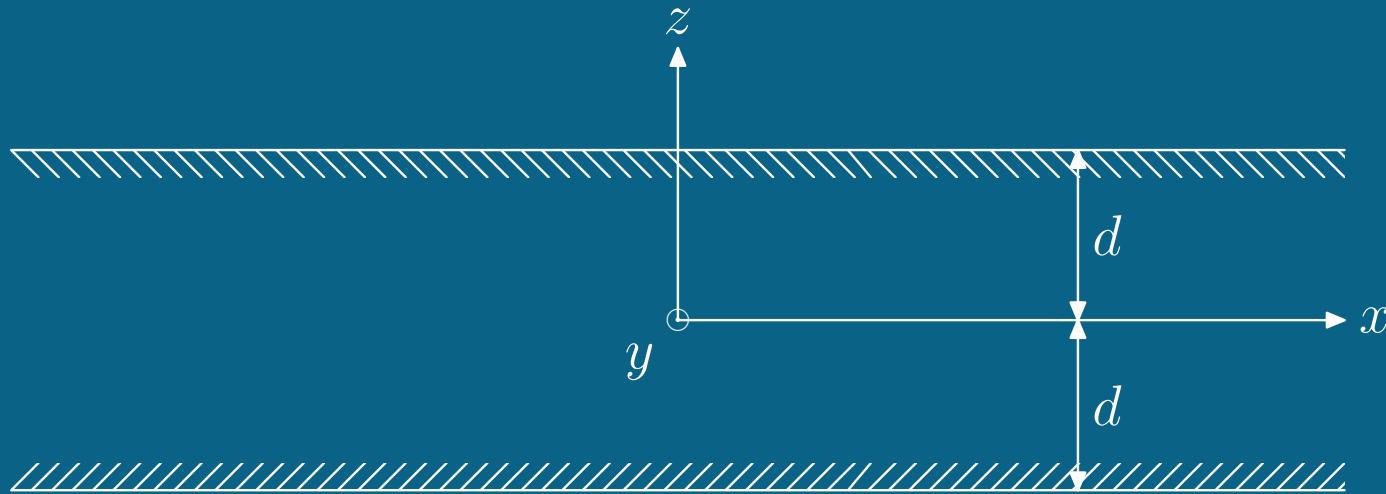


INTERPRETACE FALEŠNÝCH KOŘENŮ OBJEVUJÍCÍCH SE VE VÝPOČTECH DISPERZNÍCH KŘIVEK TLUSTÝCH DESEK

P. Hora, O. Červená
Ústav termomechaniky AV ČR, v.v.i.

Příspěvek vznikl na základě podpory projektu GA ČR č. 101/06/1689
Analýza komponent modelu systému pro metodiku akustické emise
a záměru ÚT AV ČR, v.v.i., AV0Z20760514.

Úvod



- nekonečná tlustá deska
- volné okrajové podmínky
- izotropní materiál
- ortotropní materiál - orientace (001)

Izotropní deska

Disperzní závislosti

- pro symetrické módy:

$$4\delta\beta \sinh(kd\delta) \cosh(kd\beta) - \left(\frac{c^2}{c_2^2} - 2\right)^2 \sinh(kd\beta) \cosh(kd\delta) = 0,$$

- pro antisymetrické módy:

$$4\delta\beta \sinh(kd\beta) \cosh(kd\delta) - \left(\frac{c^2}{c_2^2} - 2\right)^2 \sinh(kd\delta) \cosh(kd\beta) = 0,$$

kde

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c_1^2}}, \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c_2^2}},$$

k – vlnové číslo,

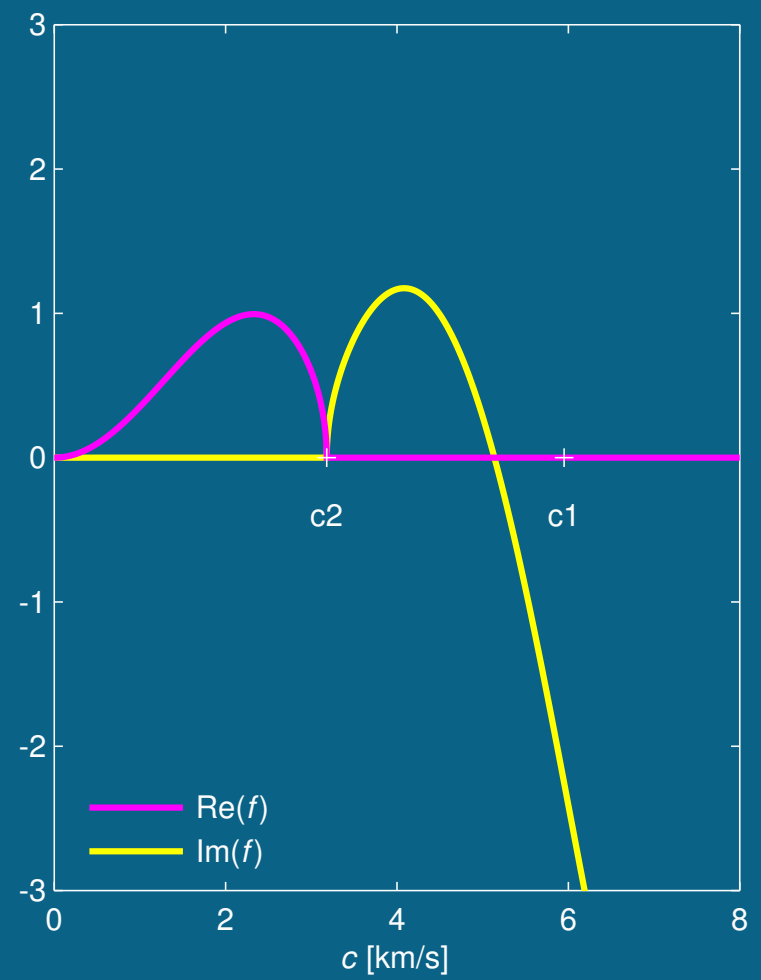
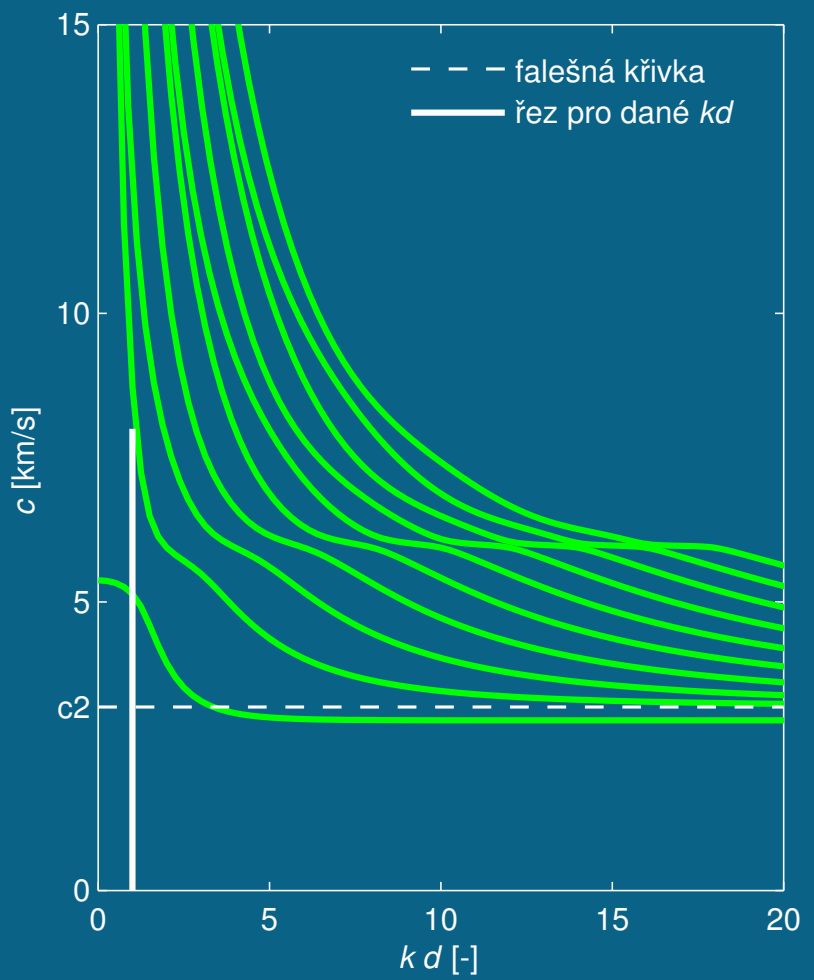
d – polovina tloušťky desky,

c – fázová rychlost,

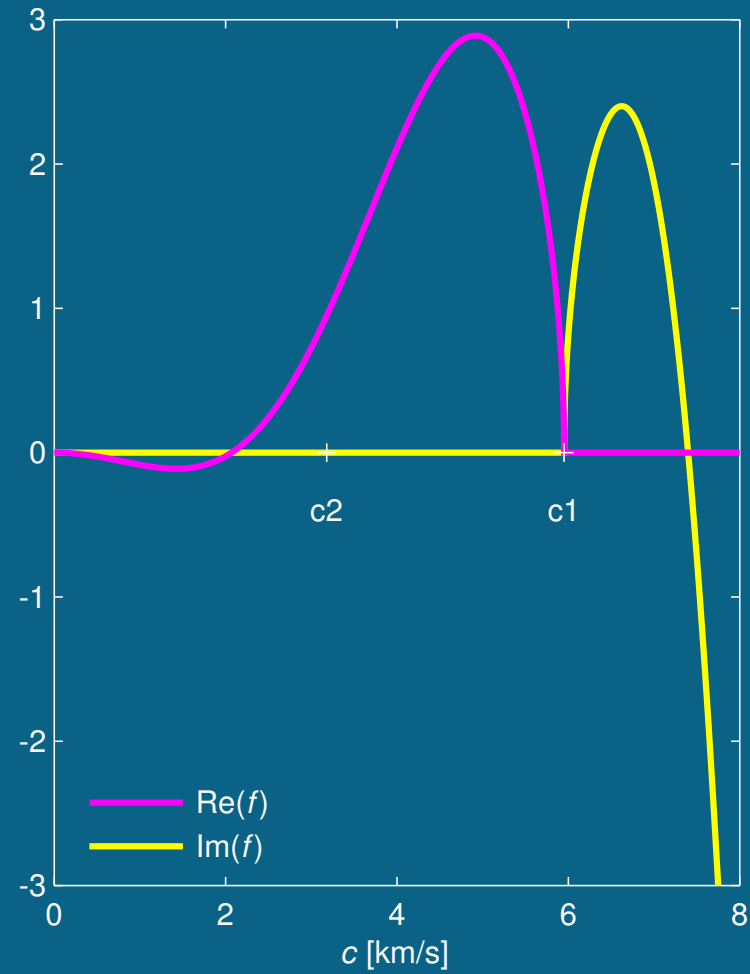
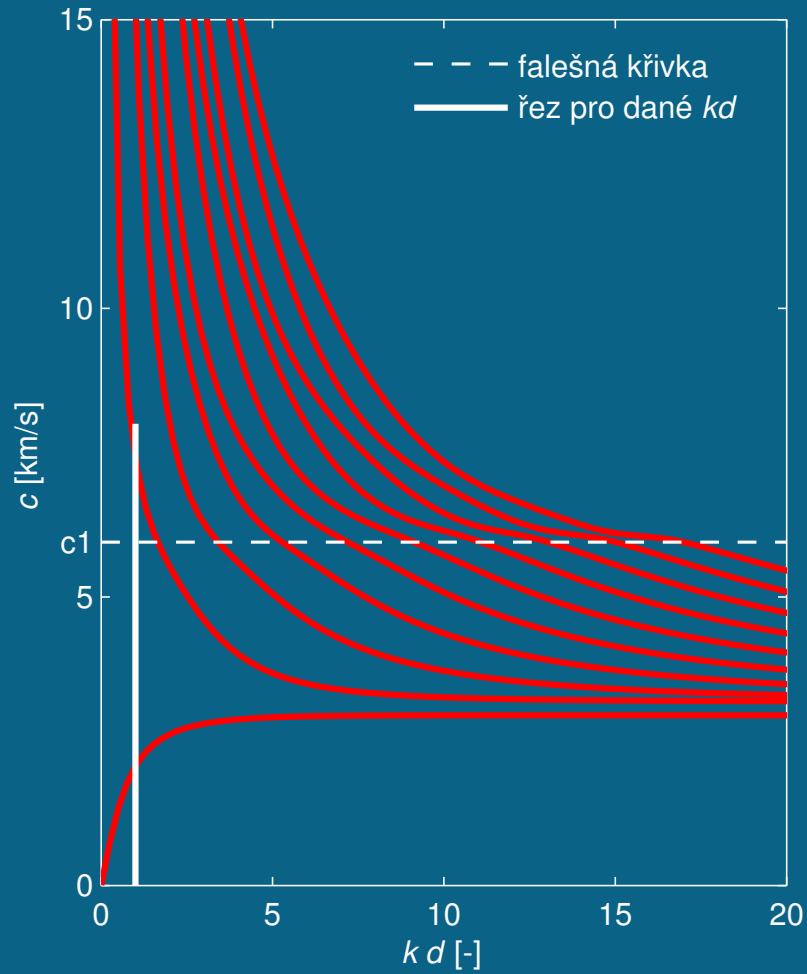
c_1 – rychlost podélných vln,

c_2 – rychlost příčných vln.

Disperzní křivky pro symetrické módy izotropní desky



Disperzní křivky pro antisymetrické módy izotropní desky



Ortotropní deska

Disperzní vztahy pro obecný úhel šíření ϕ

- pro symetrické módy:

$$\cotg \left(l_z^{(1)} kd \right) A + \cotg \left(l_z^{(3)} kd \right) B + \cotg \left(l_z^{(5)} kd \right) C = 0,$$

- pro antisymetrické módy:

$$\tg \left(l_z^{(1)} kd \right) A + \tg \left(l_z^{(3)} kd \right) B + \tg \left(l_z^{(5)} kd \right) C = 0,$$

kde

$$A = \left(D_x^{(3)} D_y^{(5)} - D_x^{(5)} D_y^{(3)} \right) \left[D_z^{(1)} + \left(E_x^{(1)} - E_y^{(1)} \right) \cos \phi \left(c_{13} - c_{23} \right) \right] c_{44} c_{55},$$

$$B = \left(D_x^{(5)} D_y^{(1)} - D_x^{(1)} D_y^{(5)} \right) \left[D_z^{(3)} + \left(E_x^{(3)} - E_y^{(3)} \right) \cos \phi \left(c_{13} - c_{23} \right) \right] c_{44} c_{55},$$

$$C = \left(D_x^{(1)} D_y^{(3)} - D_x^{(3)} D_y^{(1)} \right) \left[D_z^{(5)} + \left(E_x^{(5)} - E_y^{(5)} \right) \cos \phi \left(c_{13} - c_{23} \right) \right] c_{44} c_{55},$$

$$\left. \begin{aligned}
 D_x^{(n)} &= \alpha_x^{(n)} l_z^{(n)} + \alpha_z^{(n)}, \\
 D_y^{(n)} &= \alpha_y^{(n)} l_z^{(n)}, \\
 D_z^{(n)} &= \alpha_z^{(n)} l_z^{(n)} c_{33} + \alpha_x^{(n)} c_{23}, \\
 E_x^{(n)} &= \alpha_x^{(n)} \cos \phi, \\
 E_y^{(n)} &= \alpha_y^{(n)} \sin \phi, \\
 \alpha_x^{(n)} &= c_{33} g_1 l_z^{(n)4} + (g_1 g_2 + c_{33} g_3 - g_4^2) l_z^{(n)2} + g_2 g_3, \\
 \alpha_y^{(n)} &= -c_{33} g_5 l_z^{(n)4} + (g_4 g_6 + c_{33} g_7 - g_2 g_5) l_z^{(n)2} + g_2 g_7, \\
 \alpha_z^{(n)} &= \left((g_4 g_5 - g_1 g_6) l_z^{(n)2} - (g_3 g_6 + g_4 g_7) \right) l_z^{(n)},
 \end{aligned} \right\} \text{ pro } n = 1, 3, 5$$

$$g_1 = \sin^2 \phi c_{55} + \cos^2 \phi c_{44},$$

$$g_2 = \sin^2 \phi c_{44} + \cos^2 \phi c_{55} - \rho c^2,$$

$$g_3 = \sin^2 \phi \cos^2 \phi (c_{11} - 2c_{12} + c_{22} - 4c_{66}) + c_{66} - \rho c^2,$$

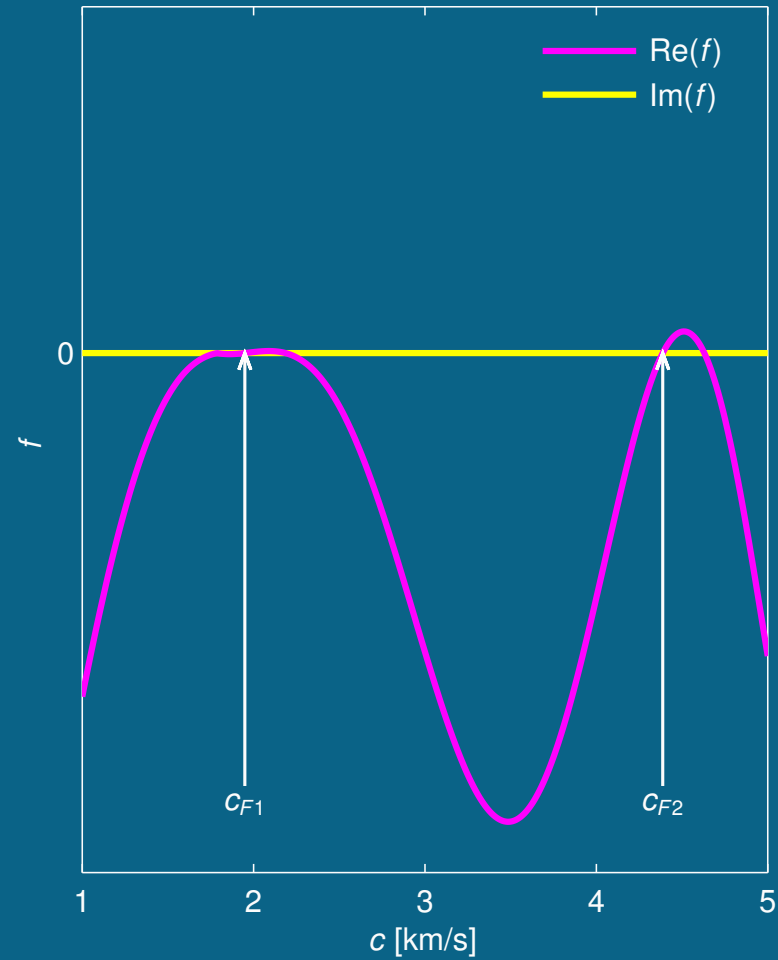
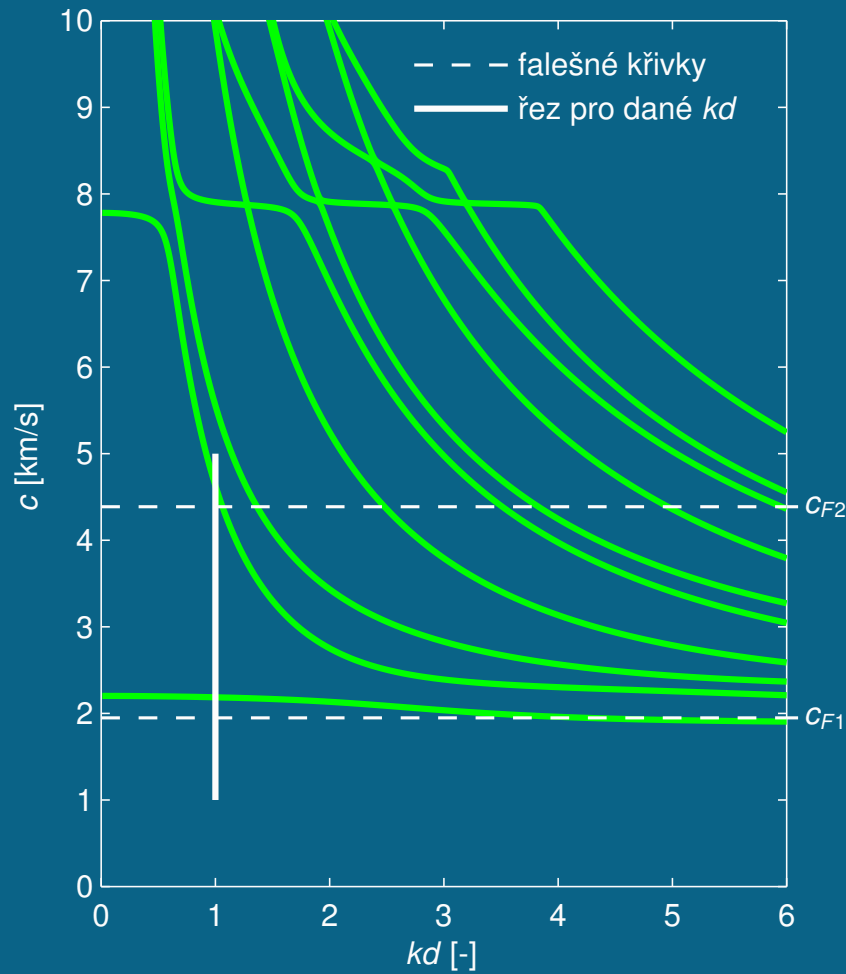
$$g_4 = \sin \phi \cos \phi (c_{23} - c_{13} + c_{44} - c_{55}),$$

$$g_5 = \sin \phi \cos \phi (c_{44} - c_{55}),$$

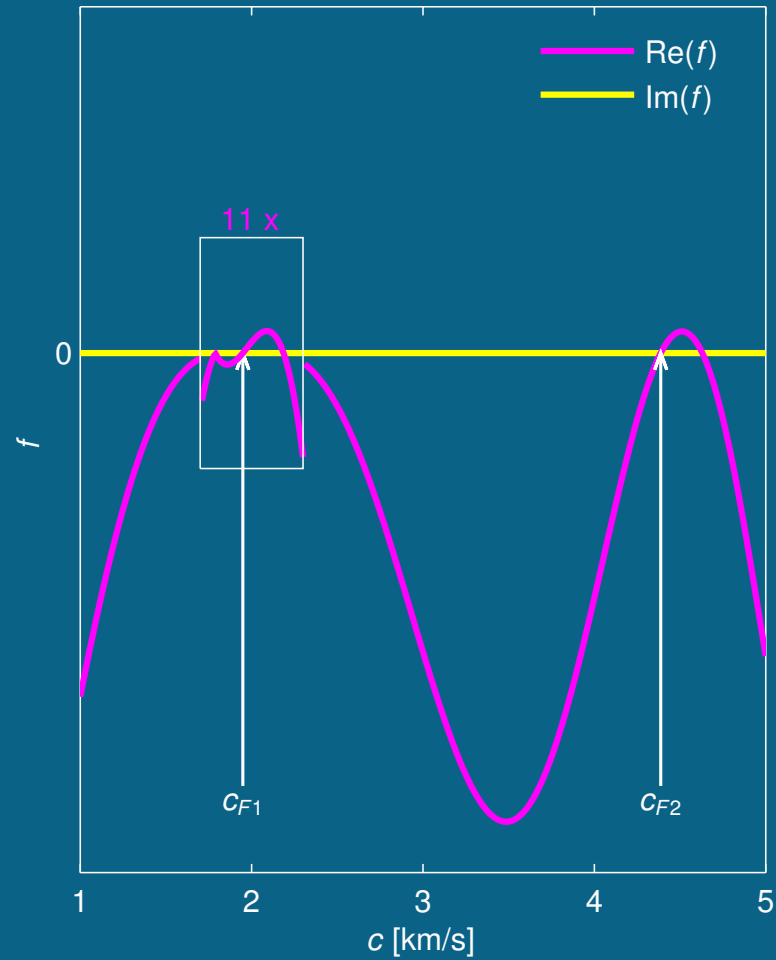
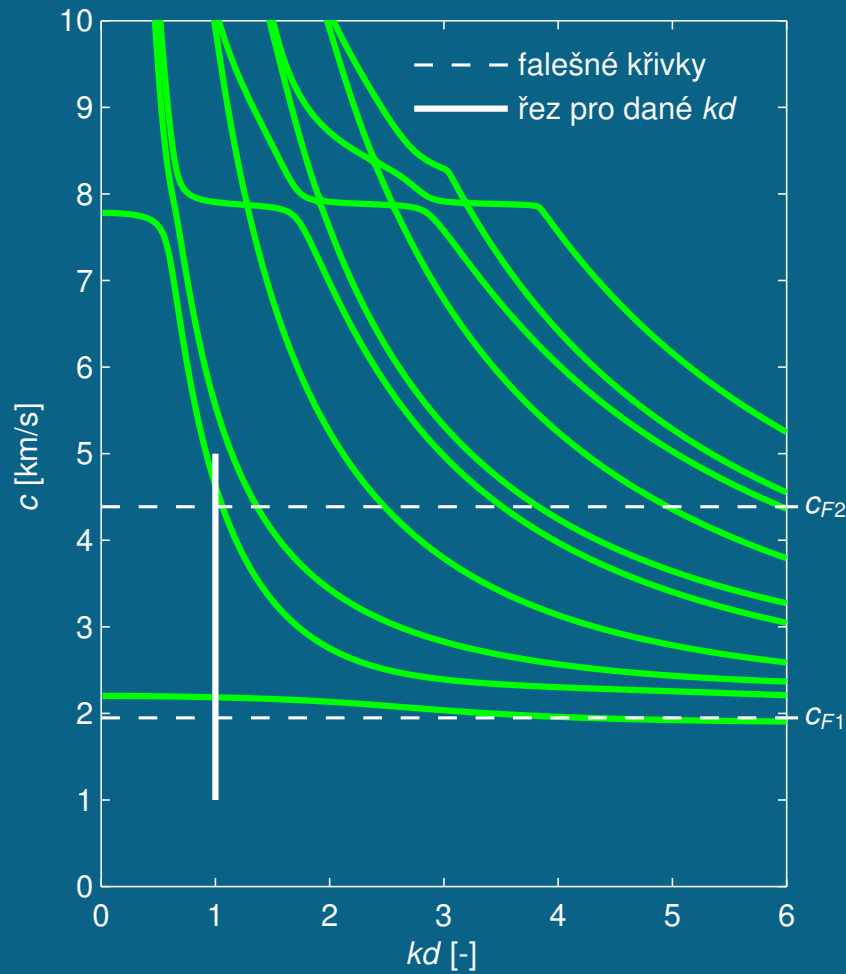
$$g_6 = \sin^2 \phi (c_{23} + c_{44}) + \cos^2 \phi (c_{13} + c_{55}),$$

$$g_7 = \sin \phi \cos \phi (c_{12} - c_{22} + 2c_{66} + (c_{11} - 2c_{12} + c_{22} - 4c_{66}) \cos^2 \phi).$$

