

# ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLŮ AKUSTICKÉ EMISE WAVELETOVÝMI BALÍČKY

P. Hora\*

*Metoda waveletových balíčků je zobecněním waveletového rozkladu, které nabízí bohatší analýzu signálů. Jednotlivé waveletové balíčky popisují tři přirozeně interpretované parametry: pozice a škála (jako u waveletového rozkladu) a frekvence. Pro danou ortogonální waveletovou funkci se generuje knihovna bází waveletových balíčků. Každá báze představuje určitý způsob kódování signálů, který zachovává celkovou energii a umožňuje přesnou rekonstrukci původního signálu. Dále zbývá určit nejvhodnější bázi vzhledem ke kritériu založeném na výpočtu entropie. V závěru článku jsou uvedeny zkušenosti získané při kompresi signálů akustické emise waveletovými balíčky.*

Klíčová slova: wavelety, waveletové balíčky, akustická emise

## Úvod

Metoda *waveletových balíčků* je zobecnění waveletového rozkladu, které nabízí bohatší možnosti pro analýzu signálu.

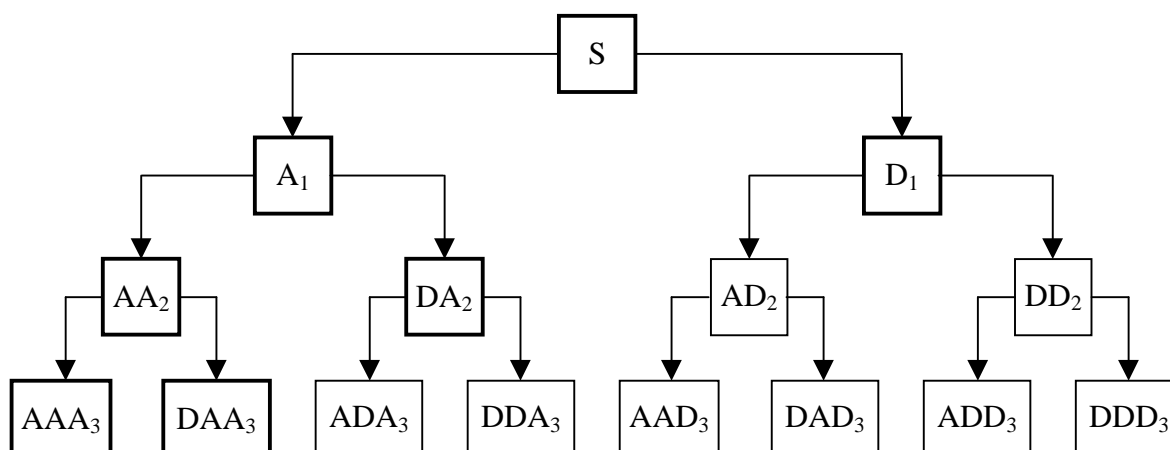
Ve waveletové analýze je signál rozdělen na aproximaci a detail. Aproximace je potom sama rozdělena na aproximaci a detail druhé úrovně a tento proces se dále opakuje. Pro  $n$ -úrovňový rozklad existuje  $n+1$  možných způsobů rozkladu (kódování) signálu, viz obr. 1 silně orámovaná okénka.

V analýze waveletovými balíčky může být rozdělena aproximace i detail. To vede na  $2^n$  různých způsobů kódování signálu, viz obr. 1 všechna okénka. Např. signál  $S$  může být reprezentován jako  $A1+AAD3+DAD3+DD2$ . Toto je příklad reprezentace, která není možná u waveletové analýzy.

Výběr jednoho kódování ze všech možných představuje zajímavý problém. Pro určení nejvhodnějšího rozkladu daného signálu se obvykle používá kritérium založené na výpočtu entropie. To znamená, že zkoumáme každý uzel dekompozičního stromu a vypočítáváme, kolik informace se získá provedením každého rozdělení.

---

\* Ing. Petr Hora, CSc., Ústav fyzikálního inženýrství (společné pracoviště ÚT AV ČR Praha a ZČU Plzeň), Centrum diagnostiky materiálu, Veleslavínova 11, 301 14 Plzeň (tel.: 019/7236415, e-mail: hora@hera.zcu.cz)



Obr. 1 Dekompoziční strom pro metodu waveletových balíčků.

