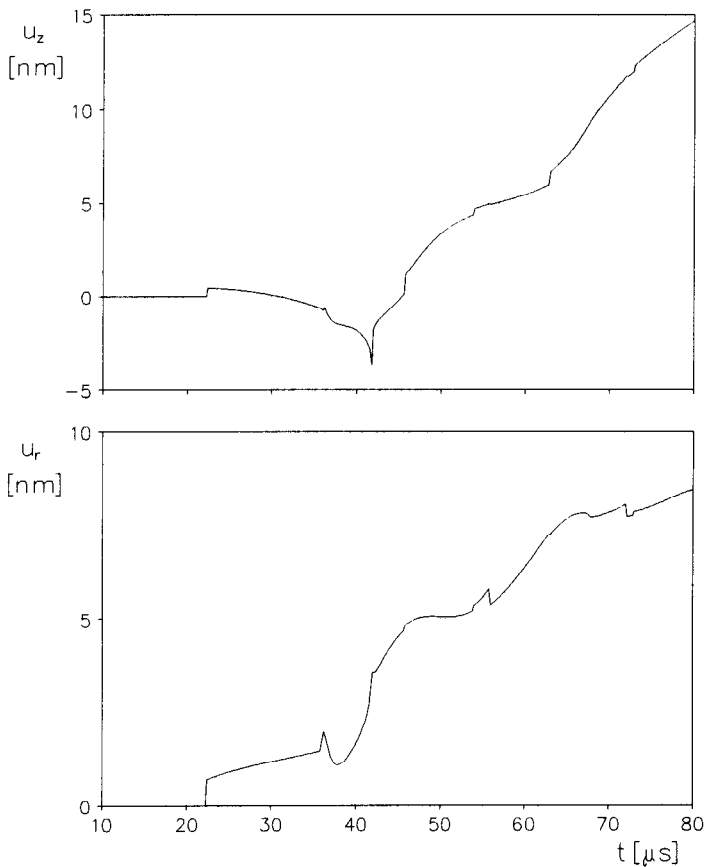
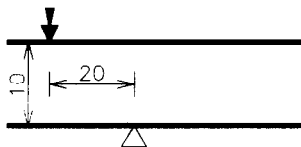
- h - tloušťka desky
 r - epicentrální vzdálenost zdroj - snímač
 R - poloměr oblasti příčné působícího skokového napětí
 t - čas
 τ - bezrozměrný čas, $\tau = c_1 t / h$
 c_1 - fázová rychlost dilatační vlny v kontinuu
 c_2 - fázová rychlost ekvivolumetrické vlny v kontinuu
 u_z, u_r - vertikální a radiální složka vektoru posuvu



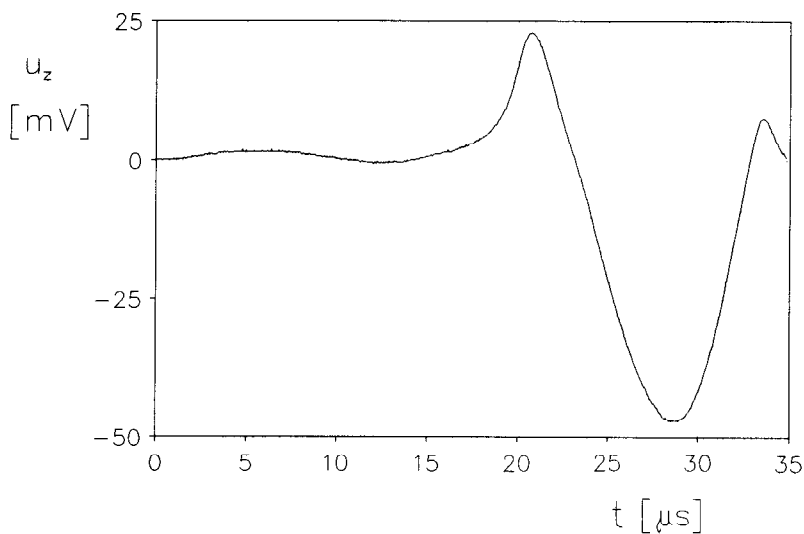
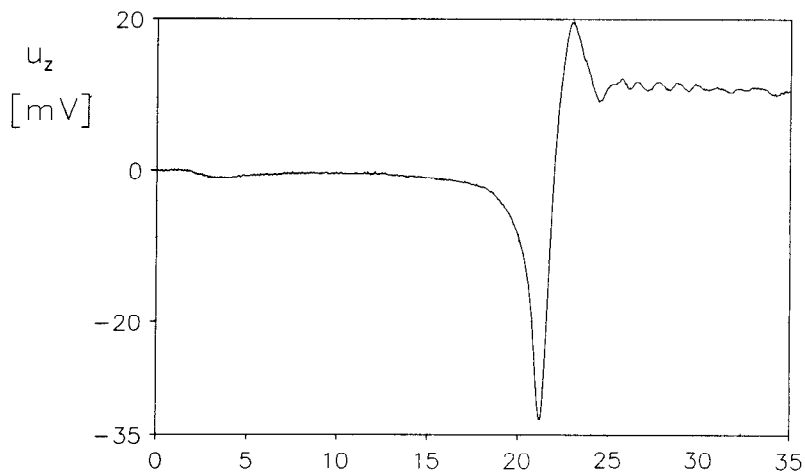
Časová závislost posuvu u_z na povrchu desky;
 zdroj i přijímač na stejném povrchu ($r/h=2$);
 buzeno skokovým napětím na kruhové oblasti ($R/h=0.001$);
 vypočteno superpozicí vlastních tvarů;
 počet uvažovaných disperzních křivek : 1, 5 a 75