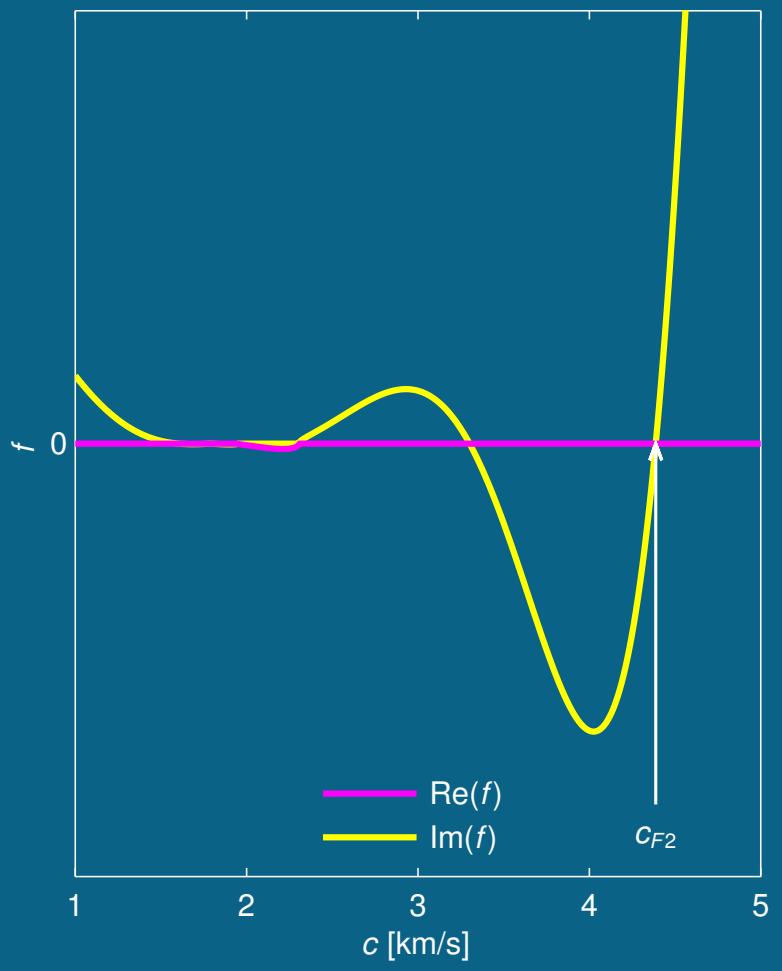
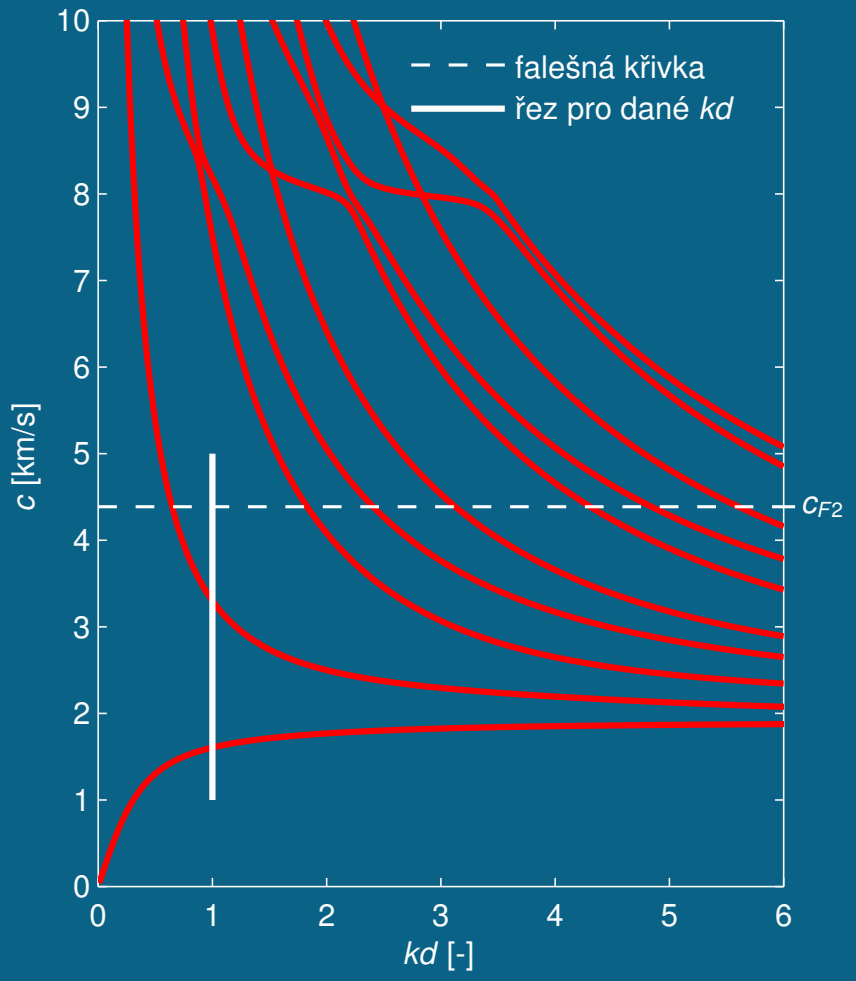
Disperzní křivky pro symetrické módy v ortotropní desce a směr šíření 30°



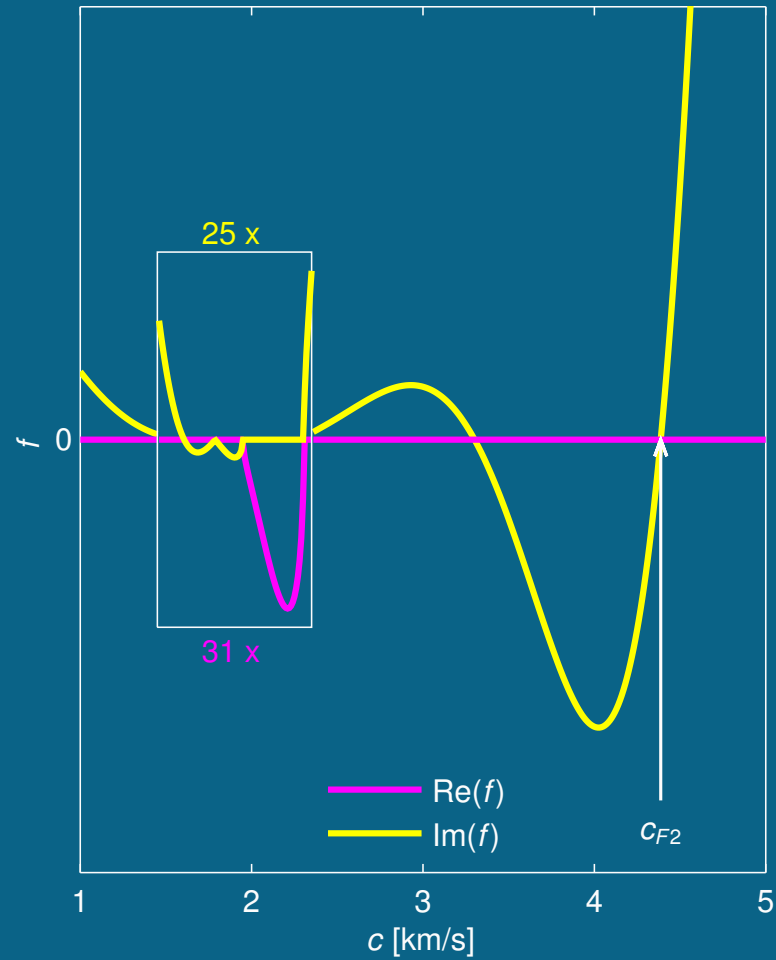
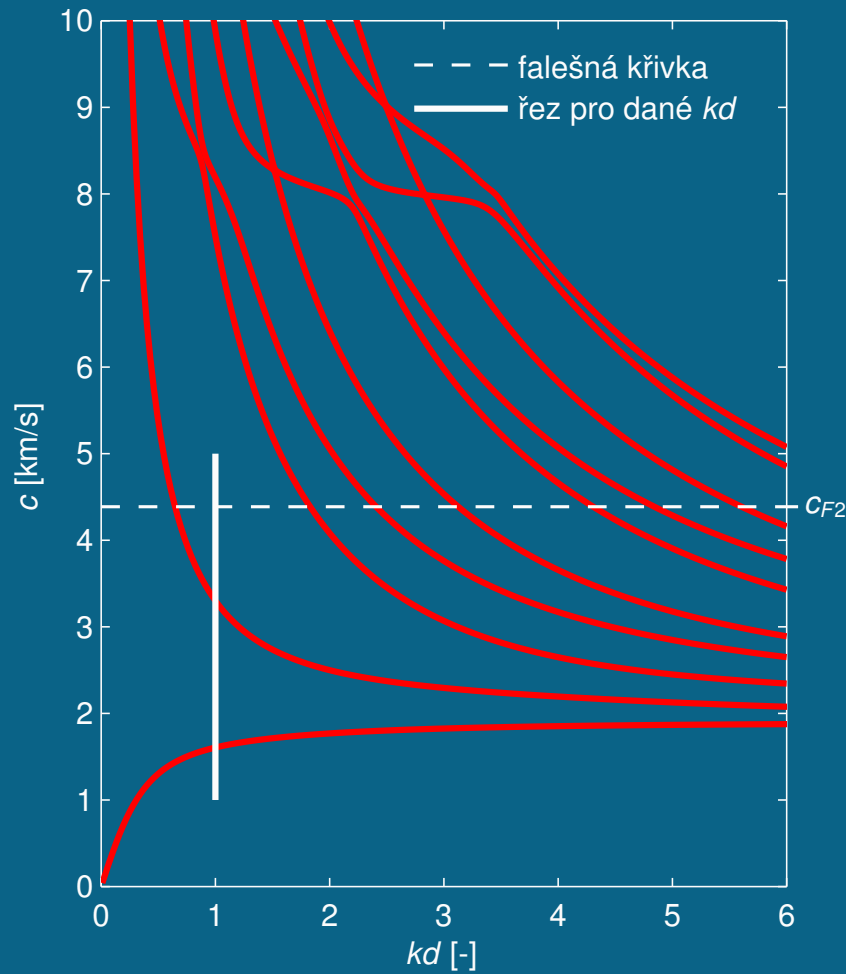
Disperzní křivky pro symetrické módy v ortotropní desce a směr šíření 30°



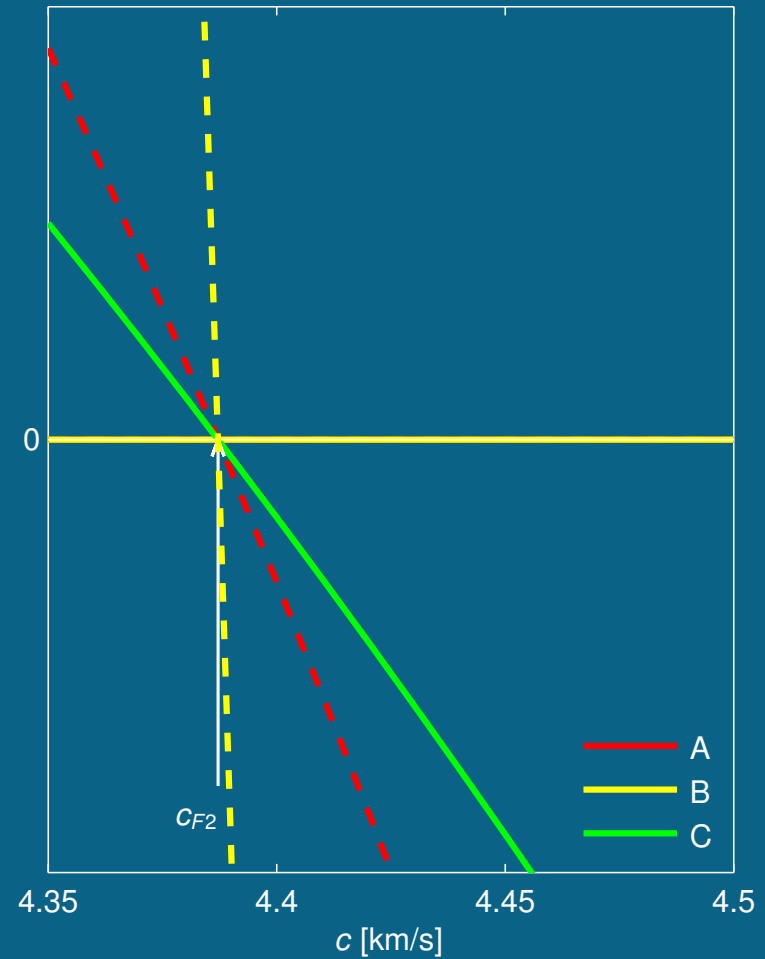
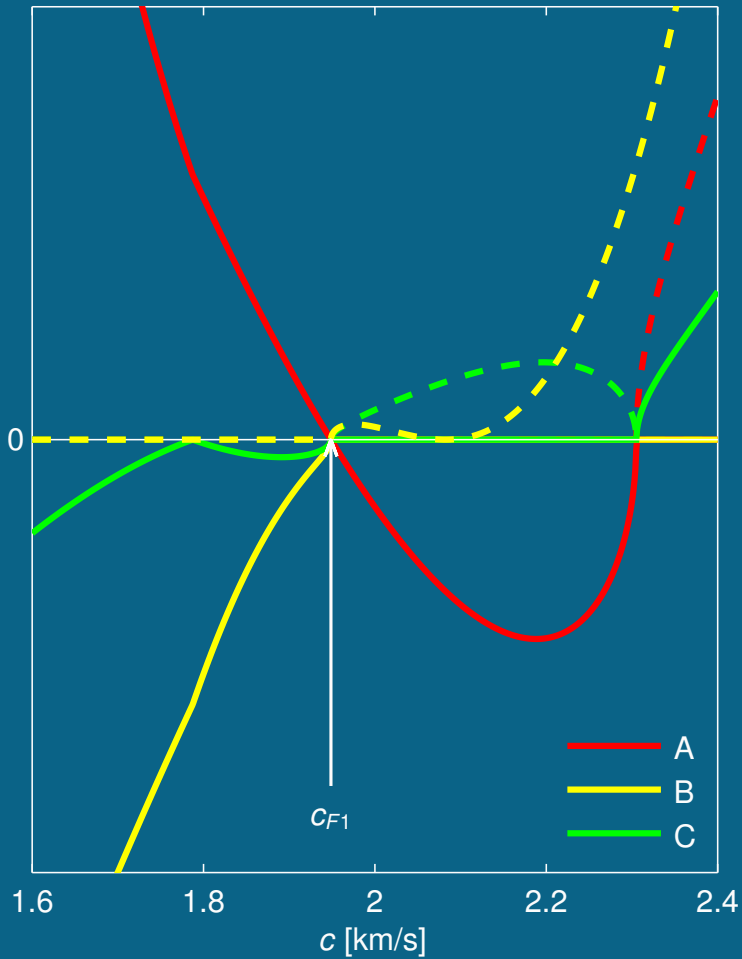
Disperzní křivky pro antisymetrické módy v ortotropní desce a směr šíření 30°



Disperzní křivky pro antisymetrické módy v ortotropní desce a směr šíření 30°



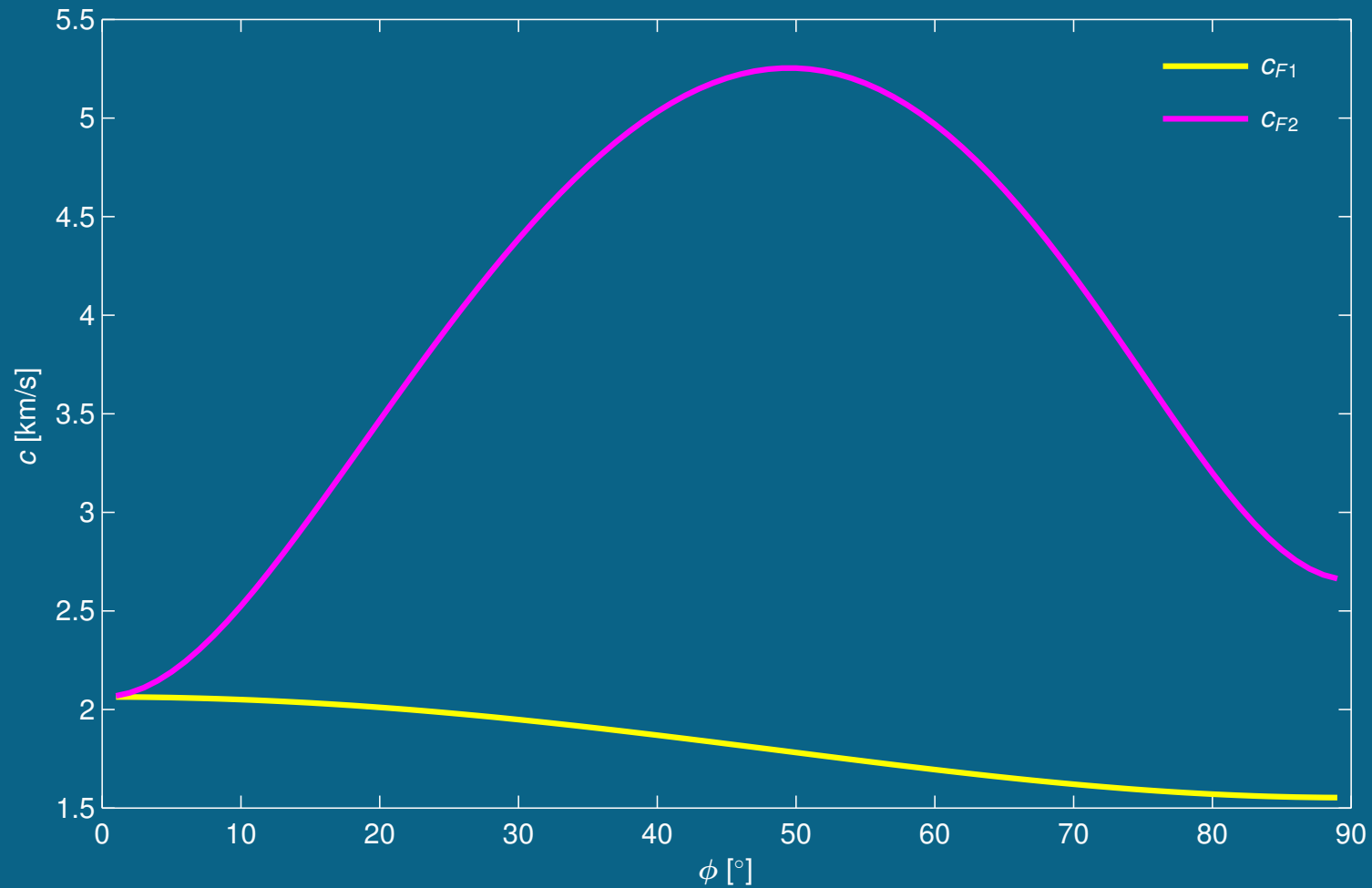
Průběhy parametrů A,B,C pro ortotropní desku pro $\phi = 30^\circ$