Jak pro rozklad waveletovými balíčky, tak pro zvolení optimálního rozkladu existují jednoduché a výkonné algoritmy, např. algoritmus adaptivní filtrace od Coifmana a Wickerhausera.

### Sestavování waveletových balíčků

Při použití ortogonálních waveletů je výpočetní schéma generace waveletových balíčků velice jednoduché. Vychází se ze dvou filtrů délky  $2N$  označených  $h(n)$  a  $g(n)$ , tak jako u waveletové transformace. Jedná se o obrácenou verzi nízkofrekvenčního dekompozičního filtru resp. vysokofrekvenčního dekompozičního filtru vyděleného  $\sqrt{2}$ .

Nyní definujme následující posloupnost funkcí ( $W_n(x)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ):

$$W_{2n}(x) = 2 \sum_{k=0}^{2N-1} h(k) W_n(2x - k)$$

$$W_{2n+1}(x) = 2 \sum_{k=0}^{2N-1} g(k) W_n(2x - k)$$

kde  $W_0(x) = \phi(x)$  je škálovací funkce a  $W_1(x) = \psi(x)$  je waveletová funkce. Např. pro Haarův wavelet, kdy platí, že

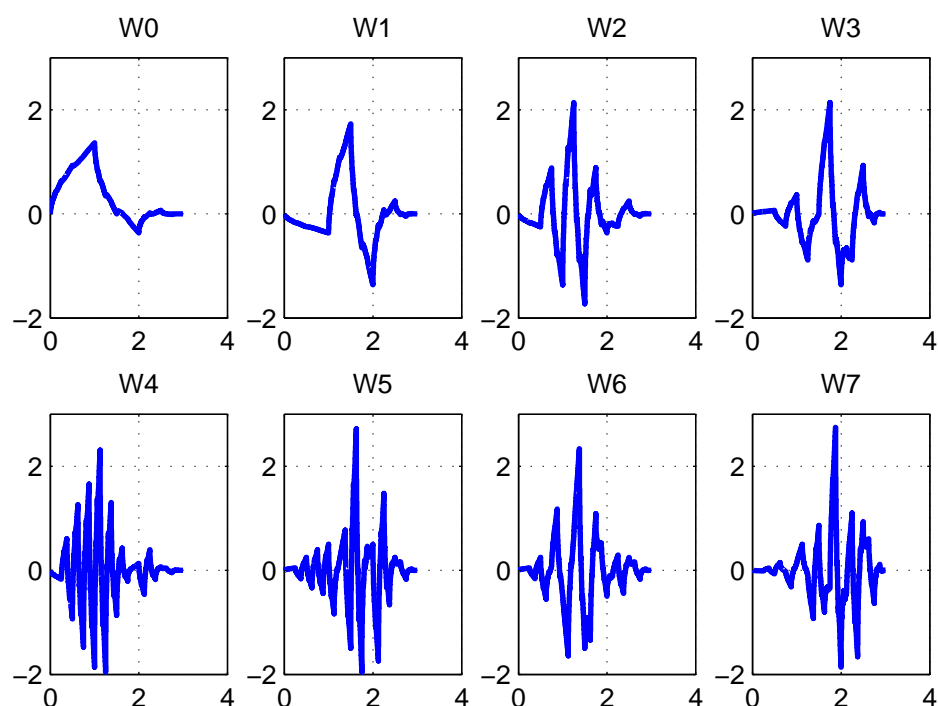
$$N = 1, \quad h(0) = h(1) = 1/2 \quad \text{a} \quad g(0) = -g(1) = 1/2.$$

Rovnice přejdou v

$$W_{2n}(x) = W_n(2x) + W_n(2x - 1) \quad \text{a} \quad W_{2n+1}(x) = W_n(2x) - W_n(2x - 1).$$

$W_0(x) = \phi(x)$  je Haarova škálovací funkce a  $W_1(x) = \psi(x)$  je Haarův wavelet, oba definované na intervalu  $[0, 1]$ .  $W_{2n}$  potom můžeme získat sečtením dvou verzí  $W_n$  o poloviční škále, které jsou definované na intervalu  $[0, 1/2]$  resp.  $[1/2, 1]$ .  $W_{2n+1}$  získáme odečtením stejných verzí  $W_n$ .