Časová závislost posuvu u_z a u_r na povrchu desky;
 $(c_1 = 1 \text{ mm}/\mu\text{s}, c_2 = 0.535 \text{ mm}/\mu\text{s}, \rho = 7800 \text{ kg}/\text{m}^3)$
 zdroj i přijímač na stejném povrchu ($r/h=2$);
 buzeno bodovou vertikální silou (Heaviside);
 vypočteno přesnou paprskovou metodou



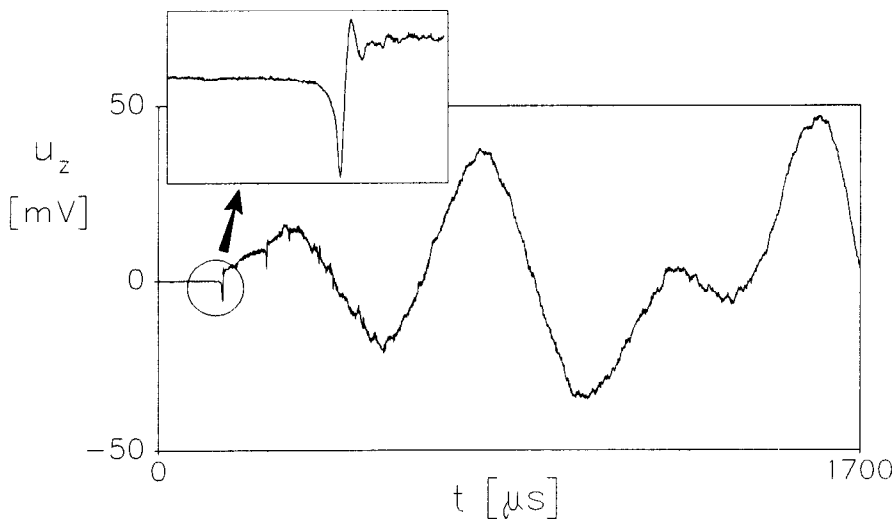
Časová závislost posuvu u_z a u_r na povrchu desky;
 $(c_1 = 1 \text{ mm}/\mu\text{s}, c_2 = 0.535 \text{ mm}/\mu\text{s}, \rho = 7800 \text{ kg}/\text{m}^3)$
 zdroj a přijímač na opačných stranách ($r/h=2$);
 buzeno bodovou vertikální silou (Heaviside);
 vypočteno přesnou paprskovou metodou



Změřená časová závislost posuvu u_z na povrchu ocelového válce (poloprostor);

horní obrázek - buzeno lomem křemenné kapiláry (Heaviside);

dolní obrázek - buzeno dopadem ocelové kuličky o průměru 4 mm
šířka pulsu přibližně 12 μs



Změřená časová závislost posuvu u_z na povrchu ocelového válce;
(poloprostor)

buzeno lomem křemenné kapiláry (Heaviside);

Z obrázku je patrné postupné budování ustálených kmitů
ocelového válce. Vlastní přechodový děj je zobrazen v
detailu.