— reálná část

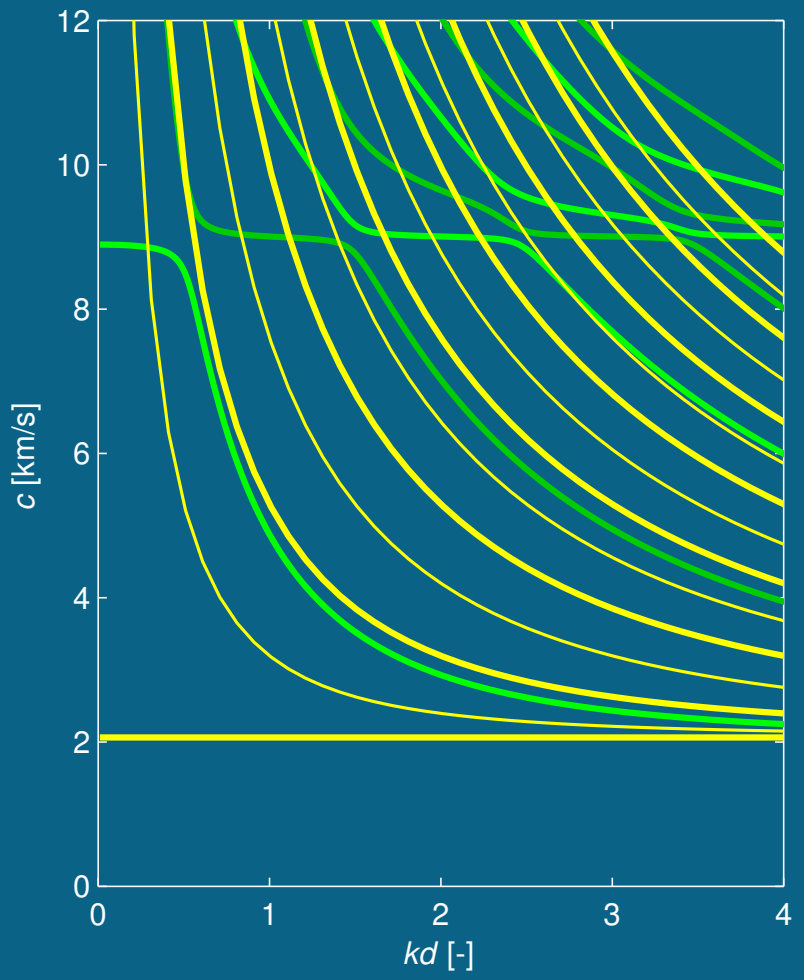
- - - imaginární část

Závislost falešných kořenů (rychlostí) na směru šíření ϕ

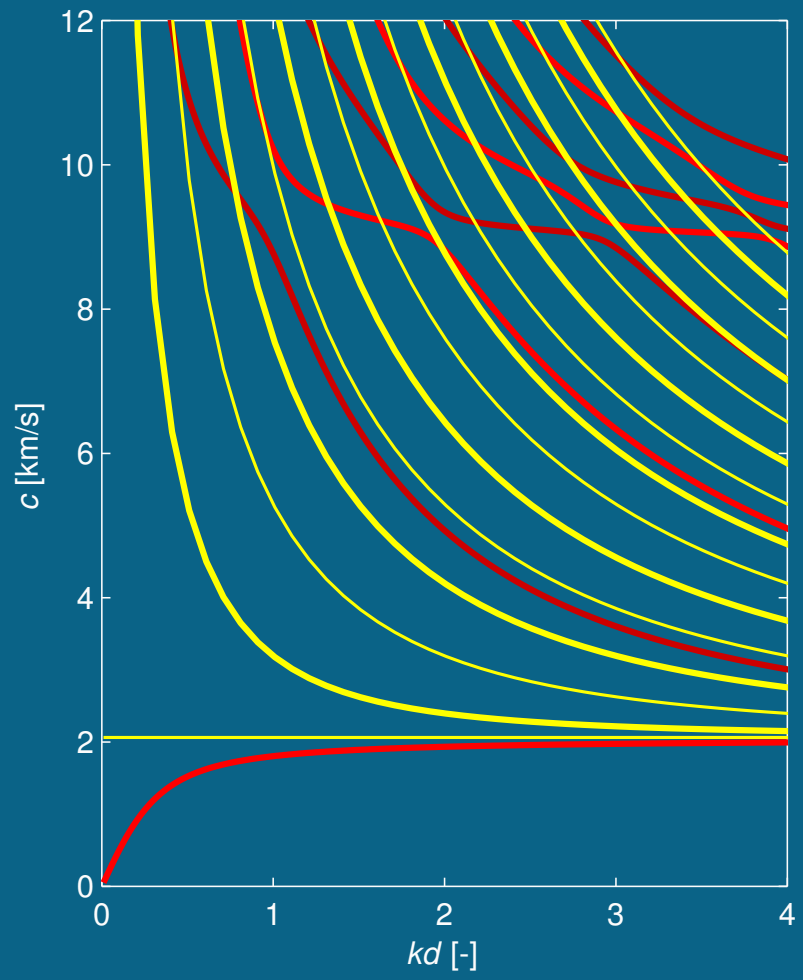


Směr šíření $\phi = 0^\circ$

symetrické módy, SH módy

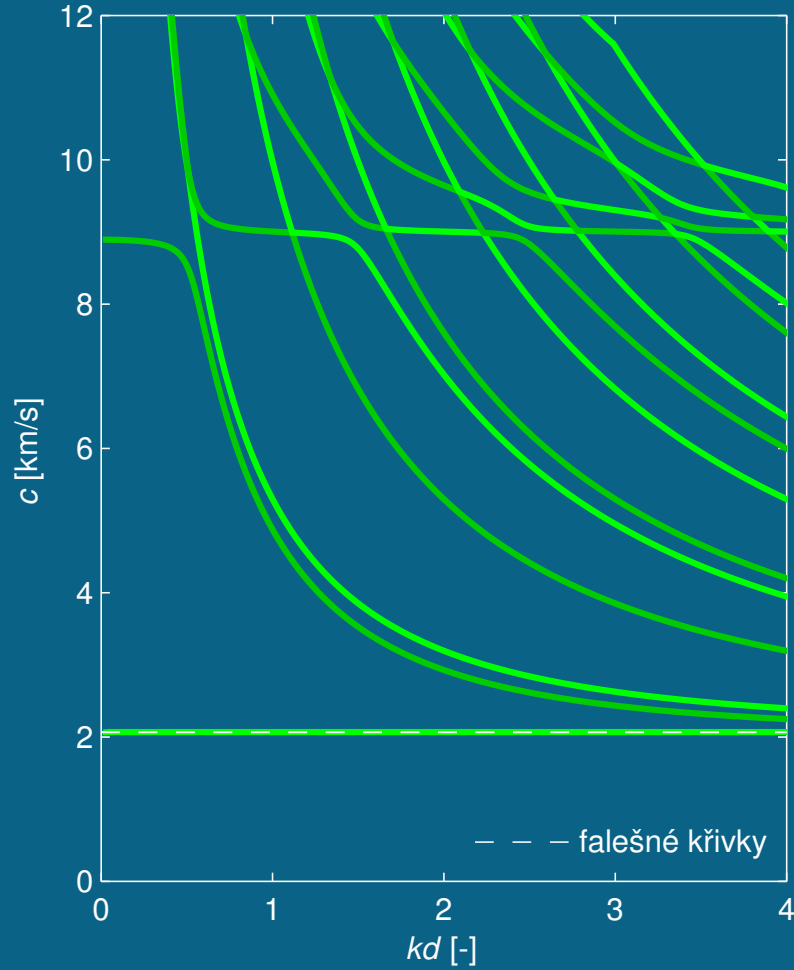


antisymetrické módy, SH módy

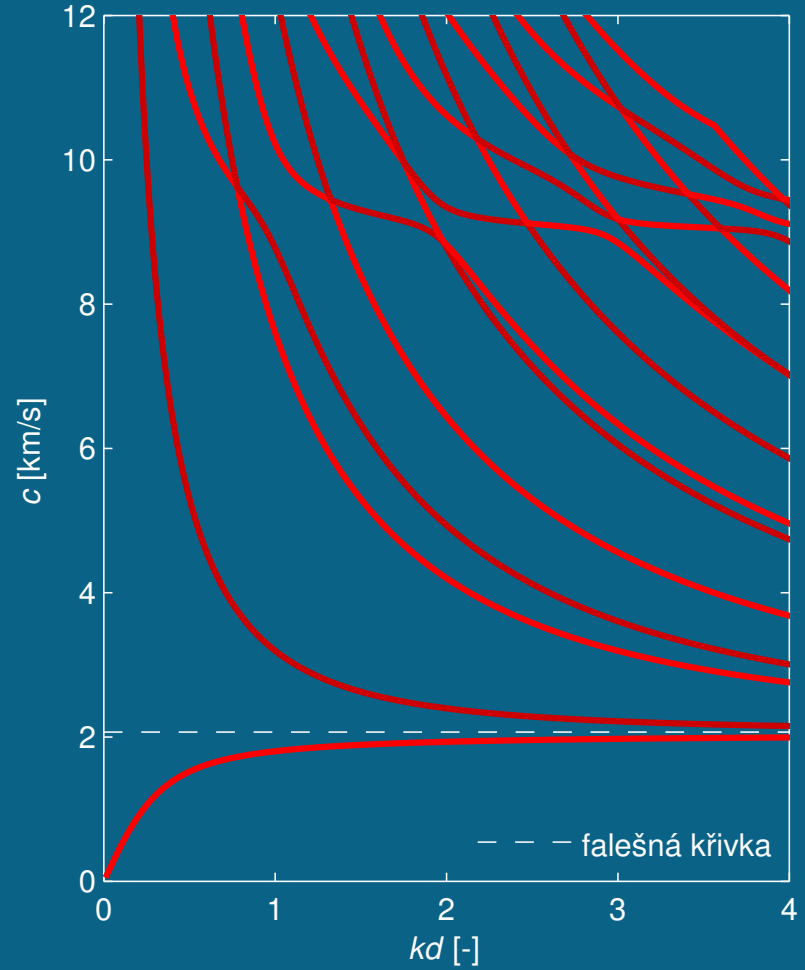


Směr šíření $\phi = 1^\circ$

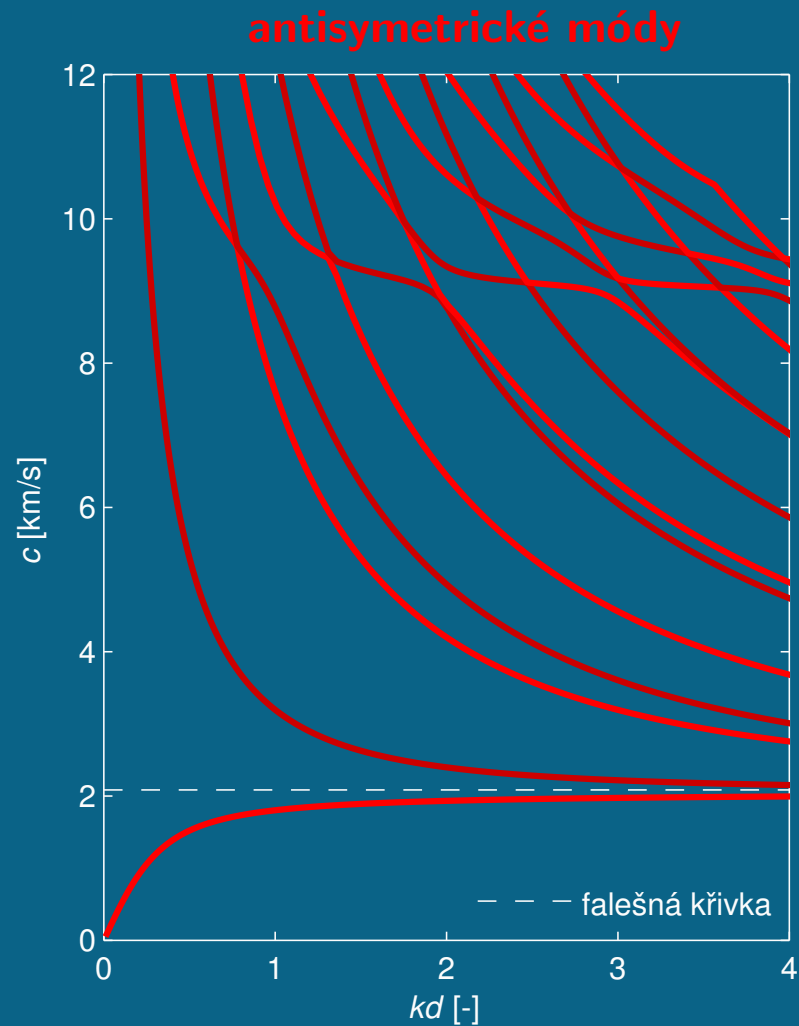
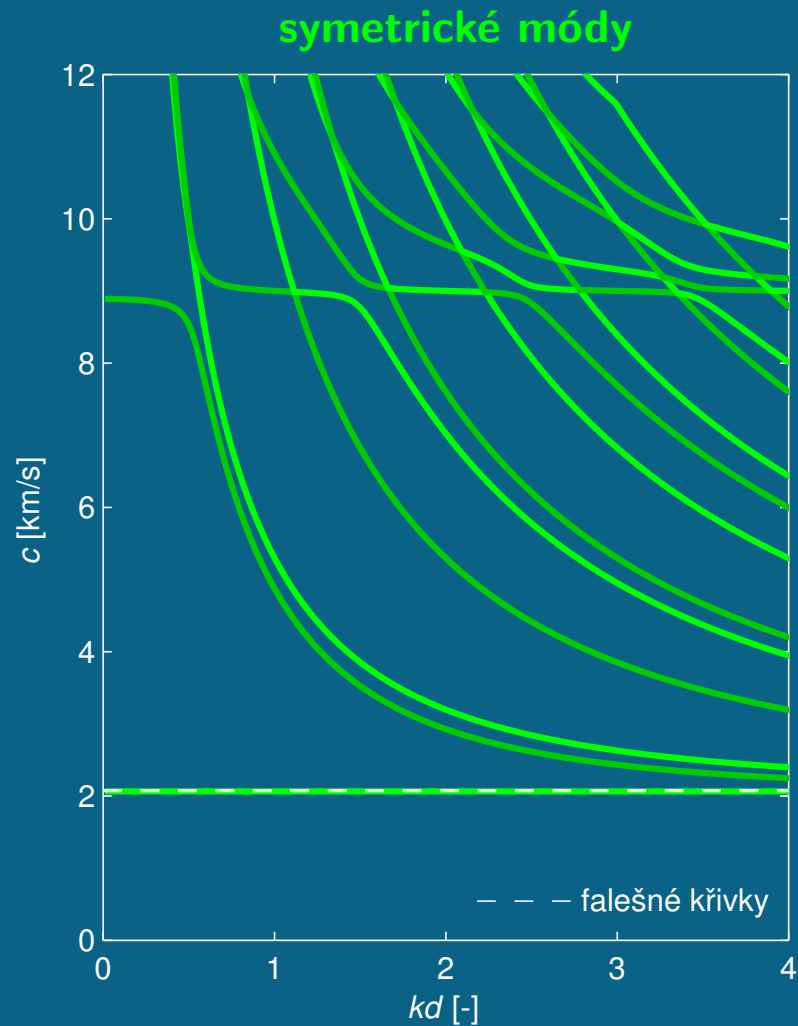
symetrické módy



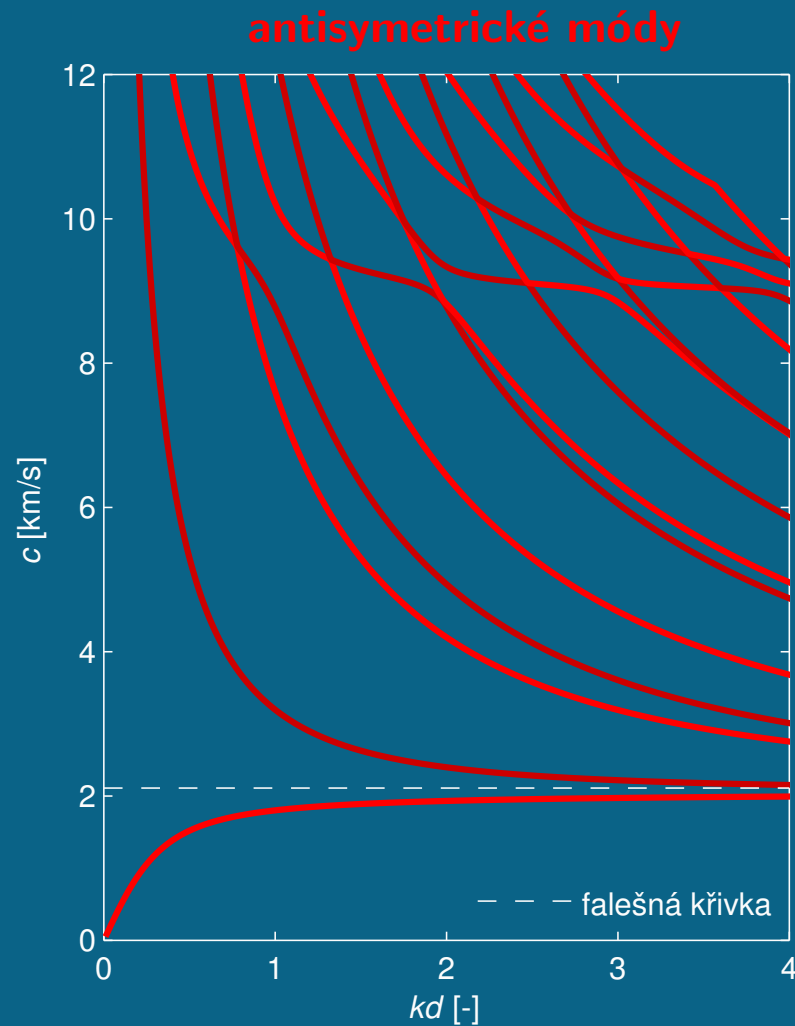
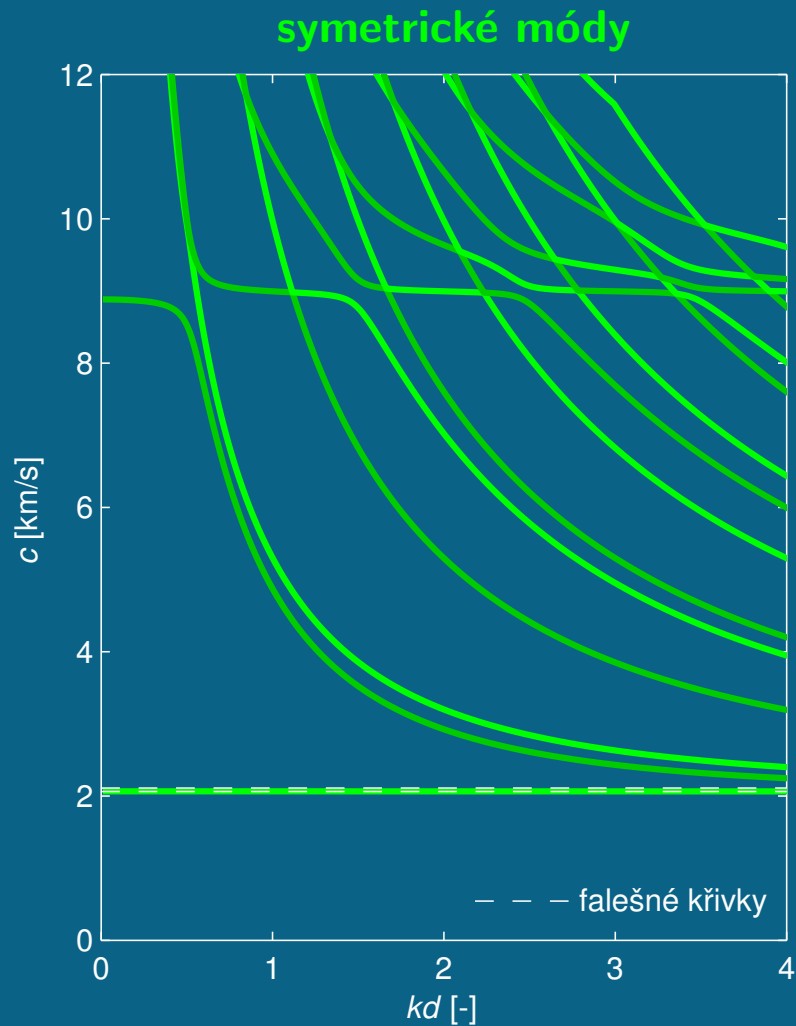
antisymetrické módy



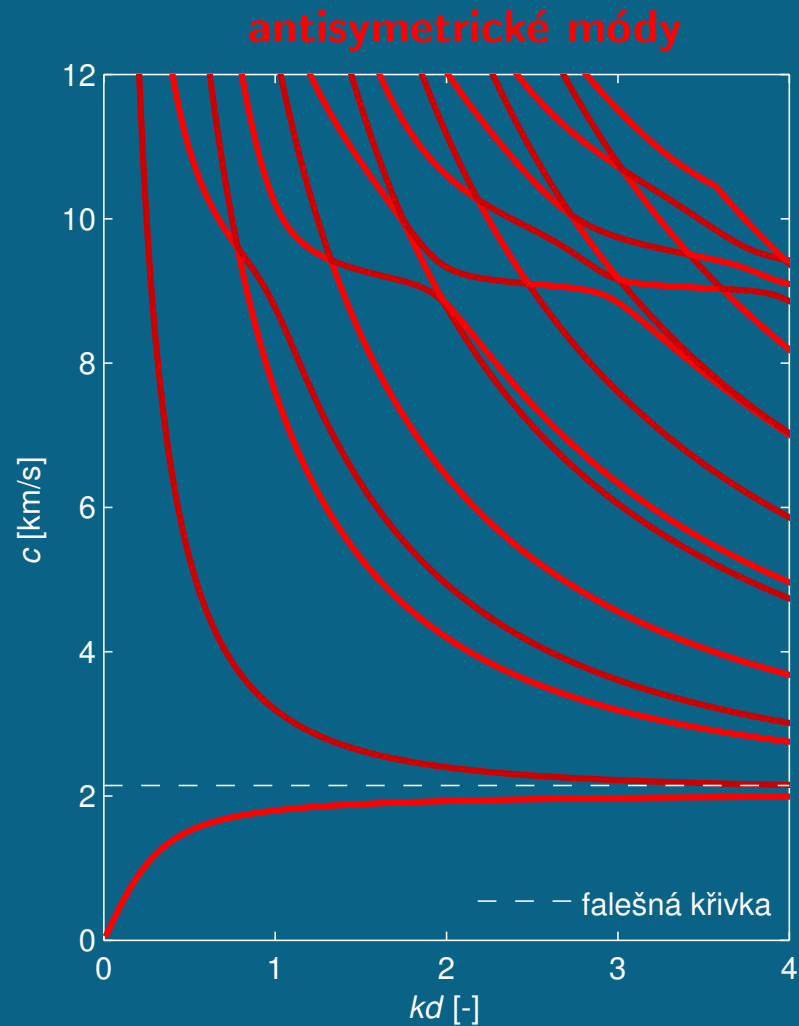
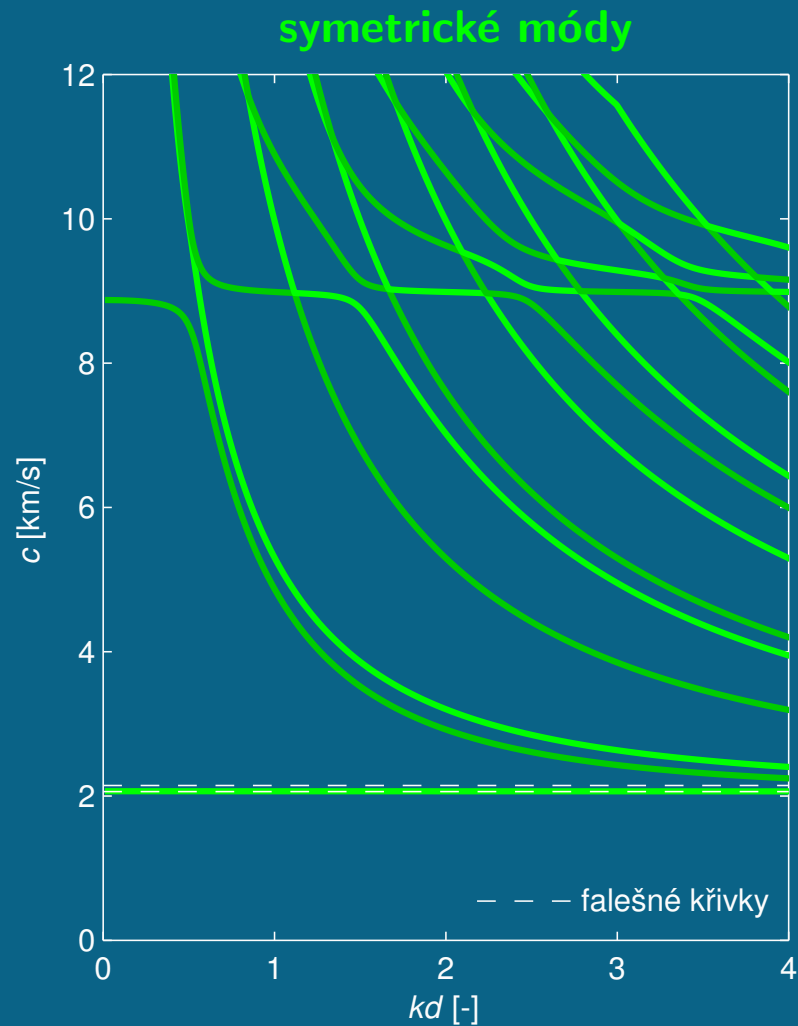
Směr šíření $\phi = 2^\circ$



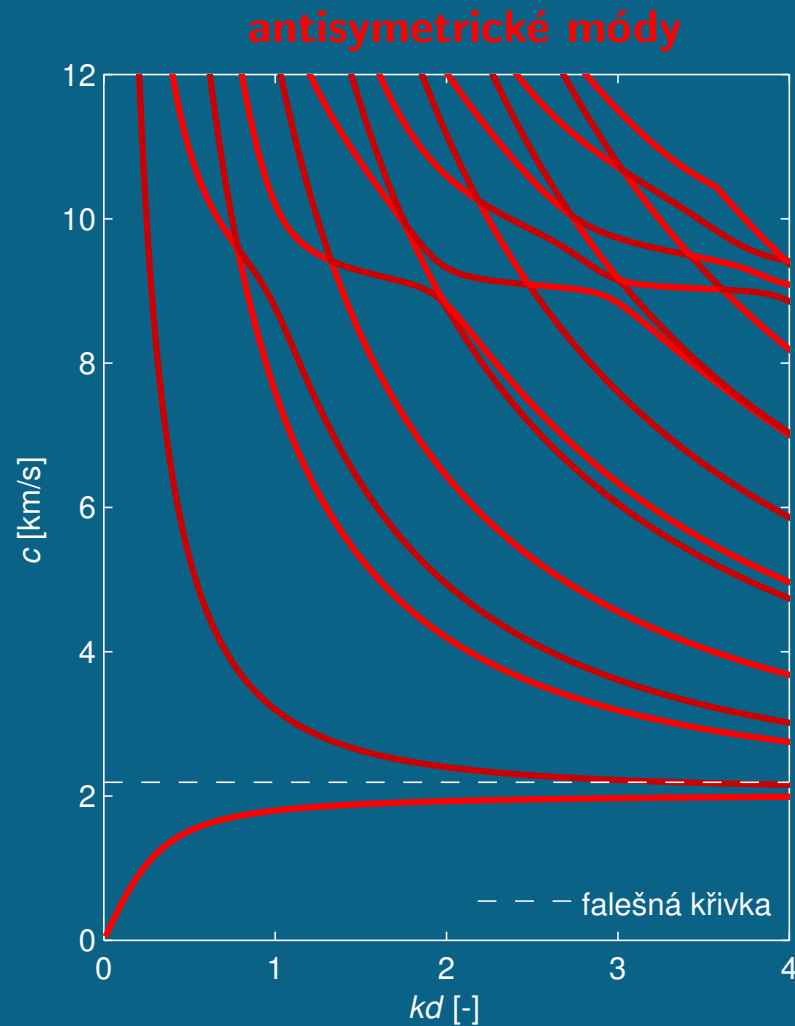
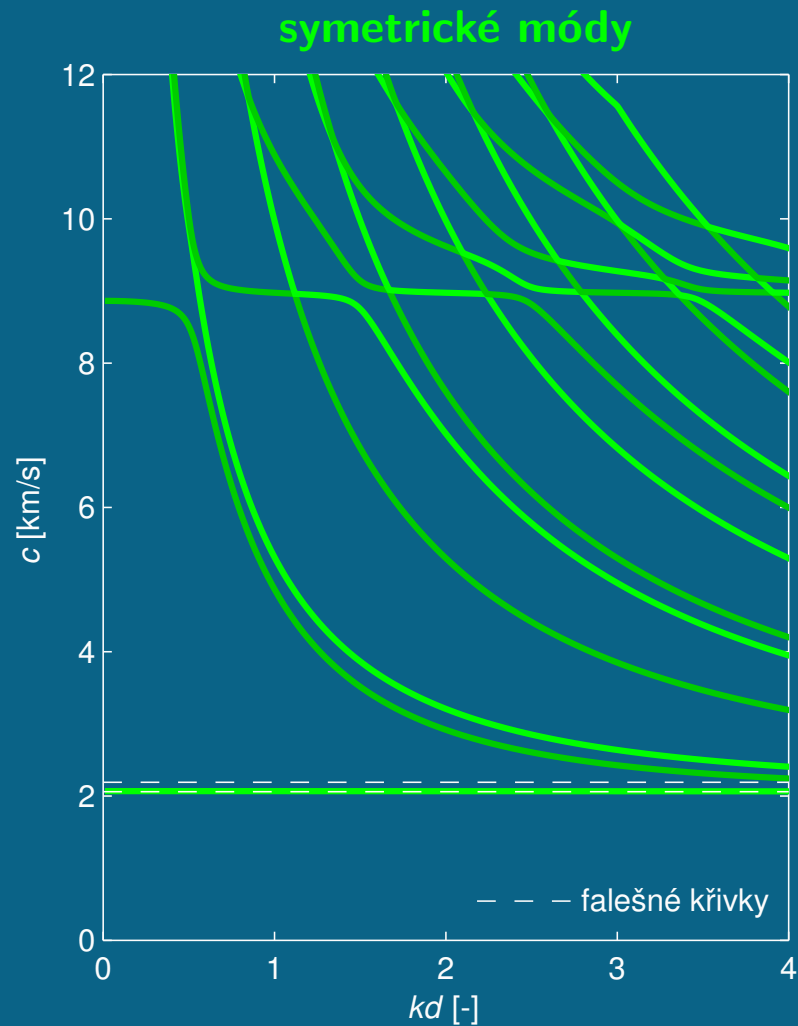
Směr šíření $\phi = 3^\circ$