Pro  $n=0$  až 7, jsou  $W$ -funkce zobrazeny na obr. 2 pro wavelet prof. Daubechies řádu 2.



Obr. 2 Waveletové balíčky prof. Daubechies řádu 2.

### Atomy waveletových balíčků

Uvažujme rodinu analyzujících funkcí se třemi indexy:

$$W_{j,n,k} = 2^{-j/2} W_n(2^{-j}x - k), \text{ kde } n \in N \text{ a } (j,k) \in Z^2.$$

Stejně jako u waveletového systému můžeme  $k$  interpretovat jako translační parametr (časová lokalizace) a  $j$  jako dilatační (škálový) parametr. Zbývá nám interpretovat parametr  $n$ . Jak je vidět z předchozího obrázku,  $W_n(x)$  „osciluje“ přibližně  $n$ -krát. Takže pro pevné hodnoty  $j$  a  $k$ ,  $W_{j,n,k}$  analyzuje fluktuace signálu zhruba okolo pozice  $2^j k$ , ve škále  $2^{-j}$  a při různých frekvencích daných parametrem  $n$ .

Při pozorném zkoumání waveletových balíčků, zobrazených na obr. 2, zjistíme, že přirozeně seřazená  $W_n$  pro  $n=0, 1, \dots, 7, \dots$  nemají tu vlastnost, že  $W_m$  osciluje více než  $W_{m'}$ , pokud  $m > m'$ . Abychom obnovili vlastnost monotónního stoupání hlavní frekvence s přirozeným pořadím, je vhodné definovat frekvenční pořadí, které získáme z přirozeného pořadí rekurzivně.

Při analýze signálu je lepší vykreslovat koeficienty waveletových balíčků podle frekvenčního pořadí, od nízkých frekvencí v dolní části frekvenční osy k vysokým frekvencím nahore.

## Organizování waveletových balíčků

Množina funkcí:  $W_{j,n} = (W_{j,n,k}(x), k \in Z)$  je  $(j,n)$ -tý waveletový balíček. Pro kladné celočíselné hodnoty  $j$  a  $n$  jsou waveletové balíčky uspořádány v binárních stromech. Pro každou škálu  $j$  jsou možné hodnoty parametru  $n$ :  $0, 1, 2, \dots, 2^j-1$ .

Každý uzel binárního stromu označme  $W_{j,n}$ , kde  $j$  označuje dilatační (škálový) parametr a  $n$  frekvenční parametr,  $W_{0,0} = (\phi(x-k), k \in Z)$  a  $W_{1,1} = (\psi(x-k), k \in Z)$ .

Ukazuje se, že knihovna bází z waveletových balíčků obsahuje také waveletovou bázi.

Dále je známo, že  $\{(W_{j+1,2n}), (W_{j+1,2n+1})\}$  je ortogonální báze prostoru  $W_{j,n}$ . Z toho vyplývá, že listy každého spojeného binárního podstromu odpovídají ortogonální bázi původního prostoru. Pro signál s konečnou energií poskytuje báze waveletových balíčků přesnou rekonstrukci a nabízí specifický způsob kódování signálu.

## Výběr optimálního rozkladu

Signál délky  $N = 2^L$  může být rozložen téměř  $2^N$  různými způsoby, tj. počet binárních podstromů kompletního binárního stromu o hloubce  $L$ . Protože tento počet je značný a poněvadž explicitní vyhodnocení je obecně nezvládnutelné, je nutné najít optimální rozklad (vzhledem k vhodnému kritériu), který by byl vypočten efektivním algoritmem.

Jako vhodná kritéria se jeví kritéria založená na výpočtu entropie. V následujících výrazech  $s$  je signál a  $s_i$  je koeficient signálu  $s$  v ortonormální bázi. Entropie  $E$  musí splňovat následující podmínky:  $E(0) = 0$  a  $E(s) = \sum_i E(s_i)$ .