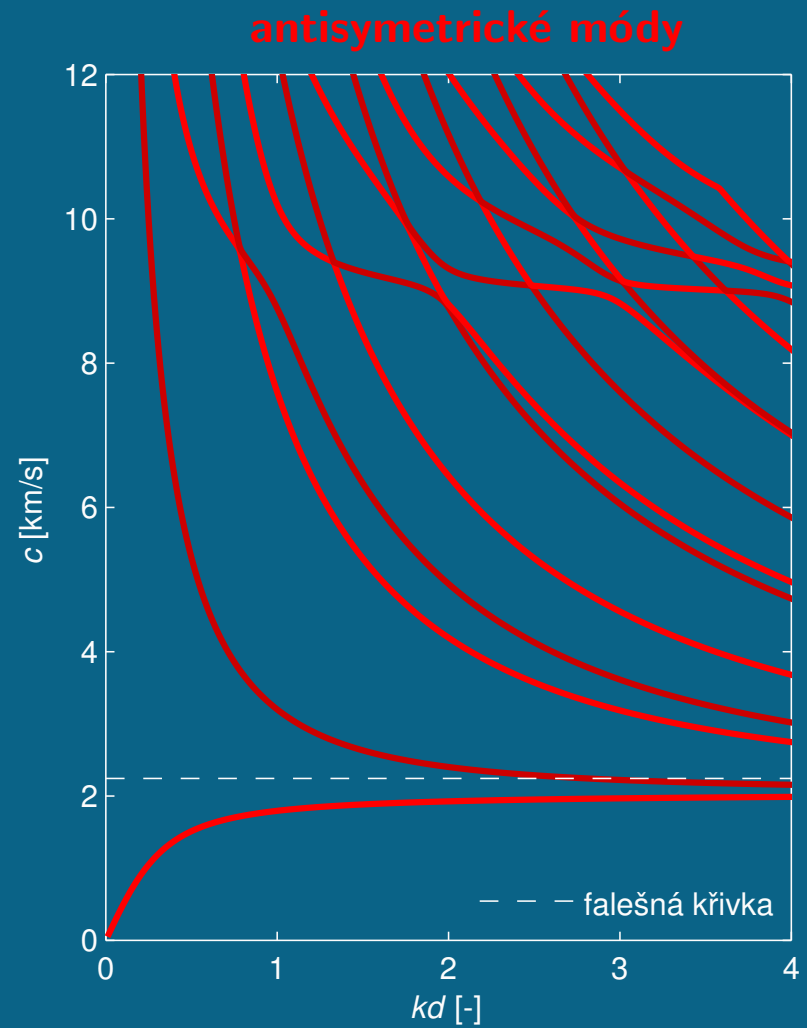
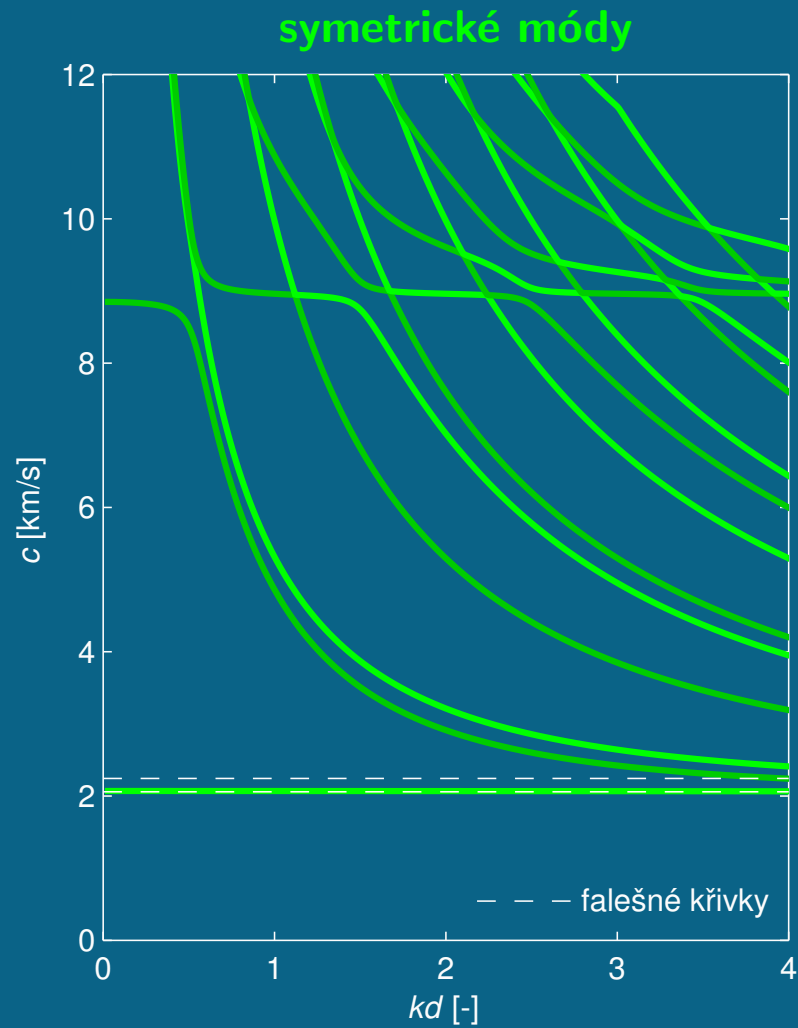
Směr šíření $\phi = 4^\circ$



Směr šíření $\phi = 5^\circ$

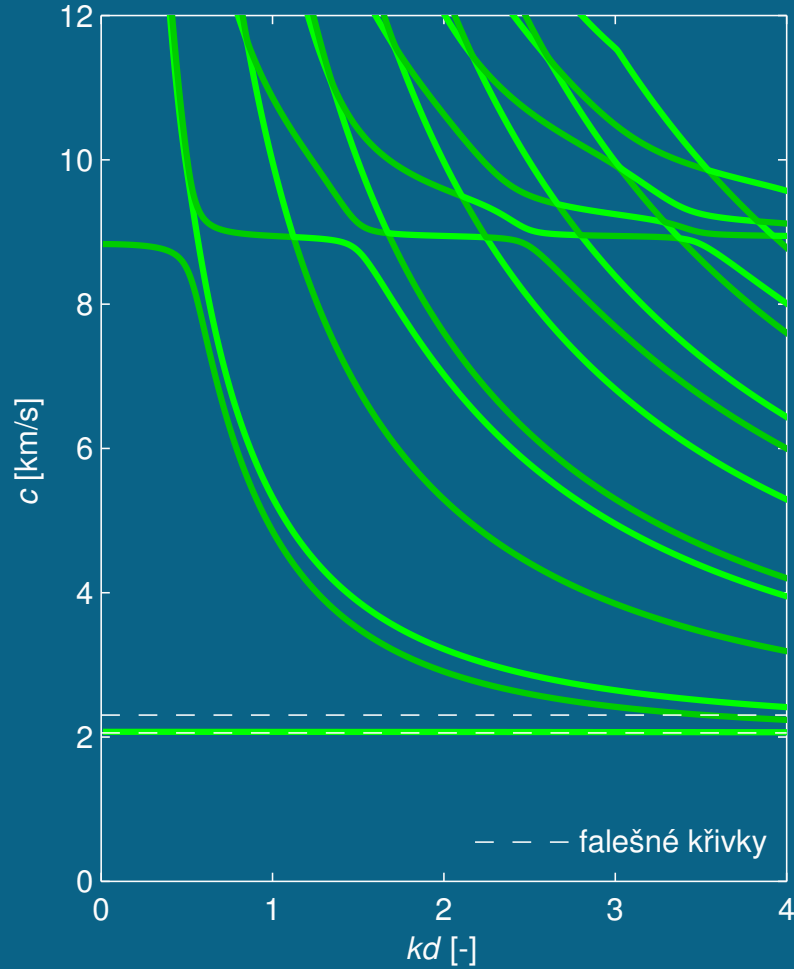


Směr šíření $\phi = 6^\circ$

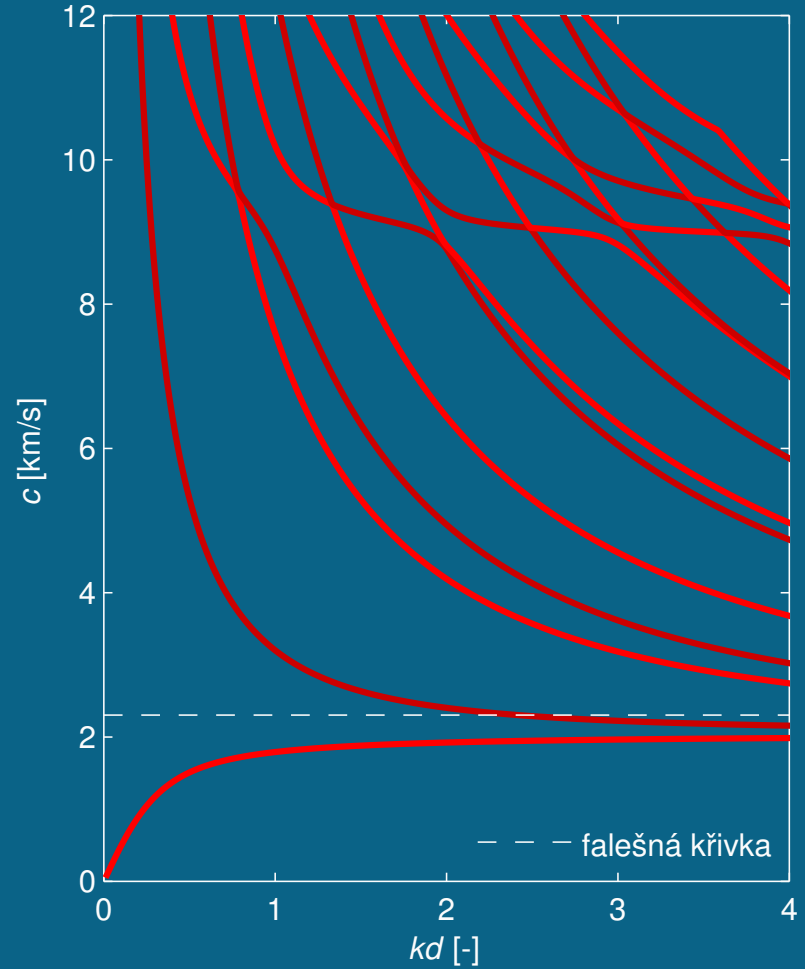


Směr šíření $\phi = 7^\circ$

symetrické módy

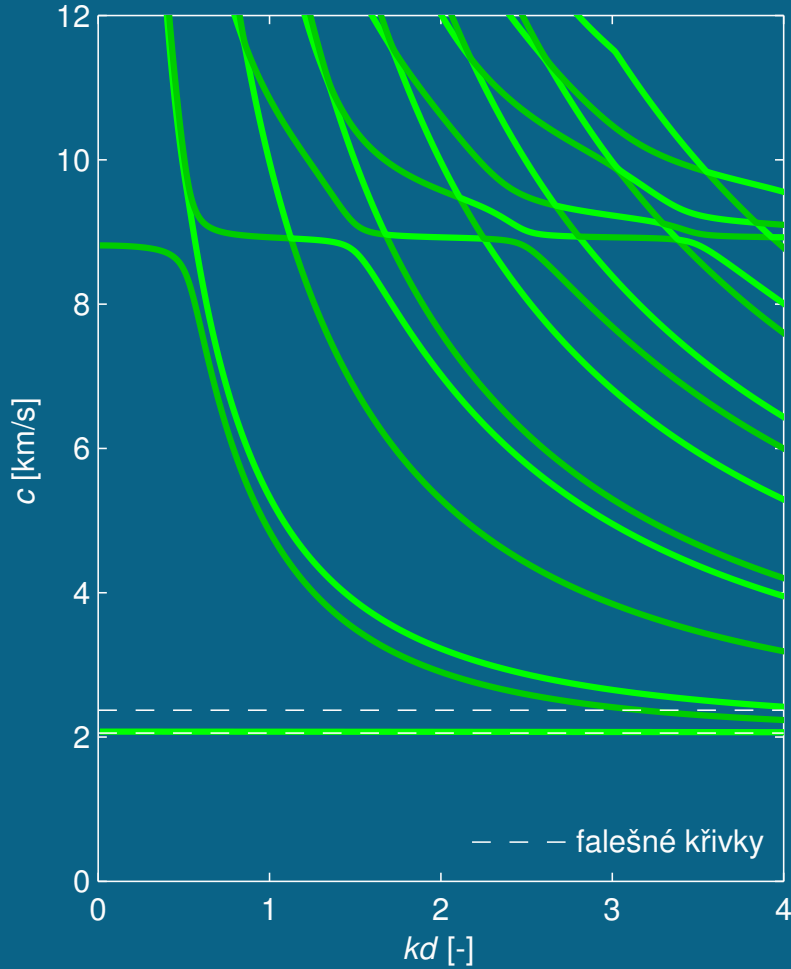


antisymetrické módy

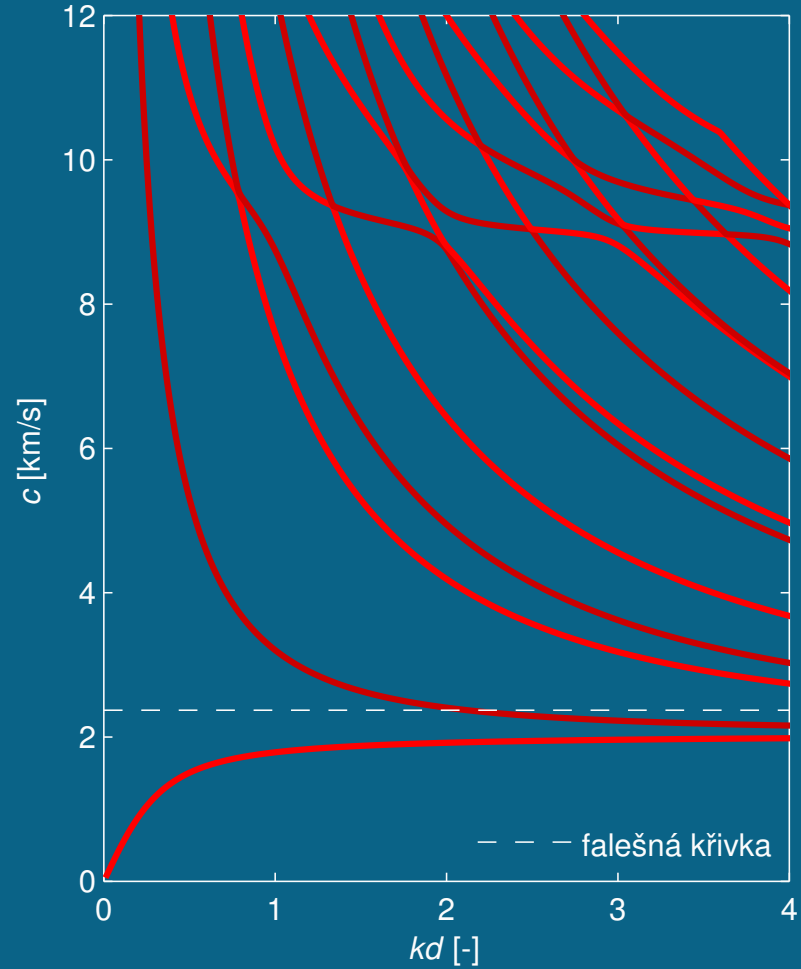


Směr šíření $\phi = 8^\circ$

symetrické módy

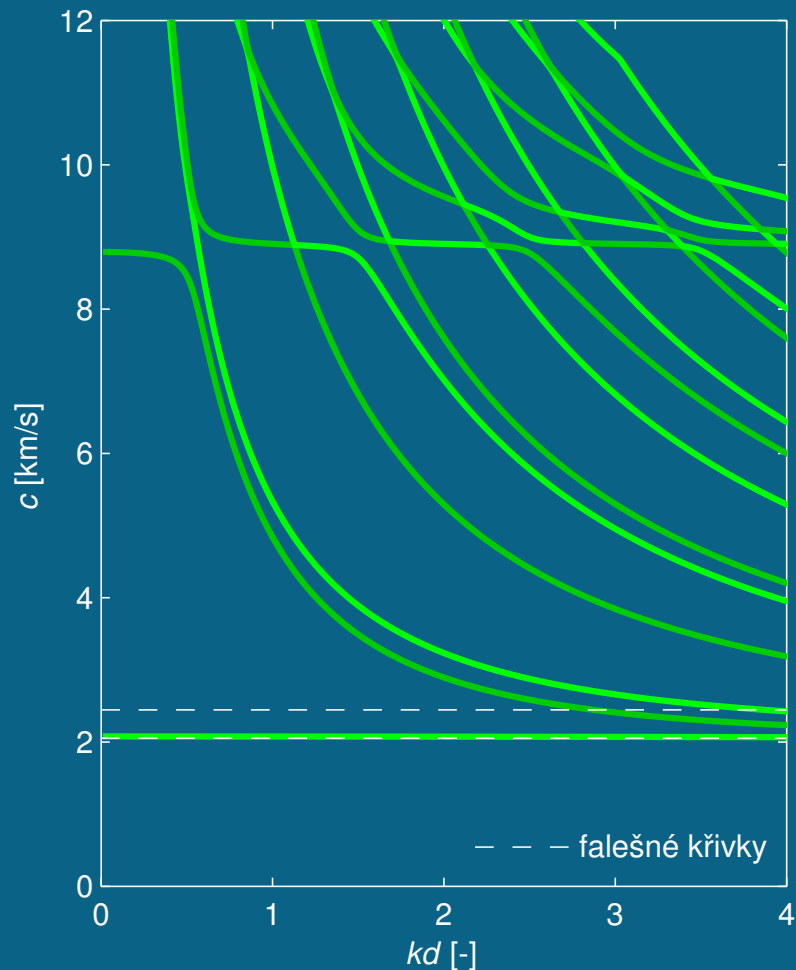


antisymetrické módy

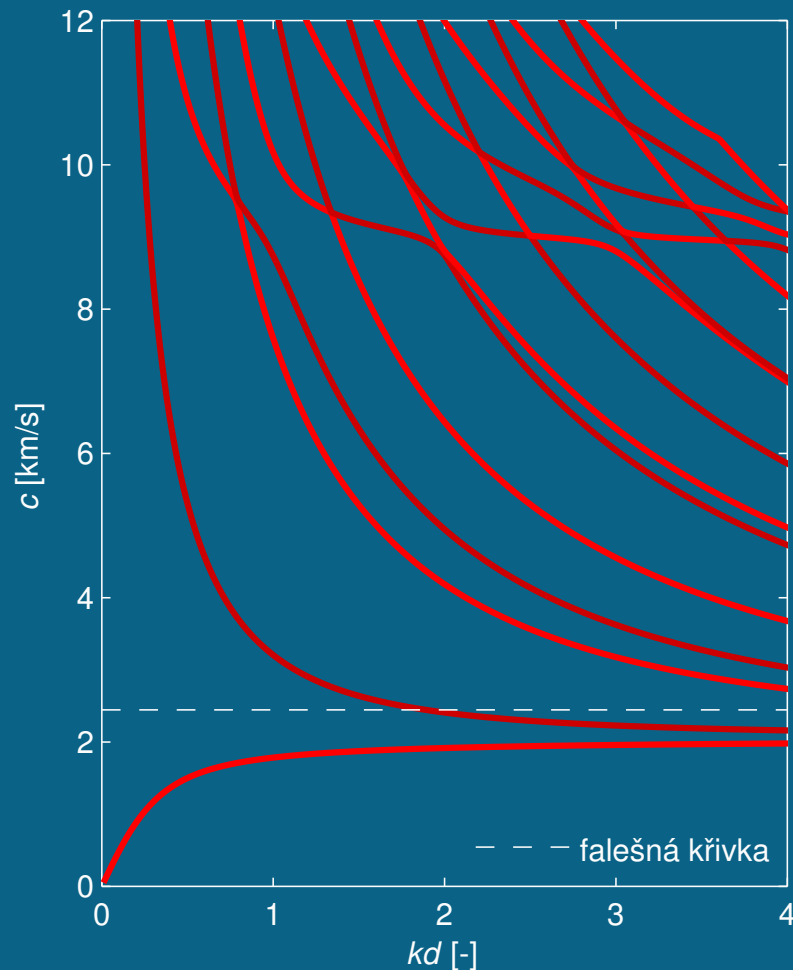


Směr šíření $\phi = 9^\circ$

symetrické módy

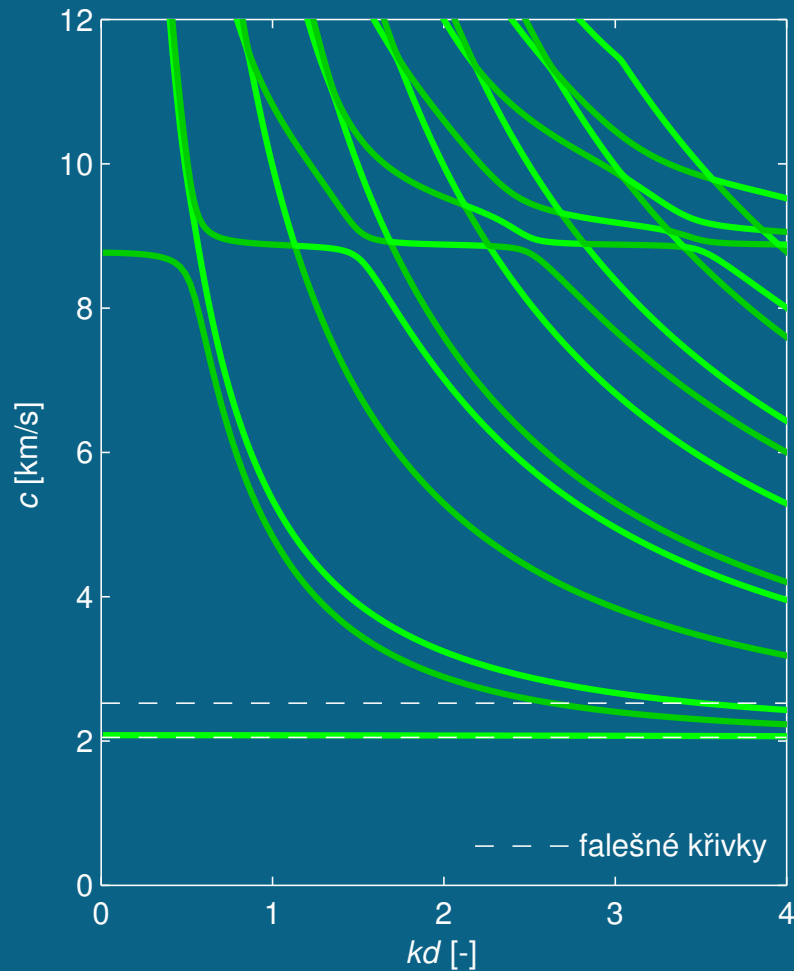


antisymetrické módy

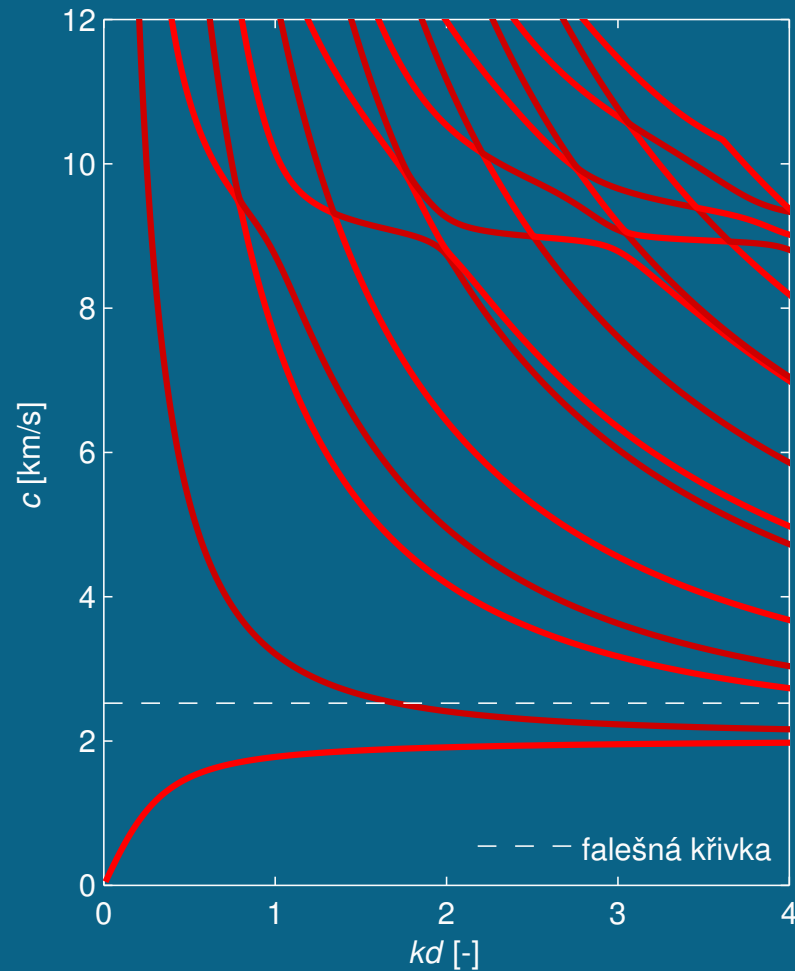


Směr šíření $\phi = 10^\circ$

symetrické módy

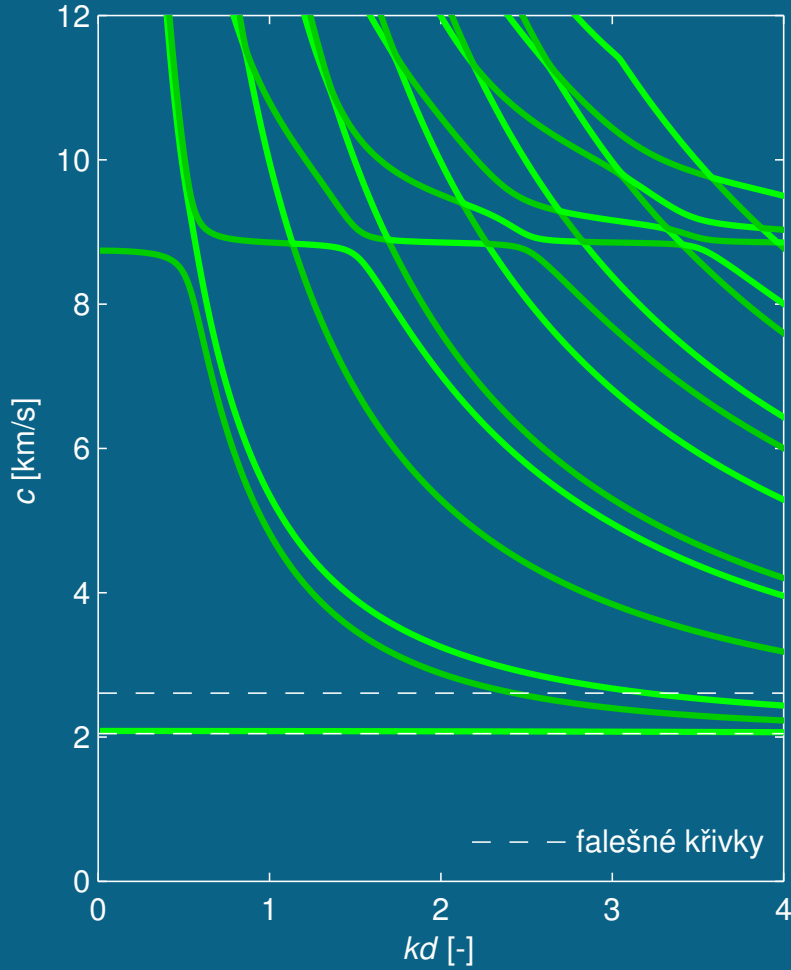


antisymetrické módy

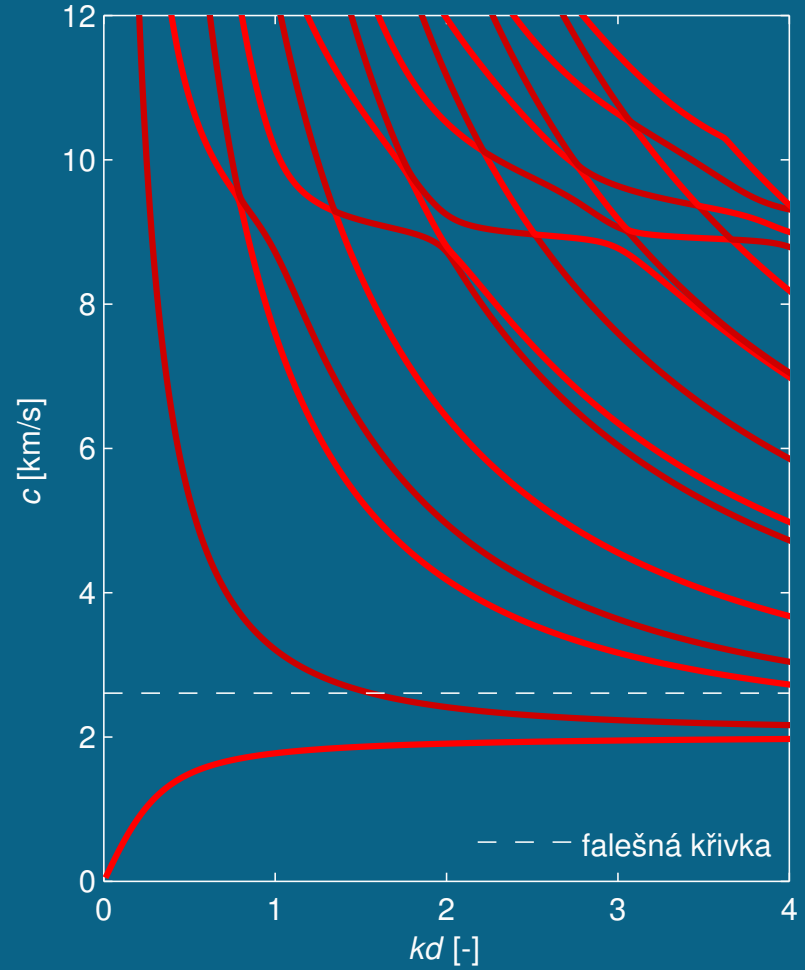


Směr šíření $\phi = 11^\circ$

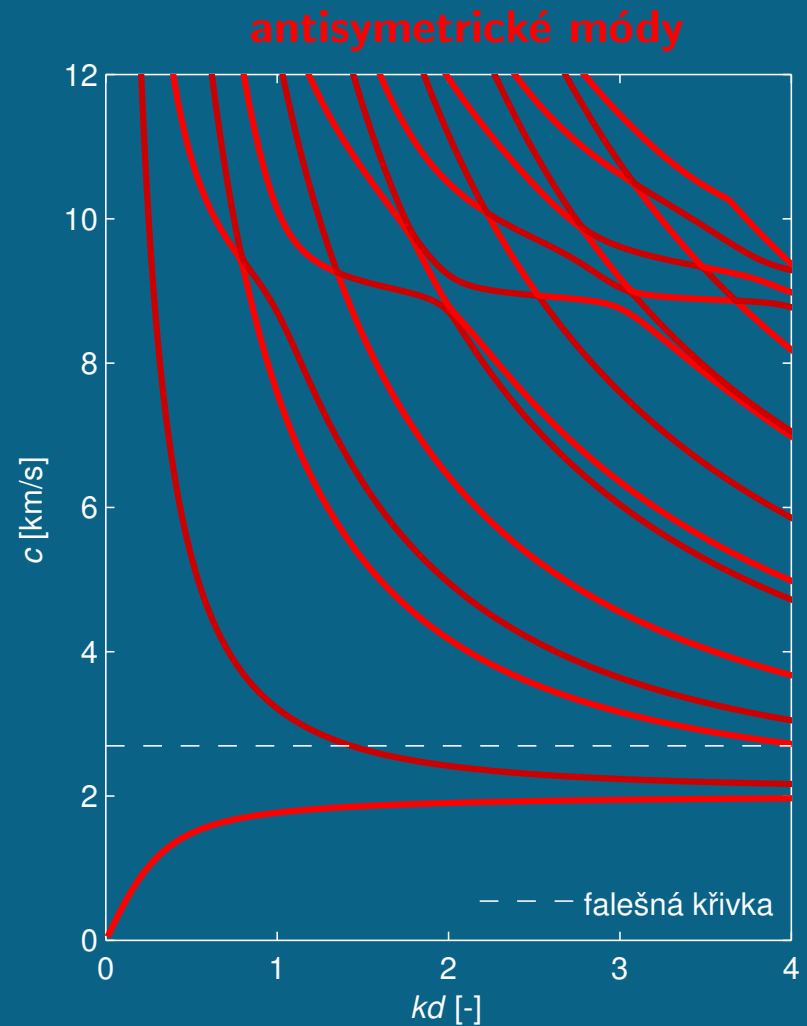
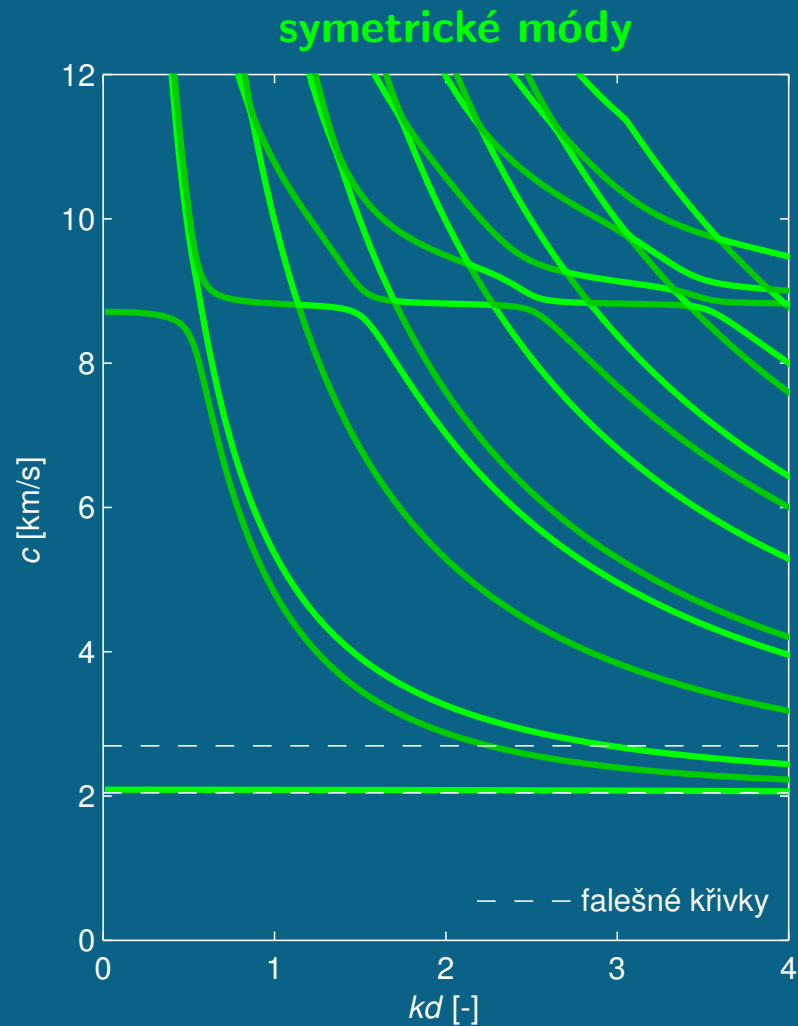
symetrické módy



antisymetrické módy

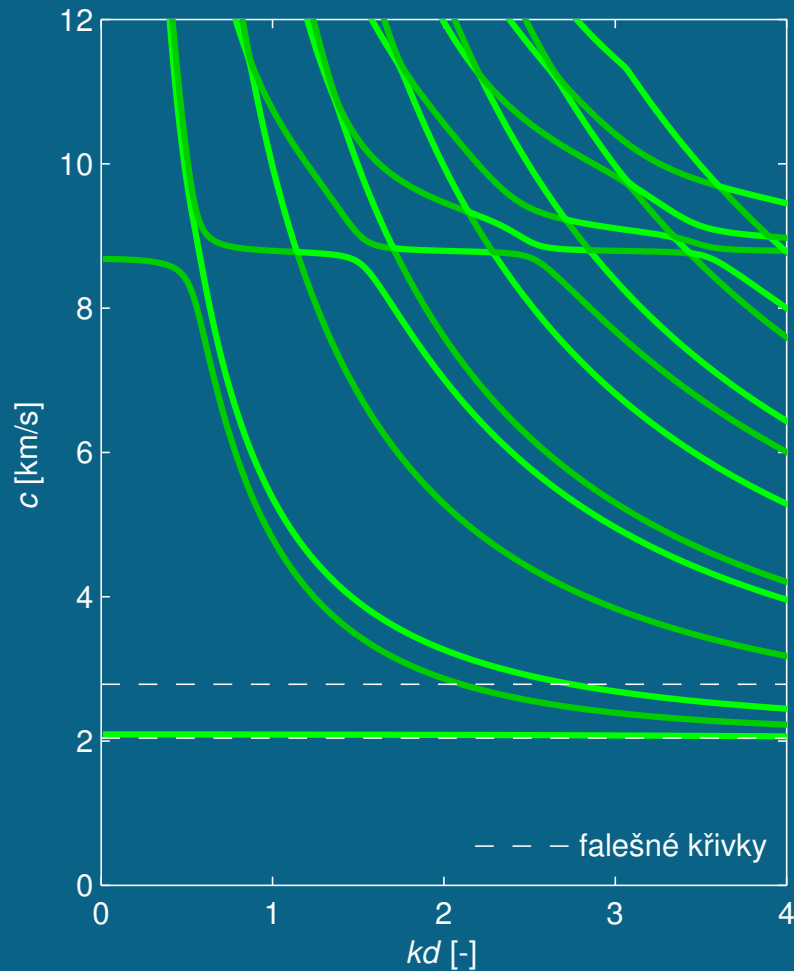


Směr šíření $\phi = 12^\circ$

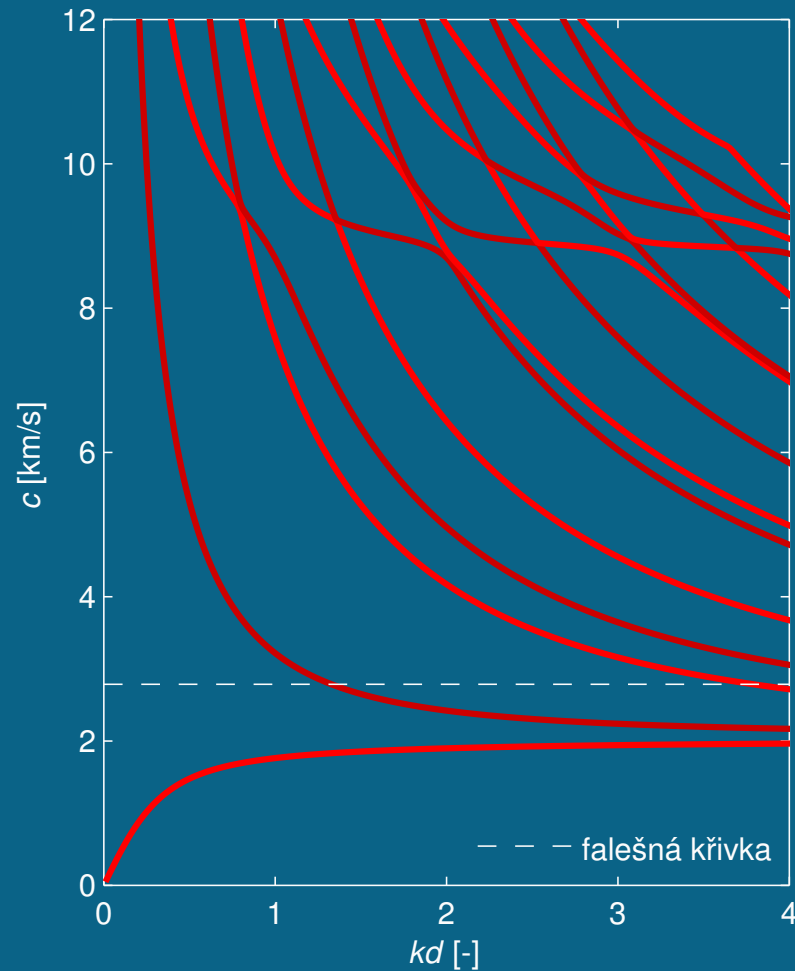


Směr šíření $\phi = 13^\circ$

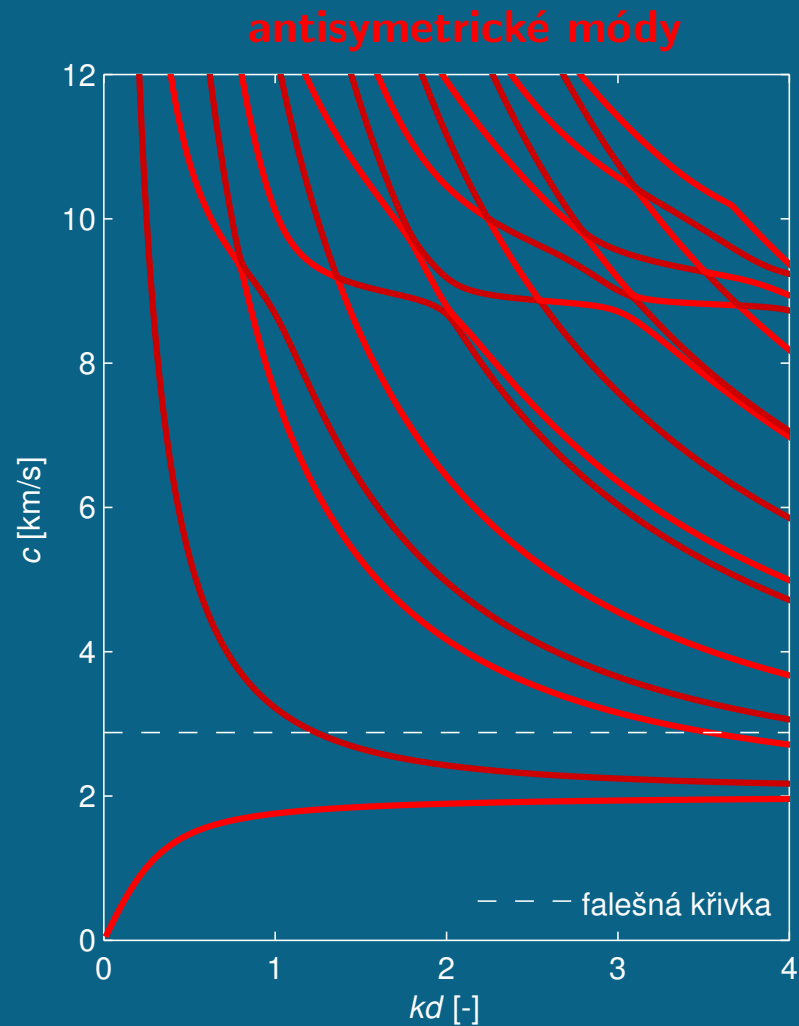
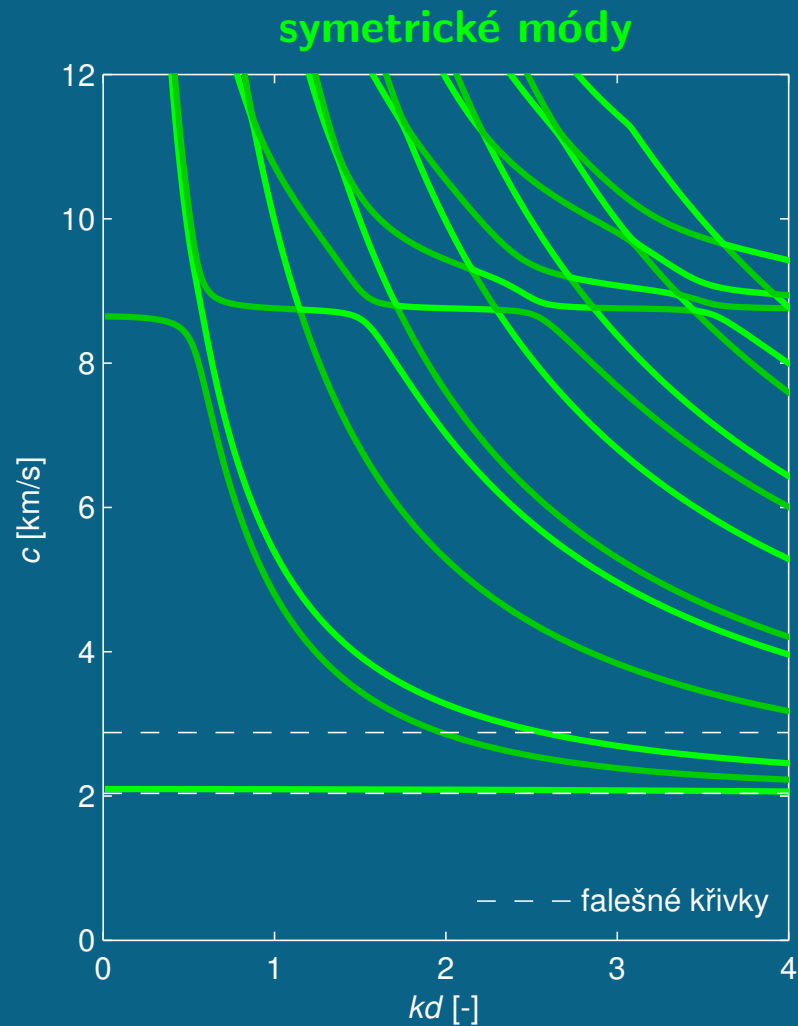
symetrické módy



antisymetrické módy

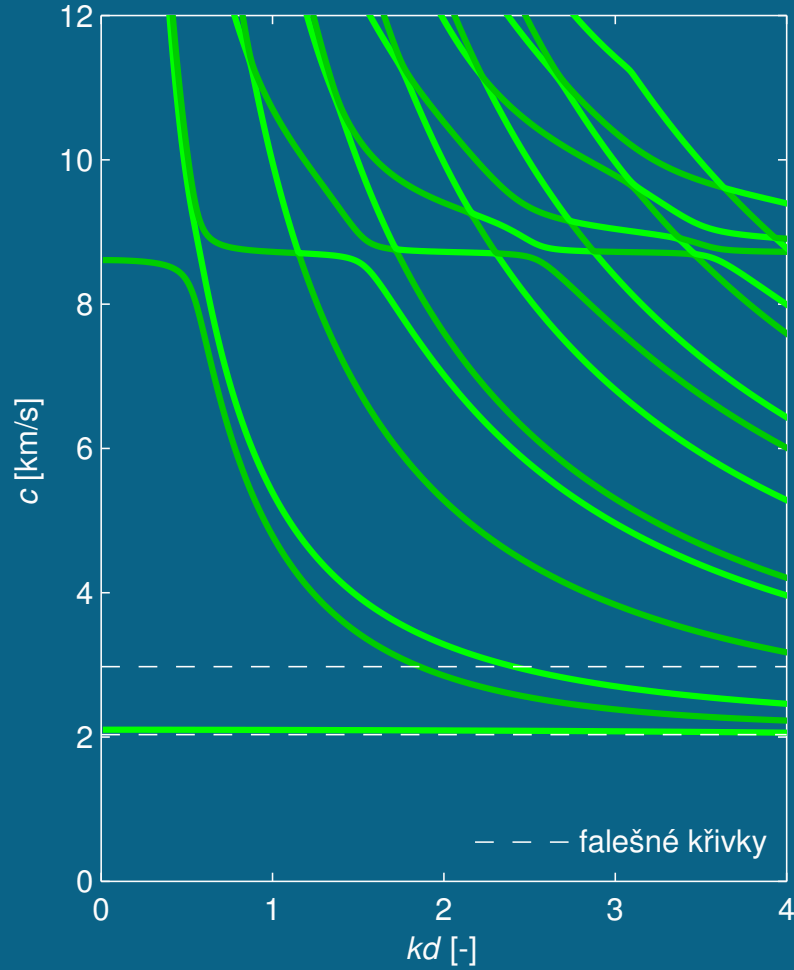


Směr šíření $\phi = 14^\circ$

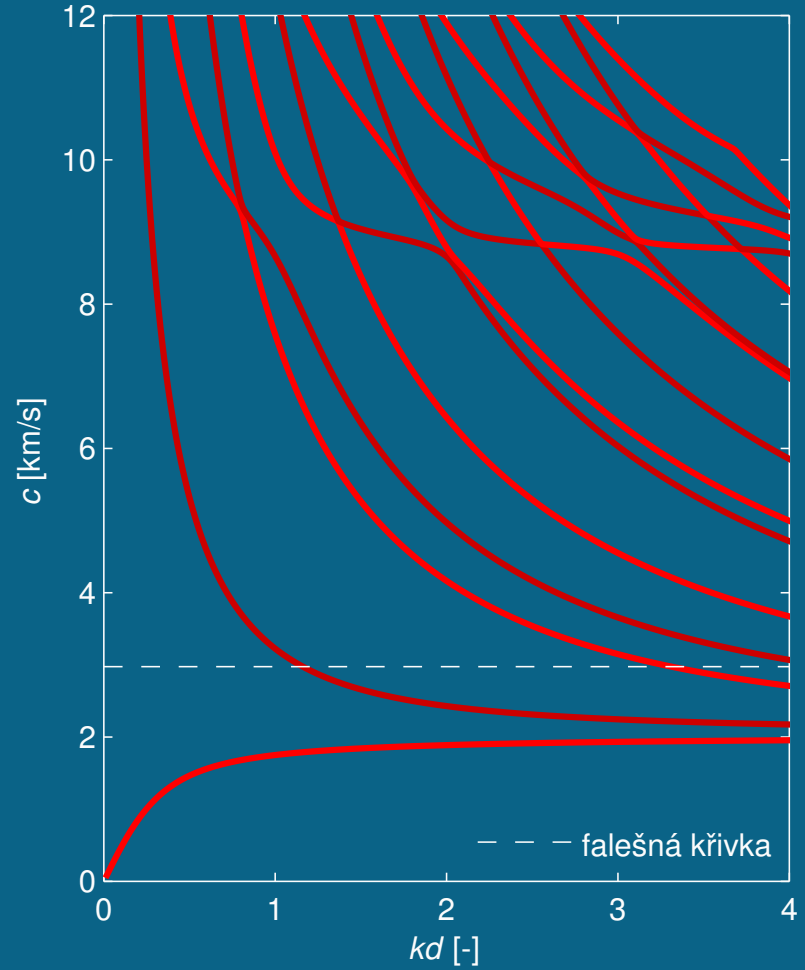


Směr šíření $\phi = 15^\circ$

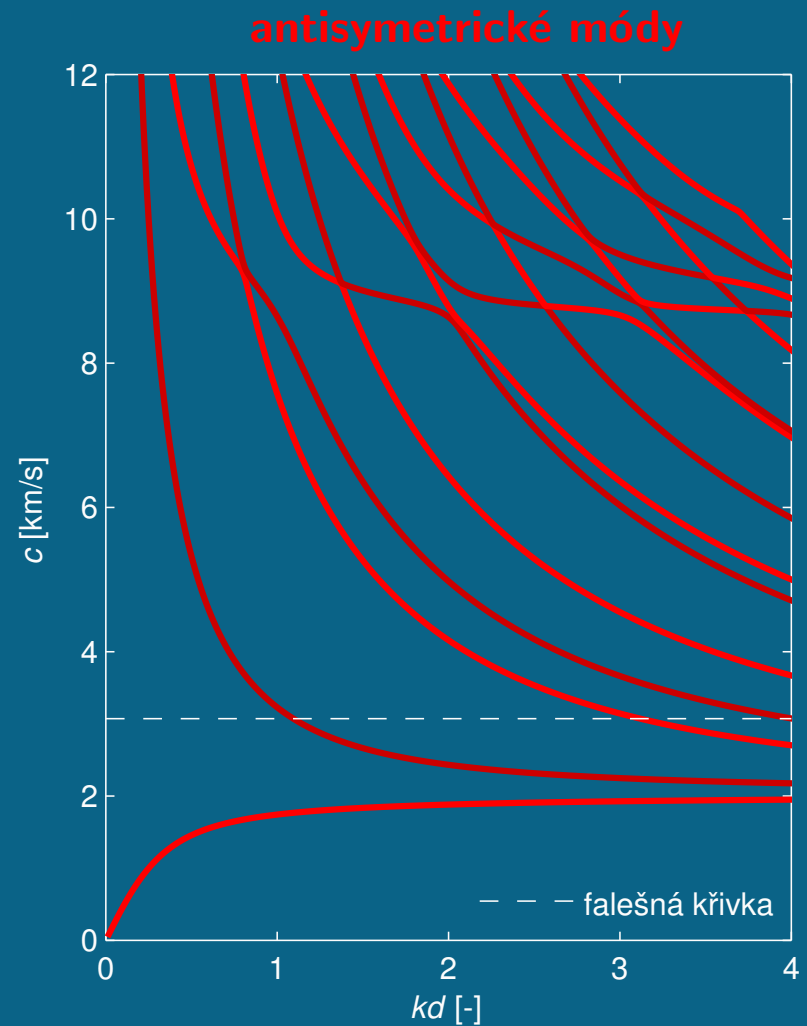
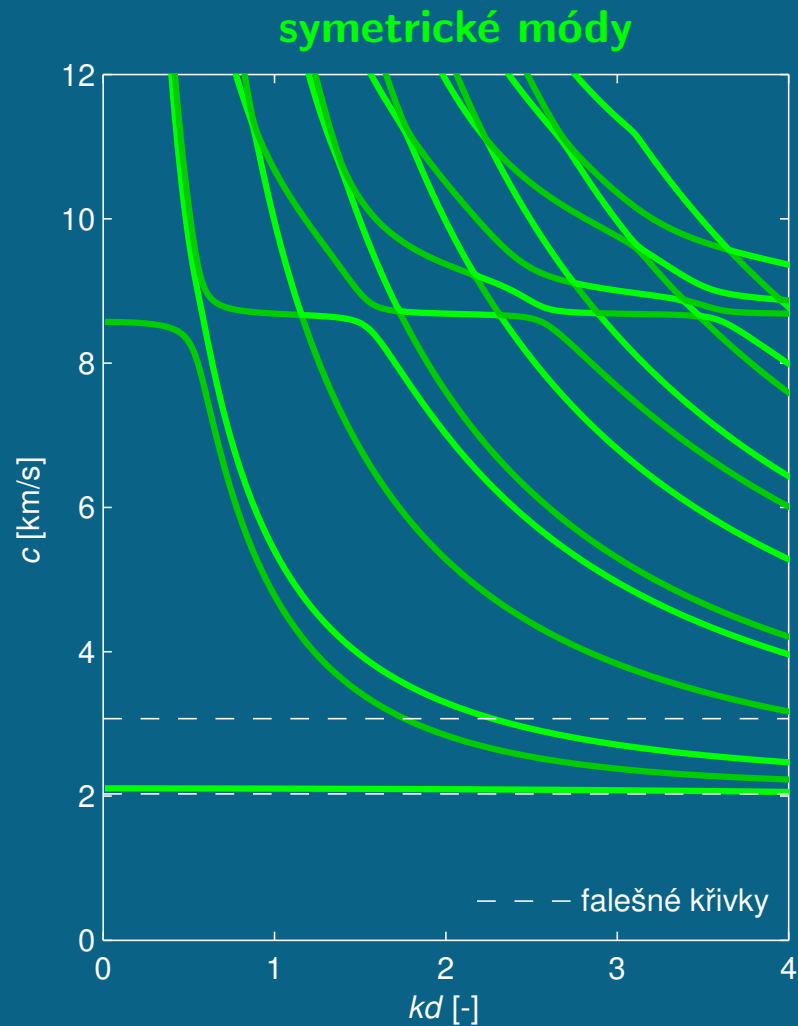
symetrické módy