Používá se několik druhů entropie:

- Shannonova entropie (nenormalizovaná)
- $\ell^p$ -entropie
- logaritmus „energetické“ entropie
- prahová entropie

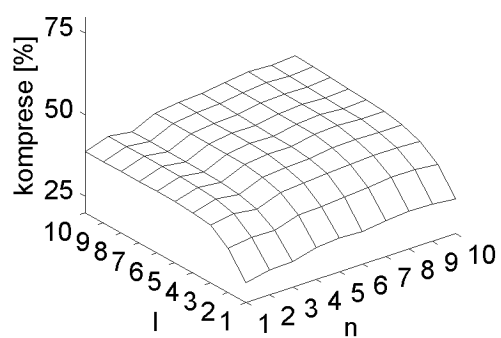
Abychom našli optimální podstrom vzhledem k danému kritériu entropie  $E$ , používáme následující algoritmus ( $E_{opt}$  označuje hodnotu optimální entropie):

1. Nejprve se provede počáteční nastavení koncových uzlů  $t$   $E_{opt}(t) = E(t)$ .
2. Dále se rozhoduje podle hodnot entropie:
  - $E(uzlu) \leq \sum_{c(c \text{ je dítě uzlu})} E_{opt}(c)$  a uzel není kořenový, uzel se nedělí a  $E_{opt}(uzlu) = E(uzlu)$ .
  - $E(uzlu) > \sum_{c(c \text{ je dítě uzlu})} E_{opt}(c)$ , provede se dělení uzlu a  $E_{opt}(uzlu) = \sum_{c(c \text{ je dítě uzlu})} E_{opt}(c)$ .

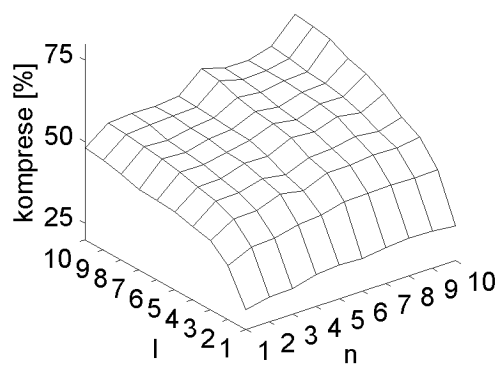
## Kompresí signálů akustické emise

Waveletové balíčky lze s výhodou použít pro kompresi signálů nebo obrazů nebo pro jejich odšumění. Na obr. 3 je uvedena ukázka porovnání komprese signálu akustické emise waveletovou transformací a waveletovými balíčky. Signál akustické emise byl naměřen na povrchu ocelové desky o tloušťce 5 mm při buzení laserovým pulsem na