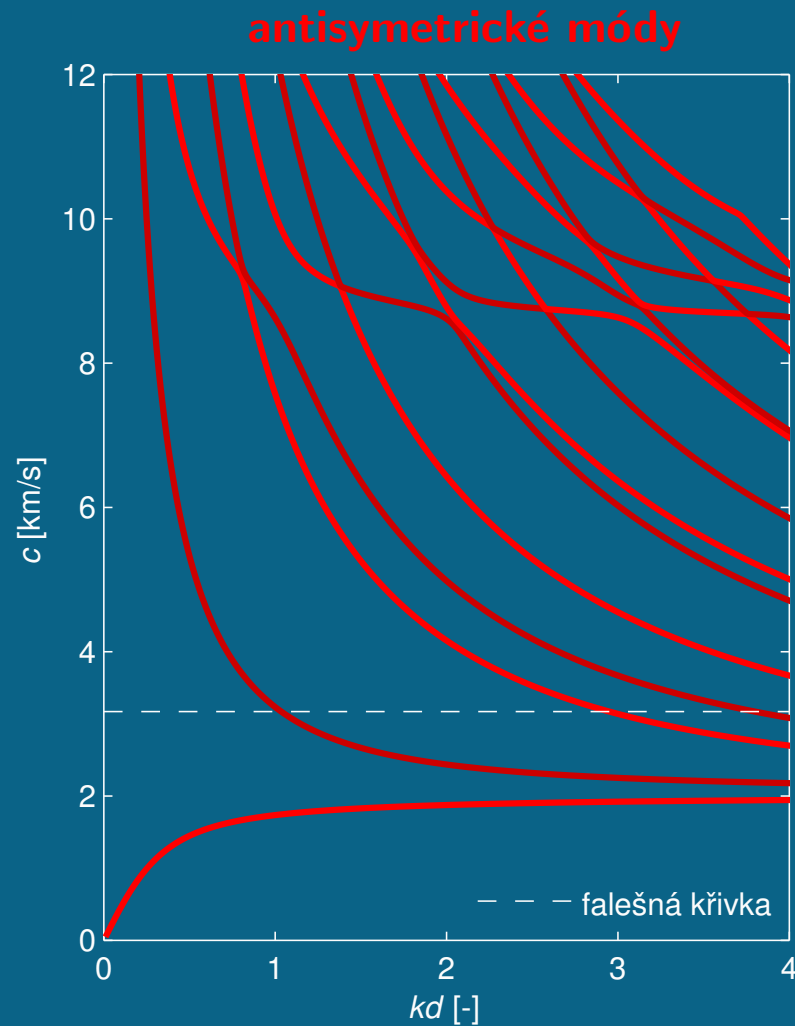
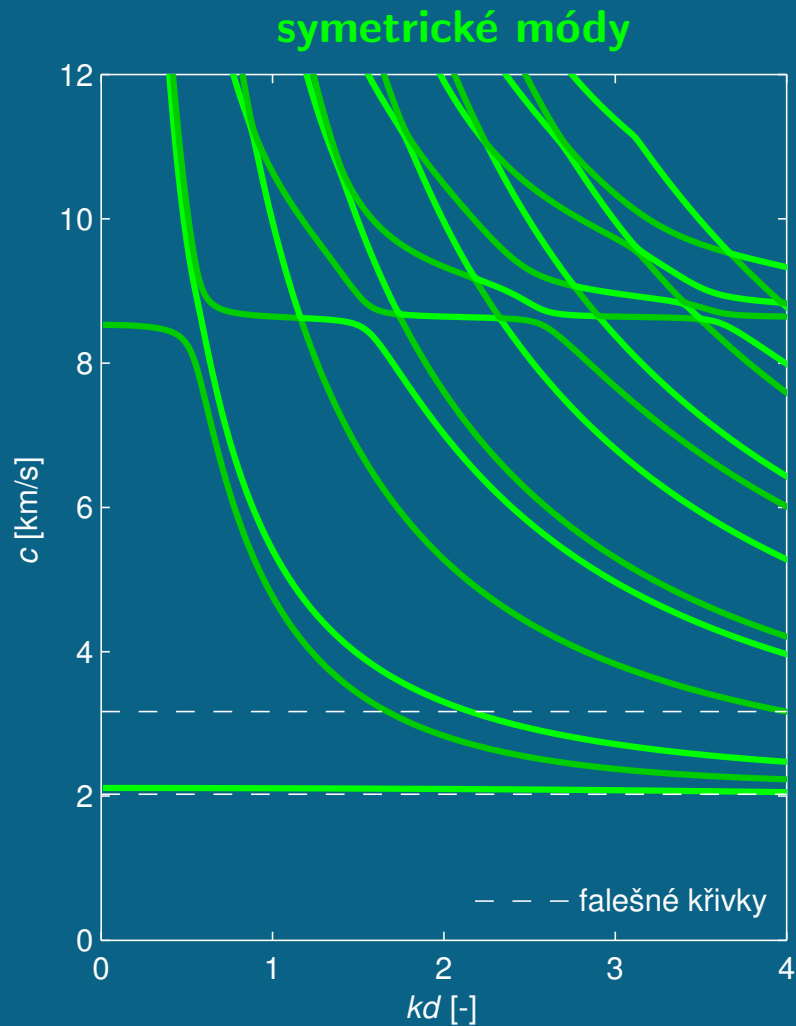
antisymetrické módy



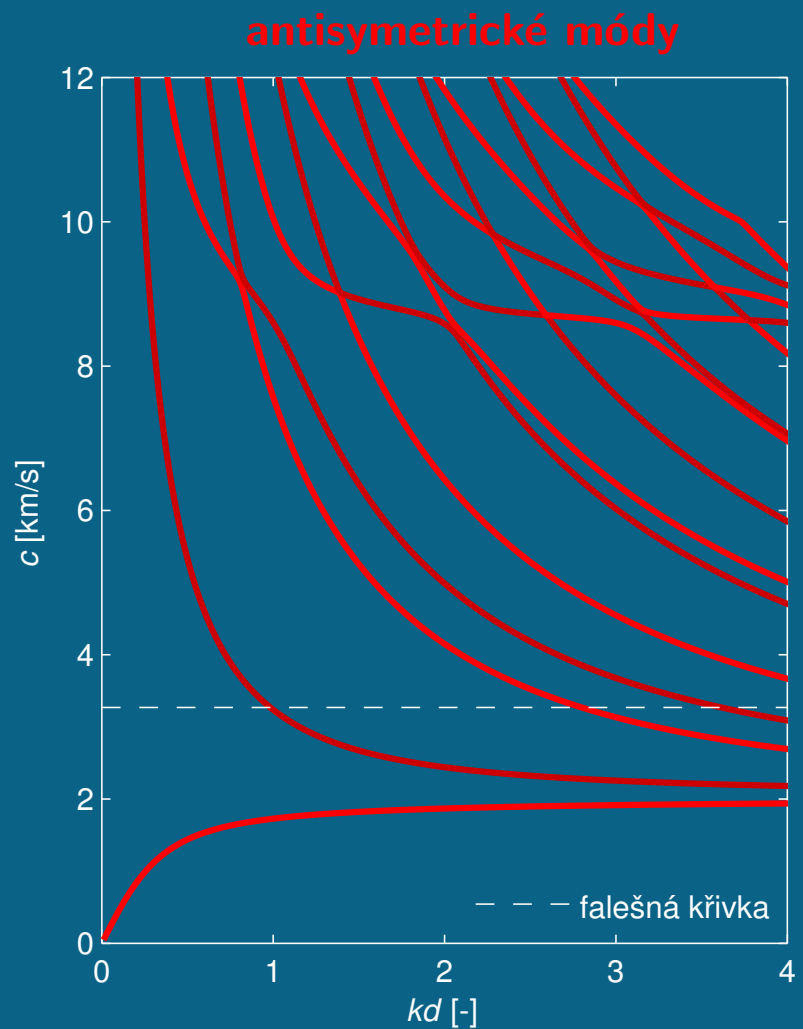
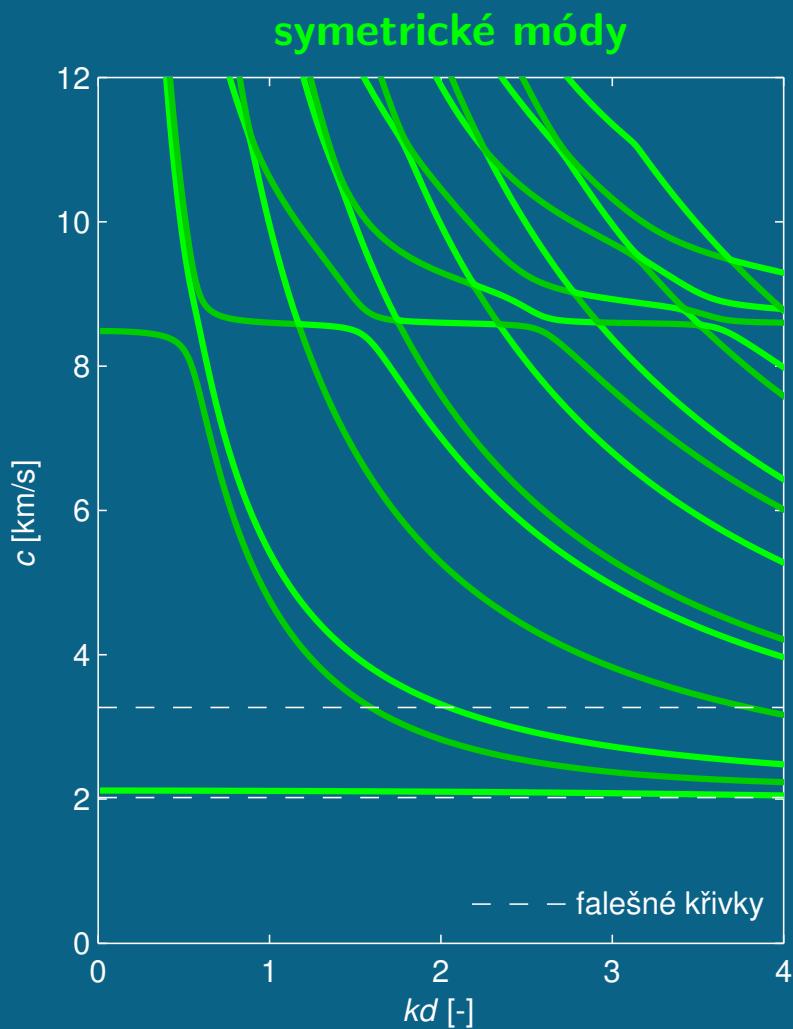
Směr šíření $\phi = 16^\circ$



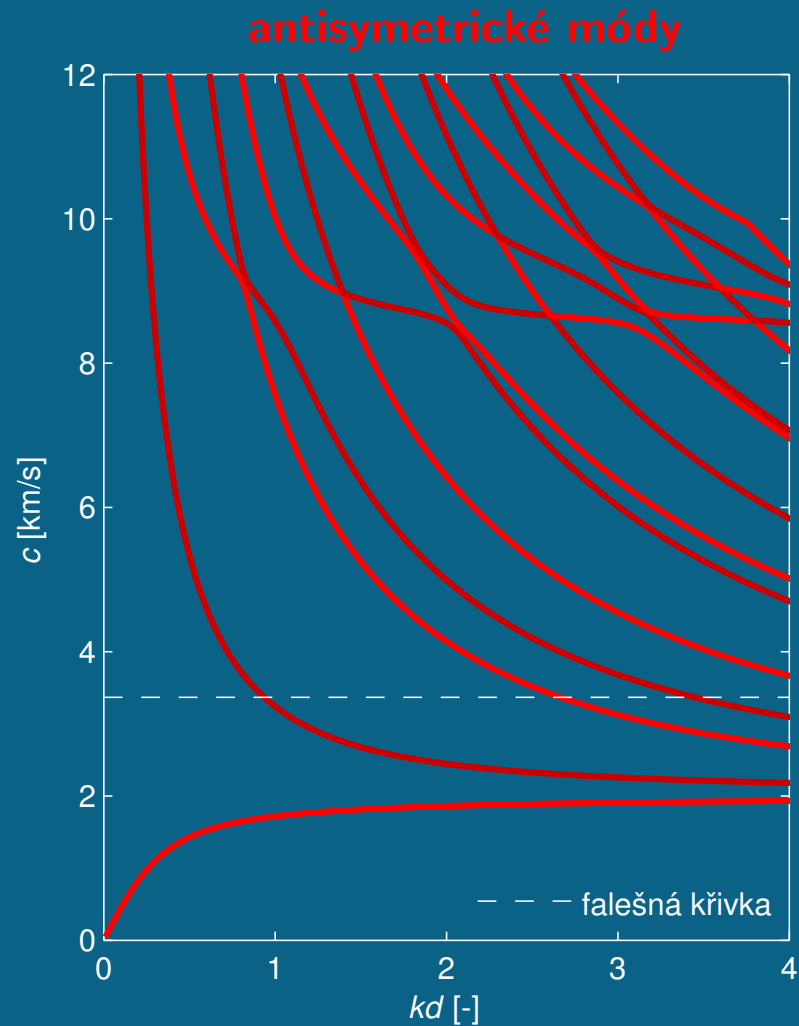
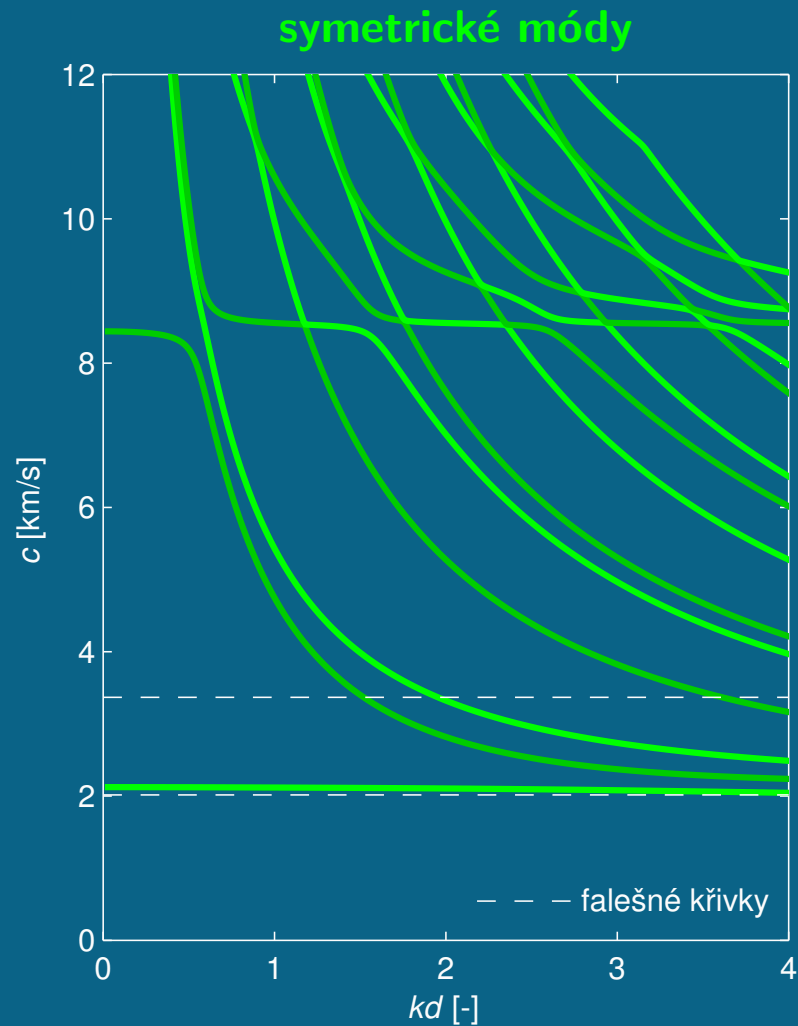
Směr šíření $\phi = 17^\circ$



Směr šíření $\phi = 18^\circ$

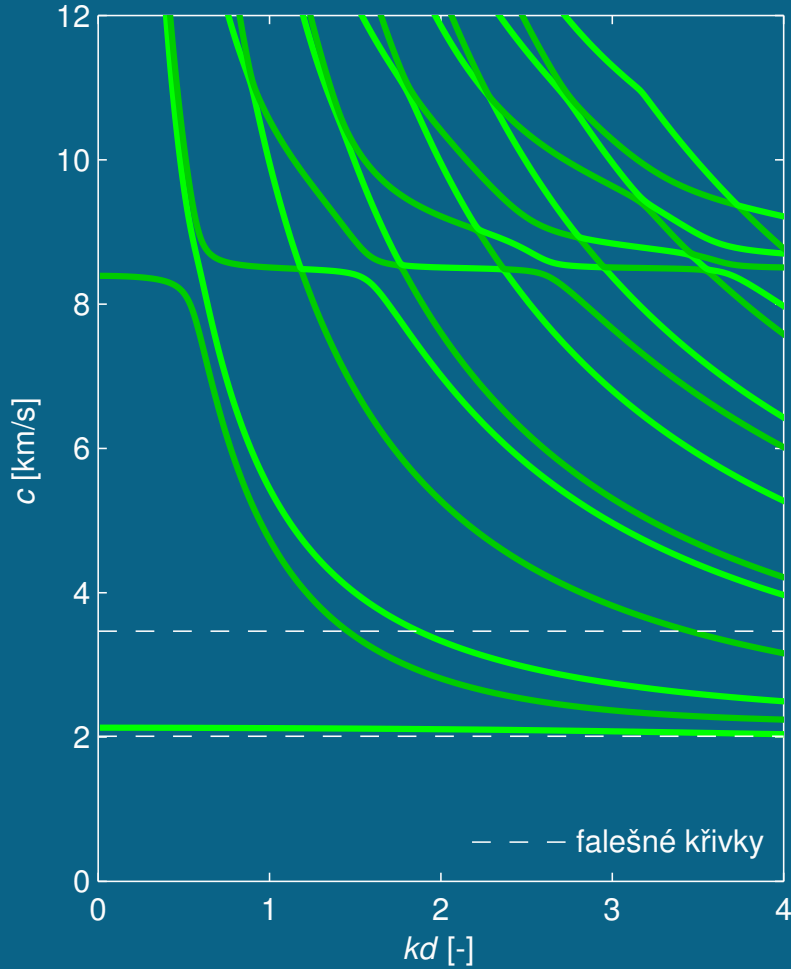


Směr šíření $\phi = 19^\circ$

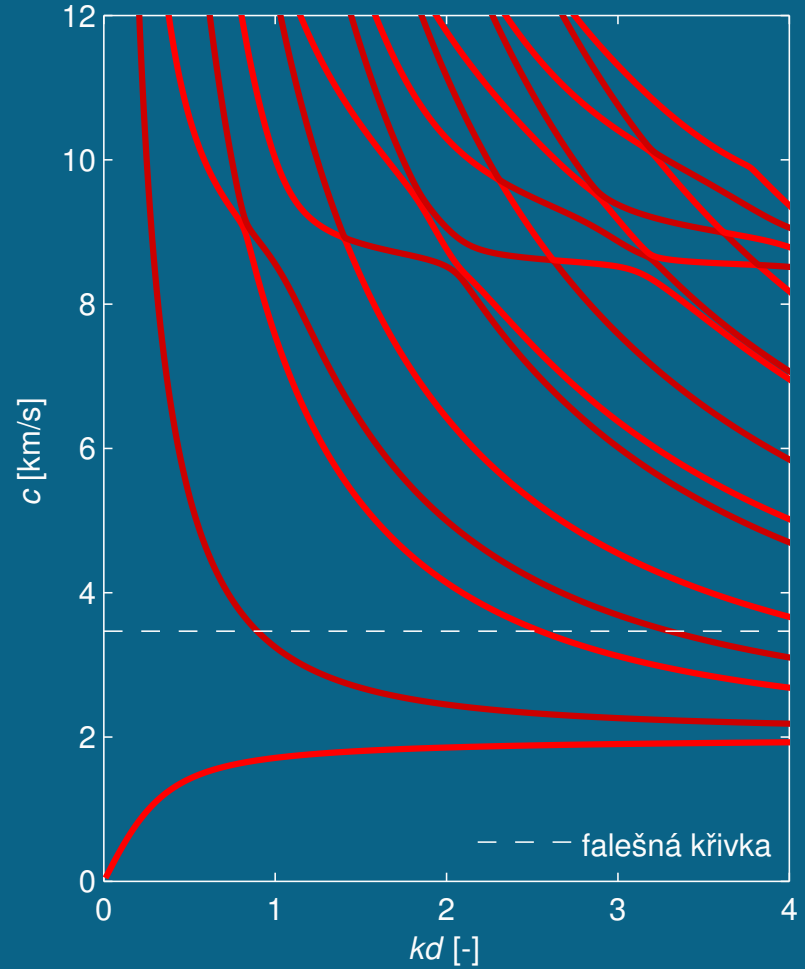


Směr šíření $\phi = 20^\circ$

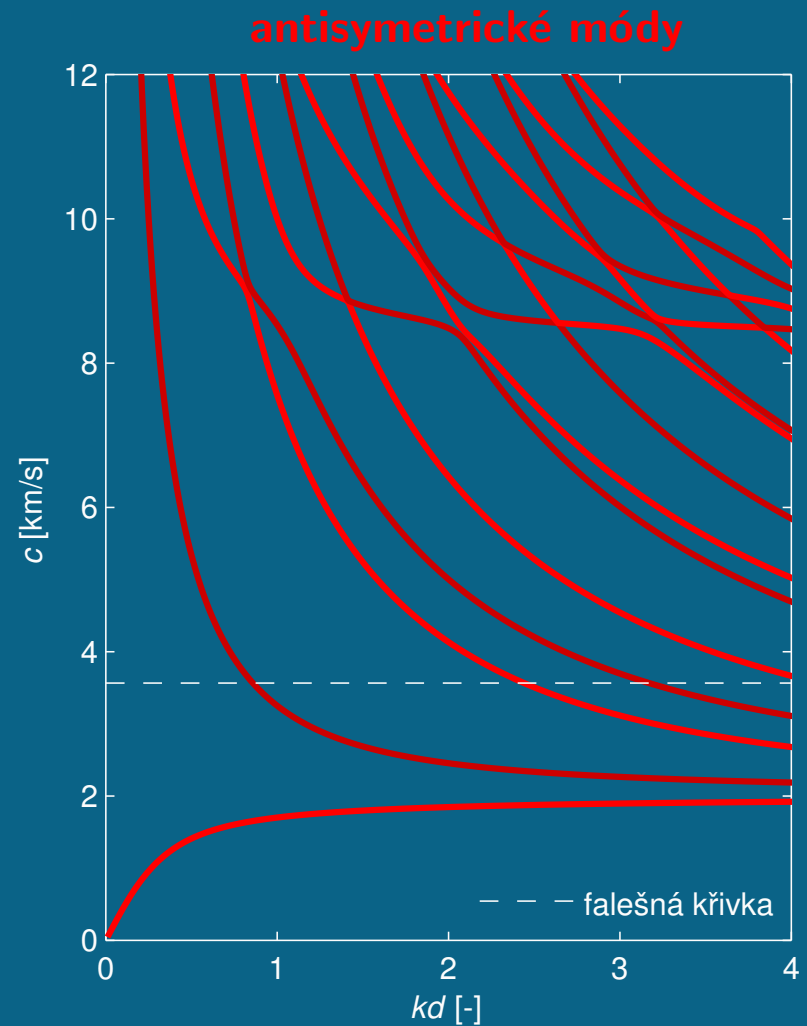
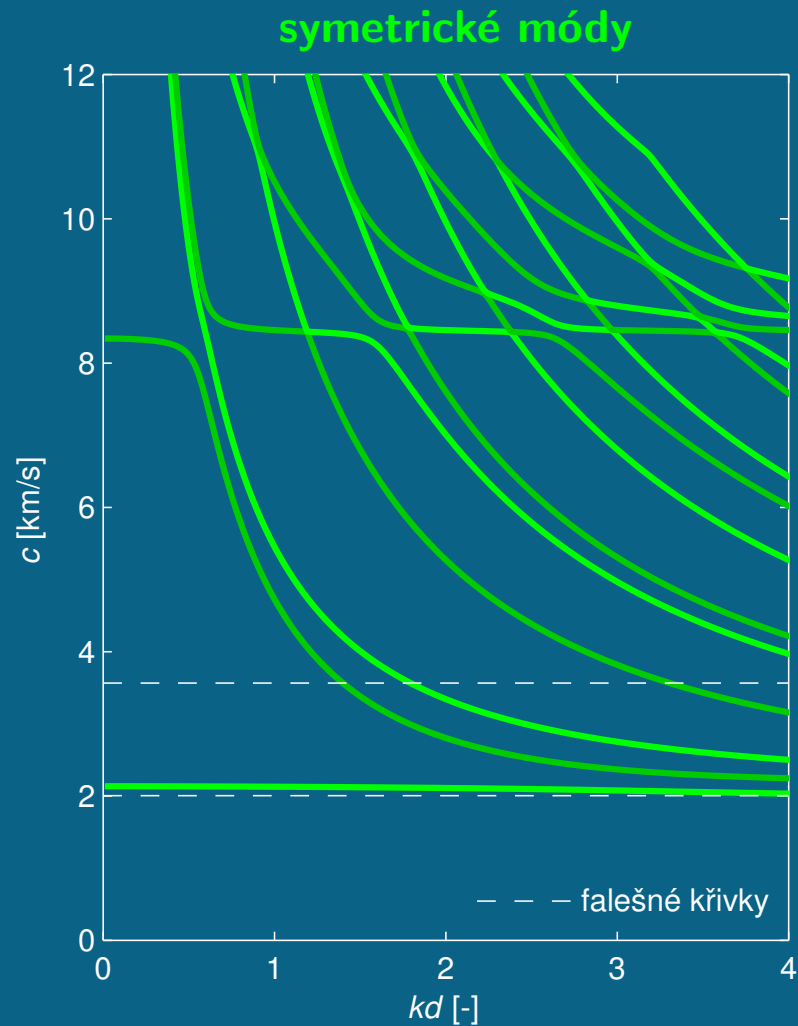
symetrické módy



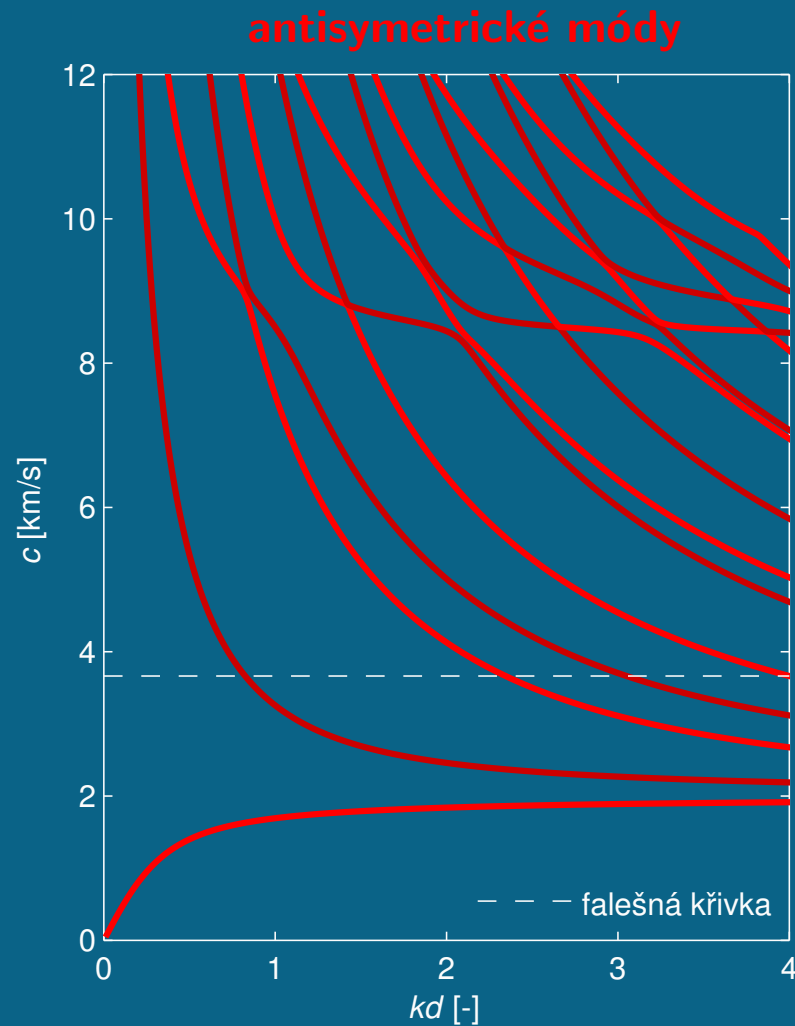
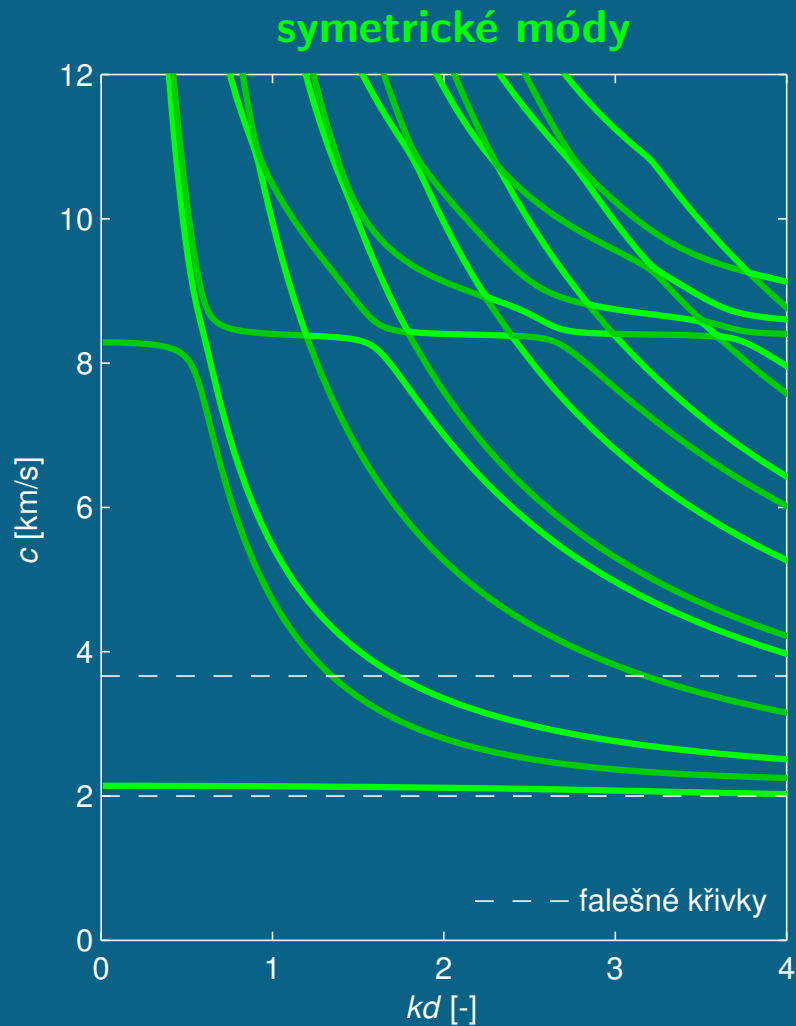
antisymetrické módy



Směr šíření $\phi = 21^\circ$

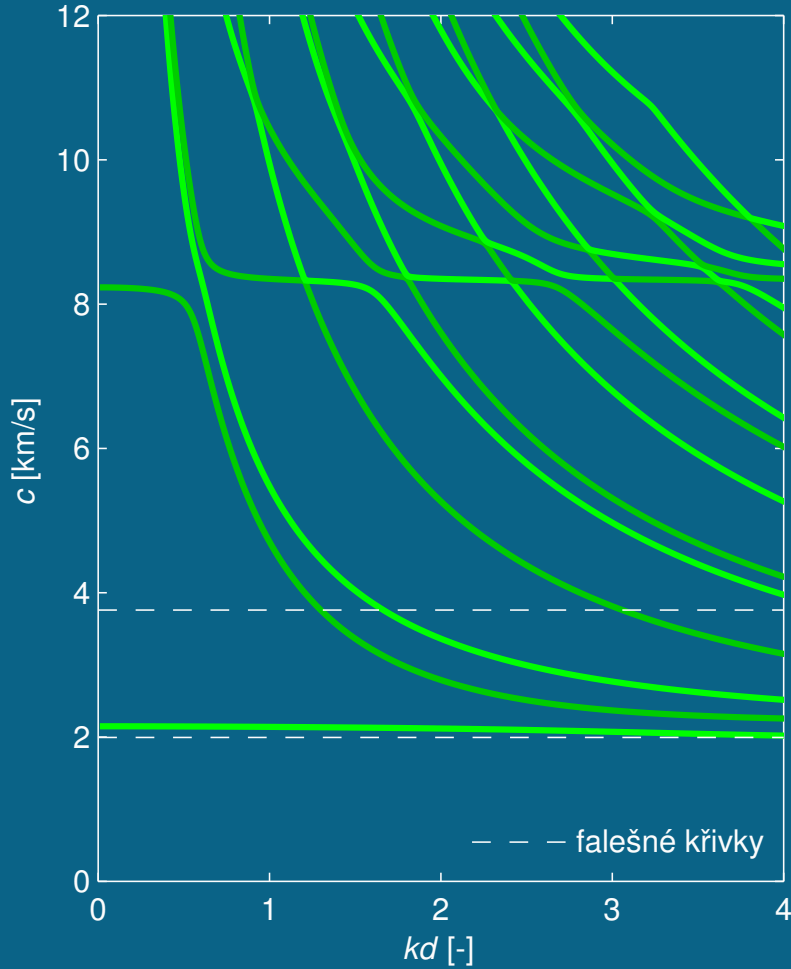


Směr šíření $\phi = 22^\circ$

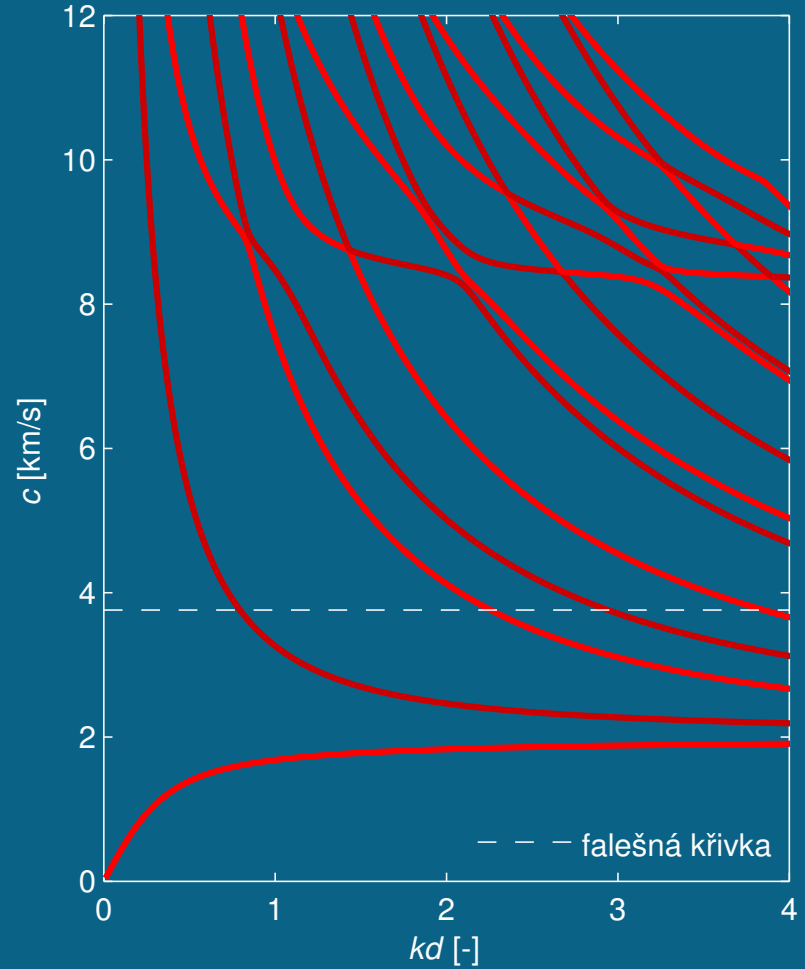


Směr šíření $\phi = 23^\circ$

symetrické módy

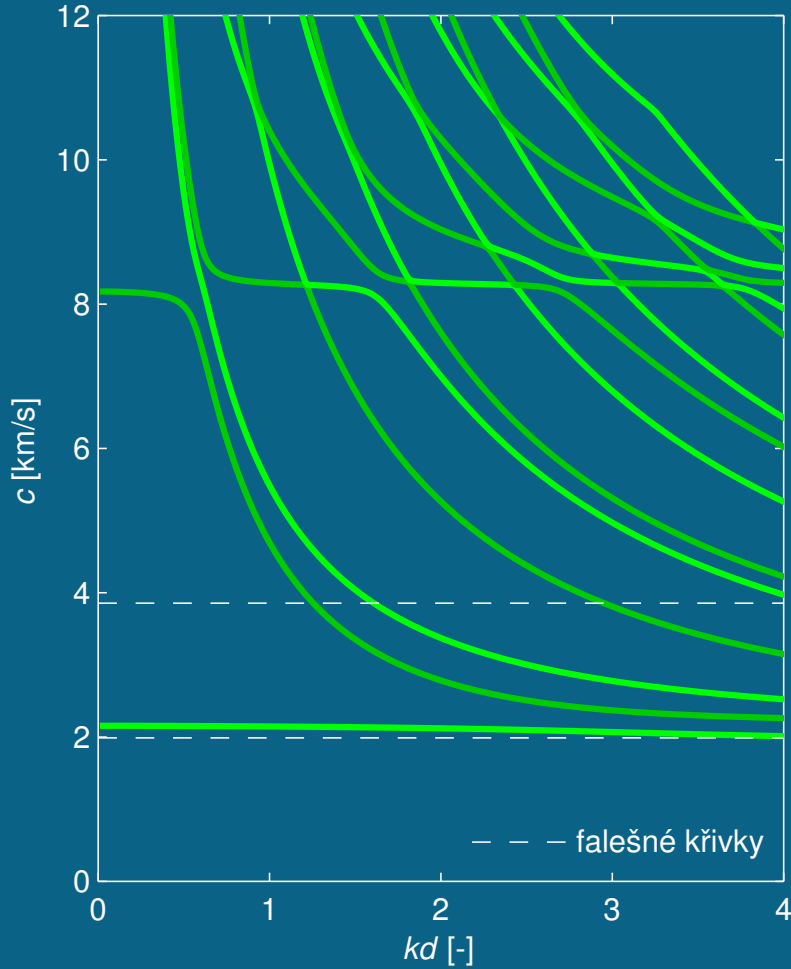


antisymetrické módy

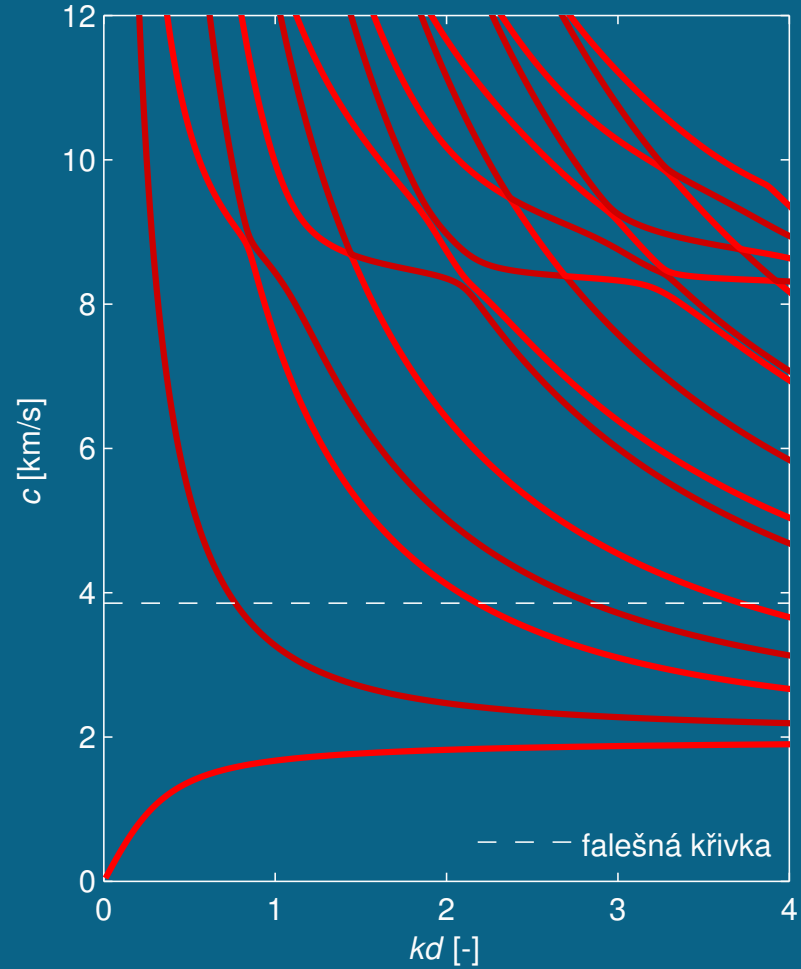


Směr šíření $\phi = 24^\circ$

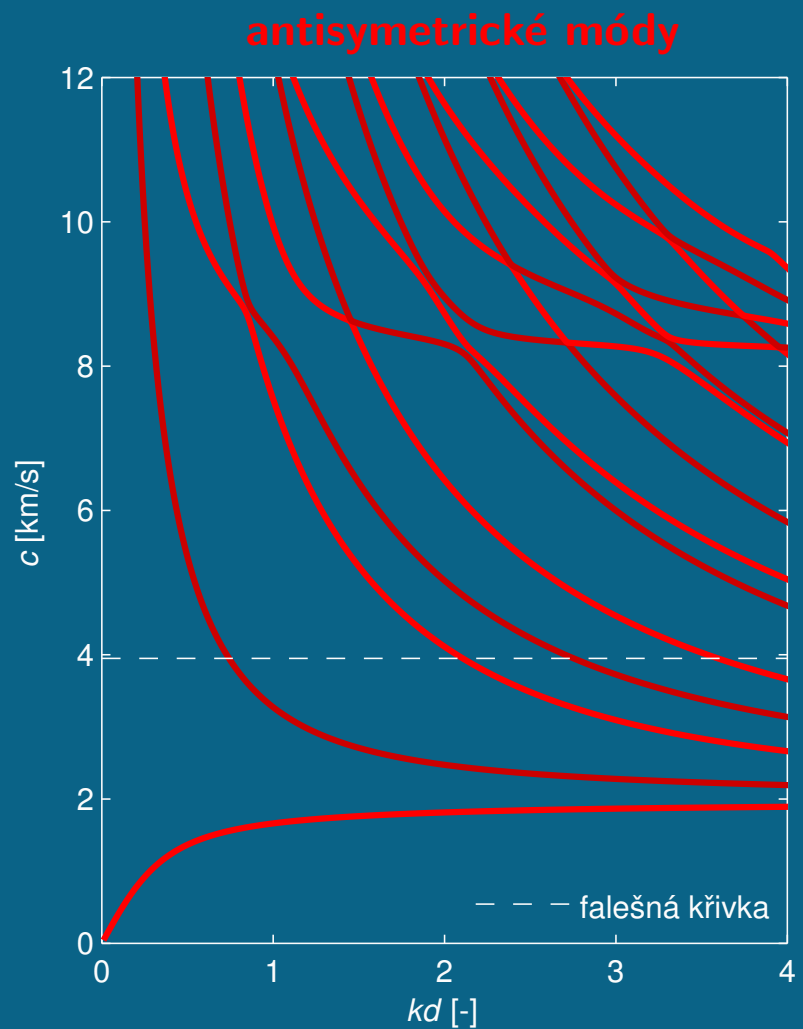
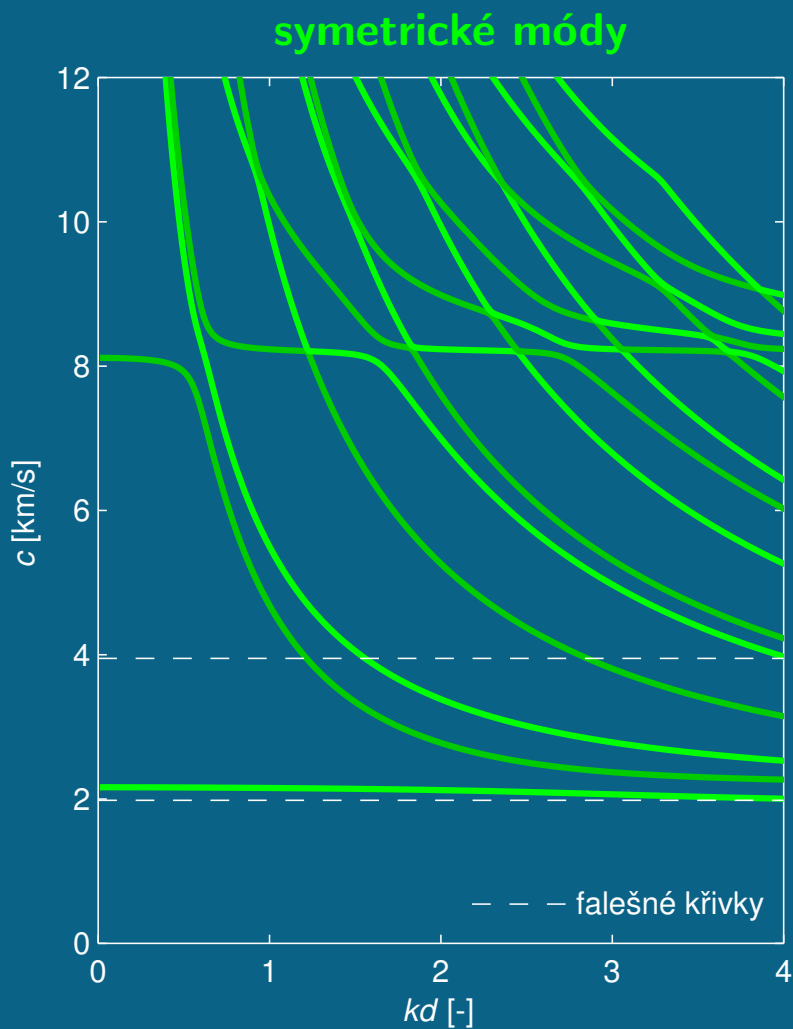
symetrické módy