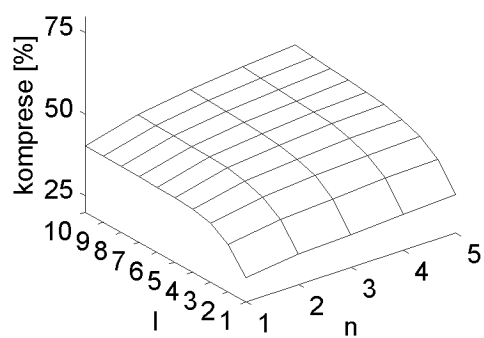
Wavelet - Daubechies



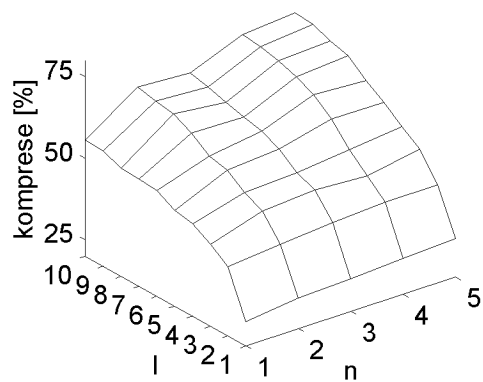
Wavelet packet - Daubechies



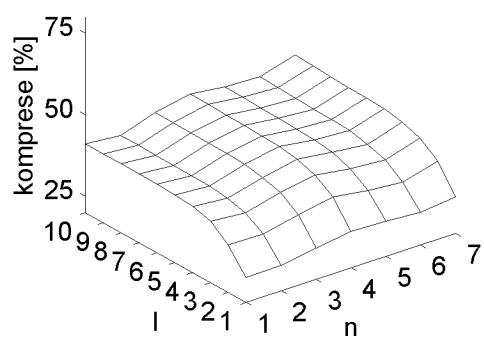
Wavelet - Coifman



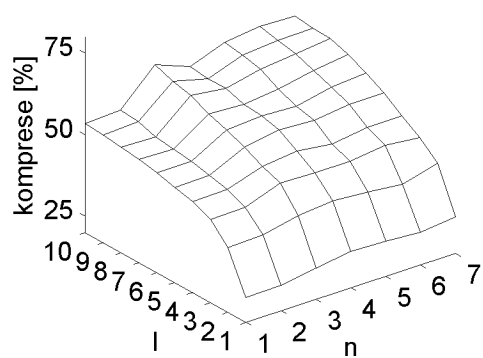
Wavelet packet - Coifman



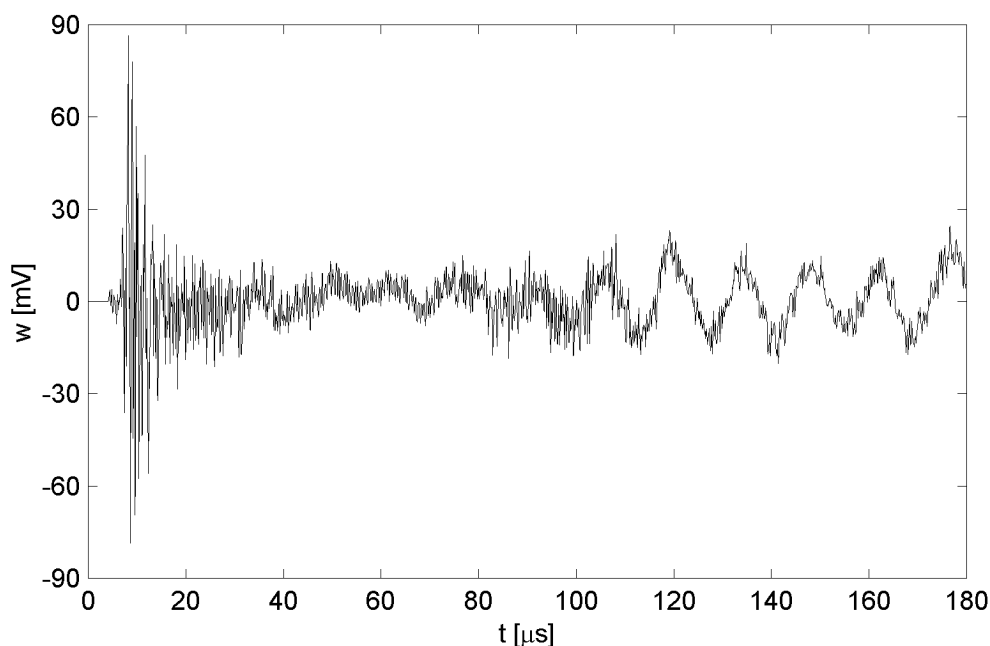
Wavelet - symlets



Wavelet packet - symlets



Obr. 3 Porovnání waveletová komprese s kompresí pomocí waveletových balíčků.



Obr. 4 Signál akustické emise.

stejném povrchu desky, viz obr. 4. Princip komprese je u obou metod, tj. wavelety i waveletové balíčky, obdobný. Tedy

1. provede se rozklad do báze waveletových balíčků,
2. upraví se jednotlivé koeficienty,
3. provede se zpětná transformace.

Dosahovaný kompresní poměr je lepší než u prosté waveletové komprese o 20 až 30 %.

## Literatura

[MisMOP96] M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.-M. Poggi: *Wavelet Toolbox User's Guide*. The MathWorks, Inc. , manuál, 1996. [StrN96] G. Strang, T. Nguyen: *Wavelets and filter banks*. Wellesley-Cambridge Press, 1996. [Kai94] G. Kaiser: *A friendly guide to wavelets*. Birkhauser, 1994. [Dau92] I. Daubechies: *Ten lectures on wavelets*. SIAM, 1992. [CoiW92] R. R. Coifman, M. V. Wickerhauser: *Entropy-based algorithms for best basis selection*. IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. 38, No. 2, pp. 713-718, 1992. [Chu92] C. K. Chui: *An introduction to wavelets*. Academic Press, 1992

*Práce popsaná v tomto článku byla podporovaná Grantovou agenturou České republiky prostřednictvím grantu č. 101/97/1074 „Charakterizace zdrojů AE v ocelových konstrukcích“ a uskutečněna v Ústavu fyzikálního inženýrství (společné pracoviště ÚT AV ČR Praha a FAV ZČU Plzeň), Centru diagnostiky materiálu.*