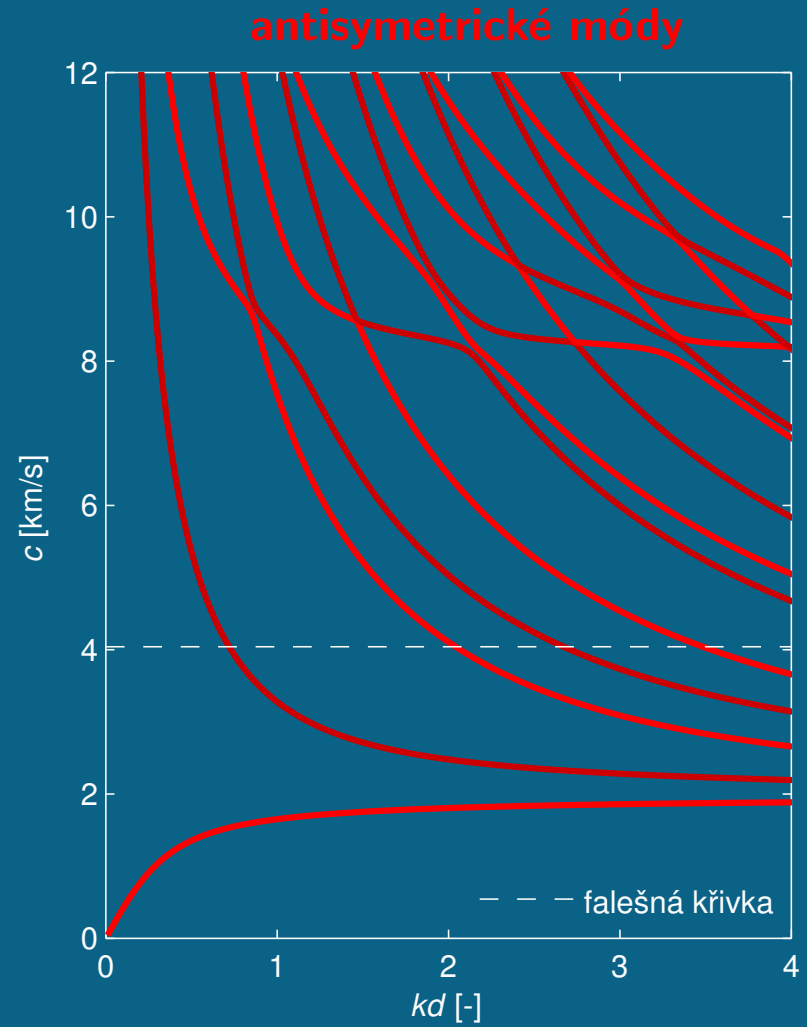
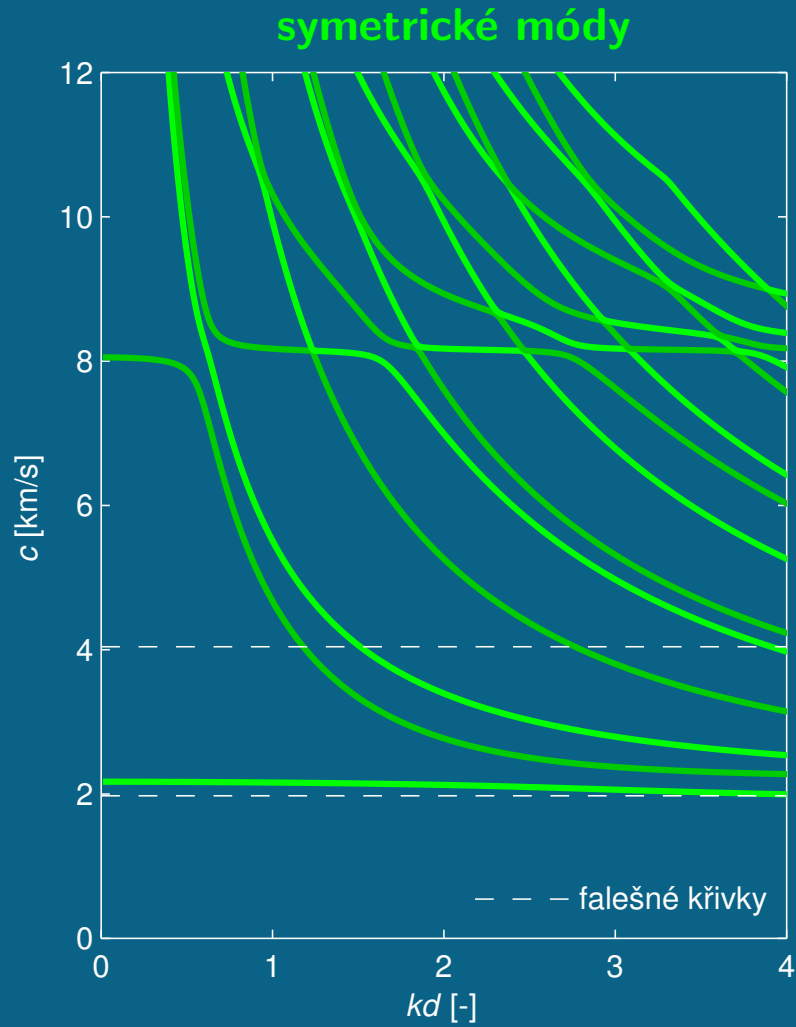
antisymetrické módy



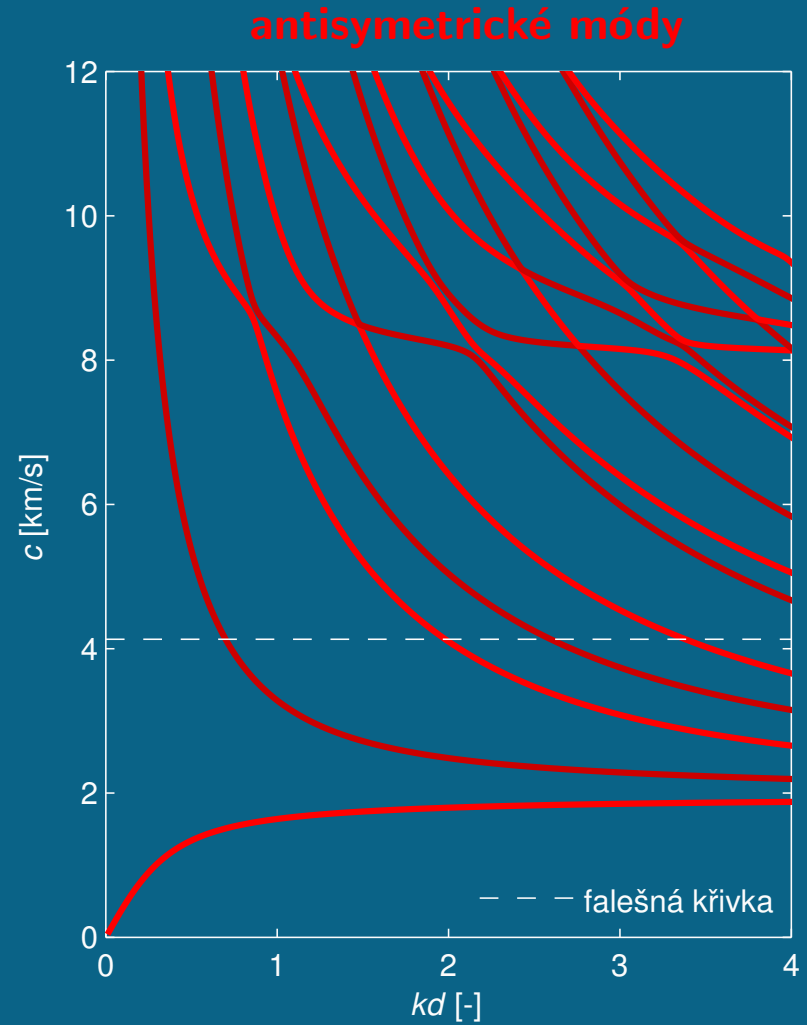
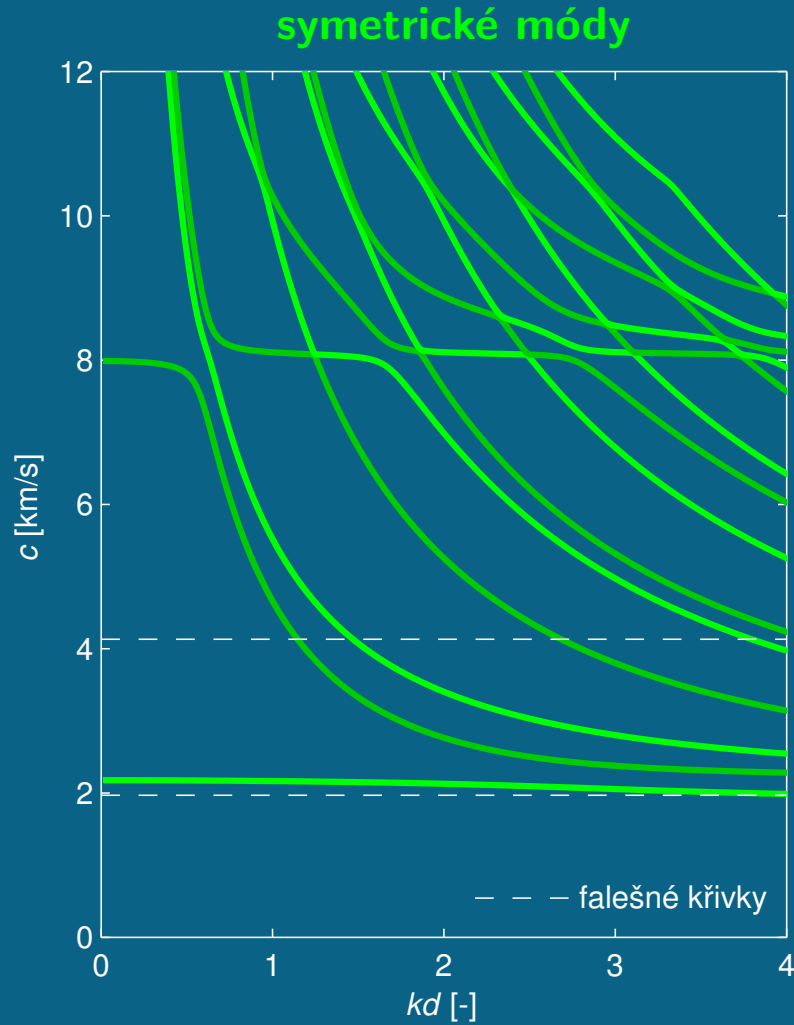
Směr šíření $\phi = 25^\circ$



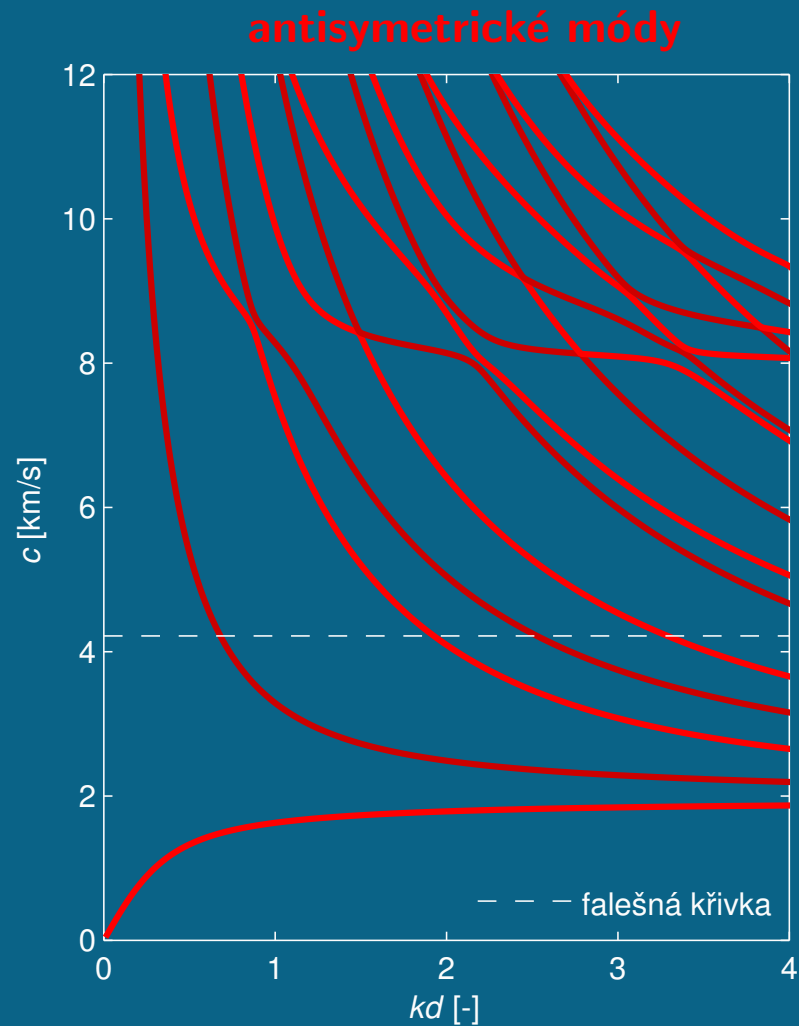
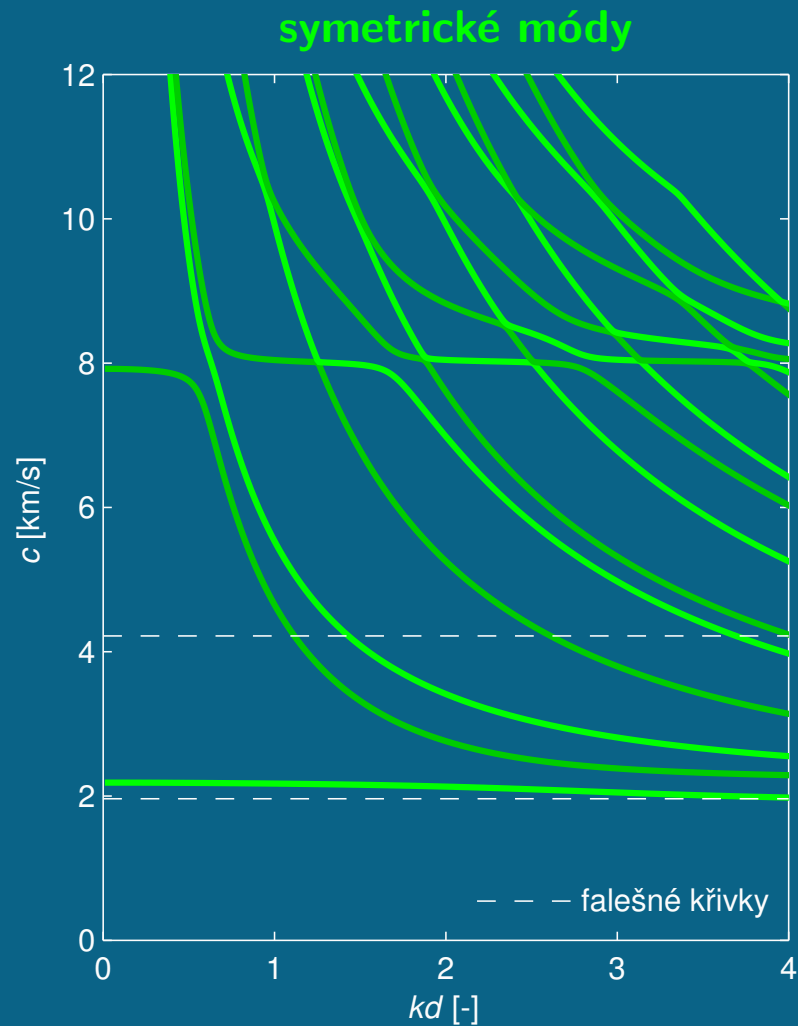
Směr šíření $\phi = 26^\circ$



Směr šíření $\phi = 27^\circ$

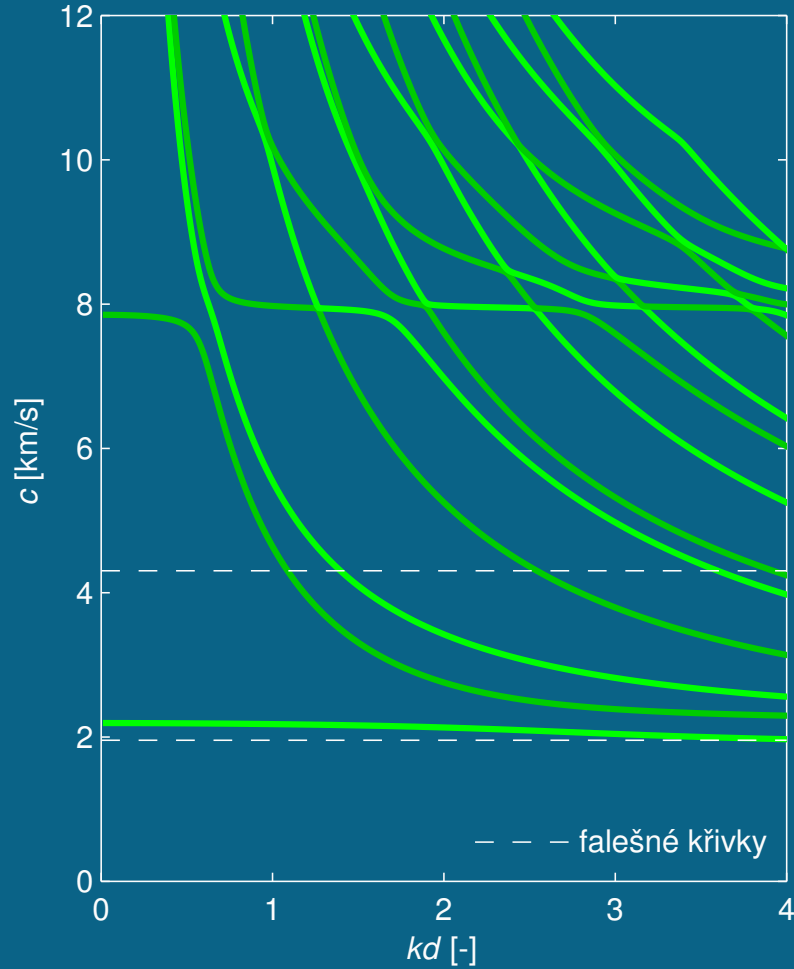


Směr šíření $\phi = 28^\circ$

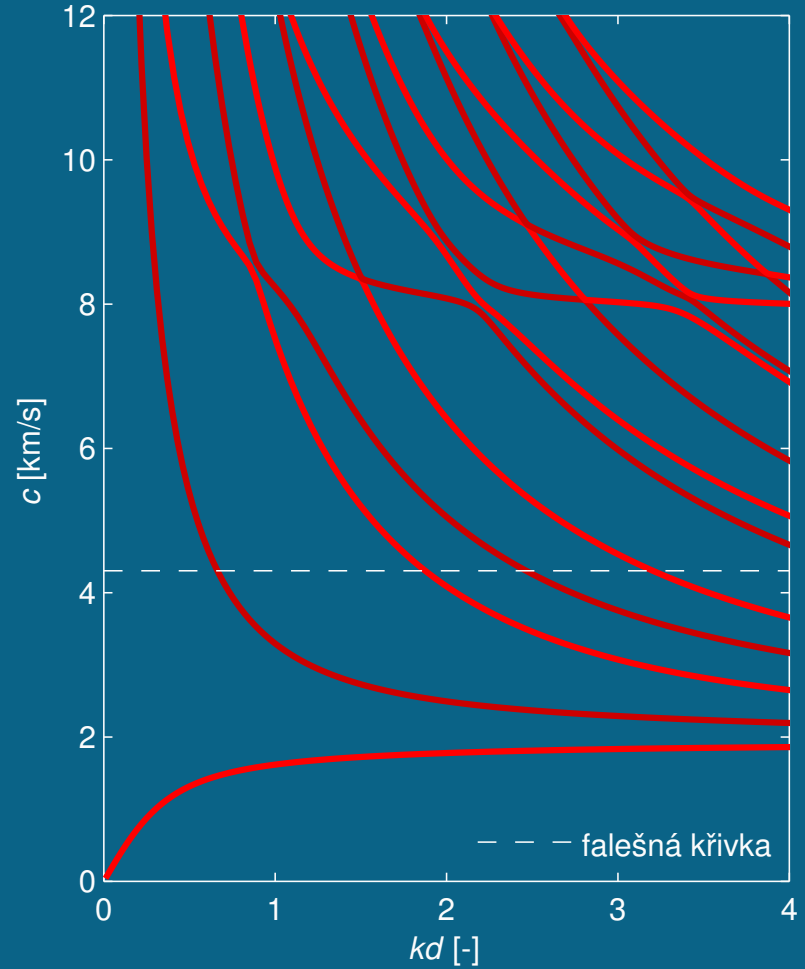


Směr šíření $\phi = 29^\circ$

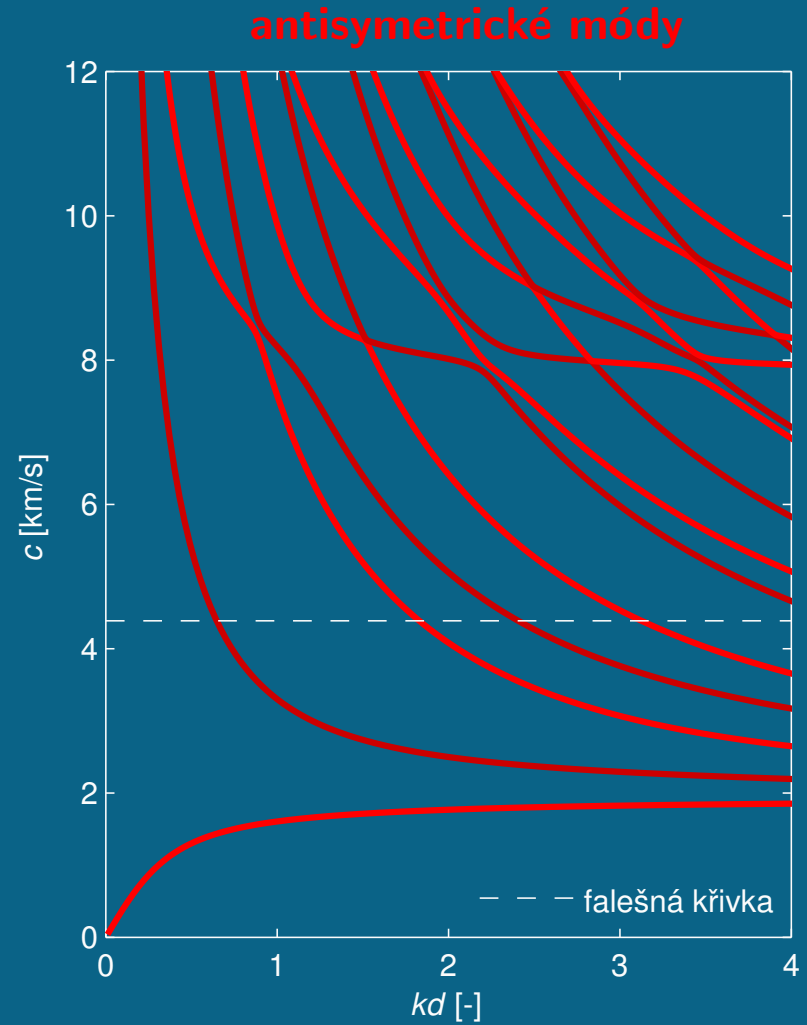
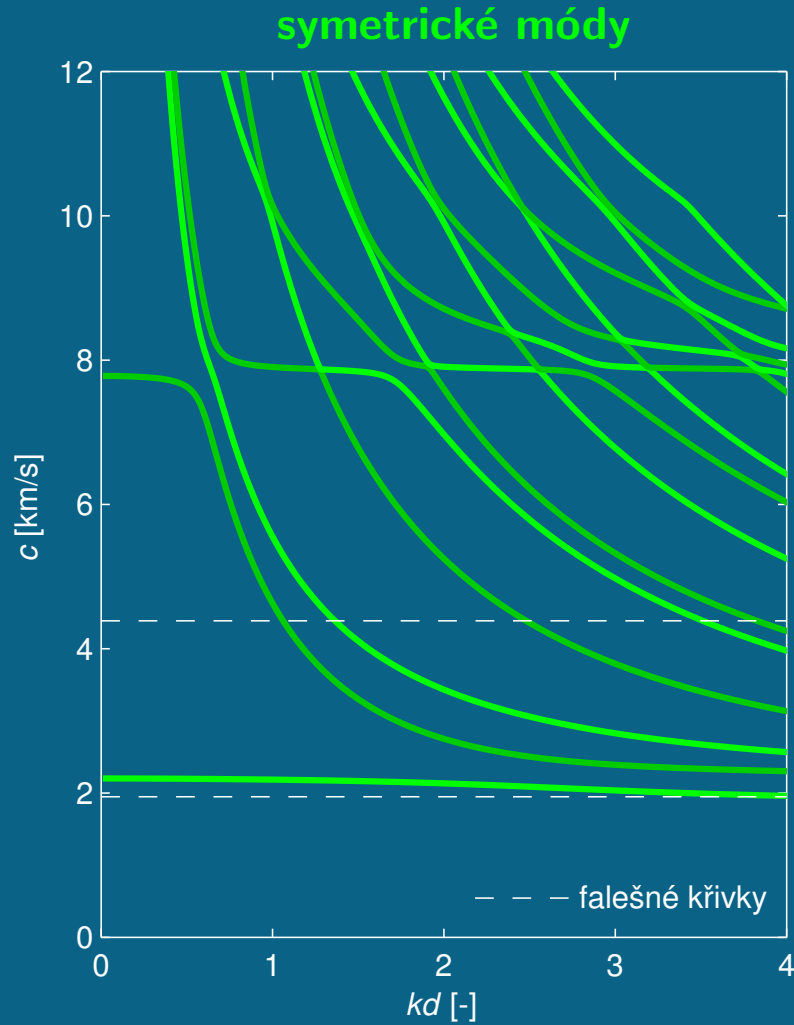
symetrické módy



antisymetrické módy

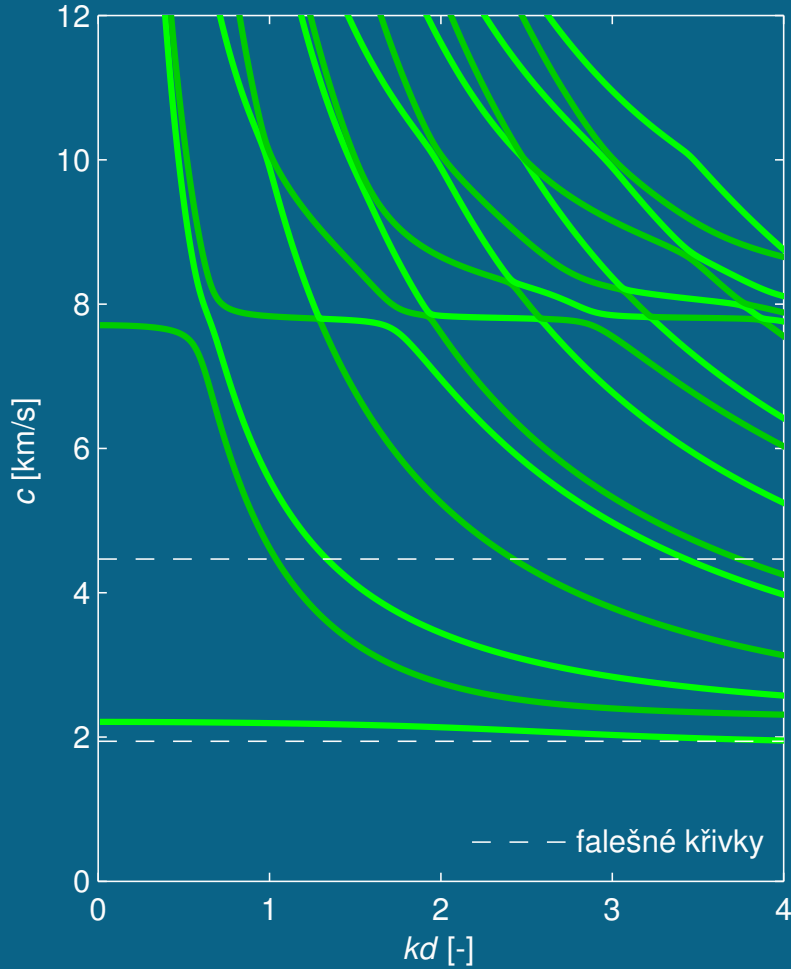


Směr šíření $\phi = 30^\circ$

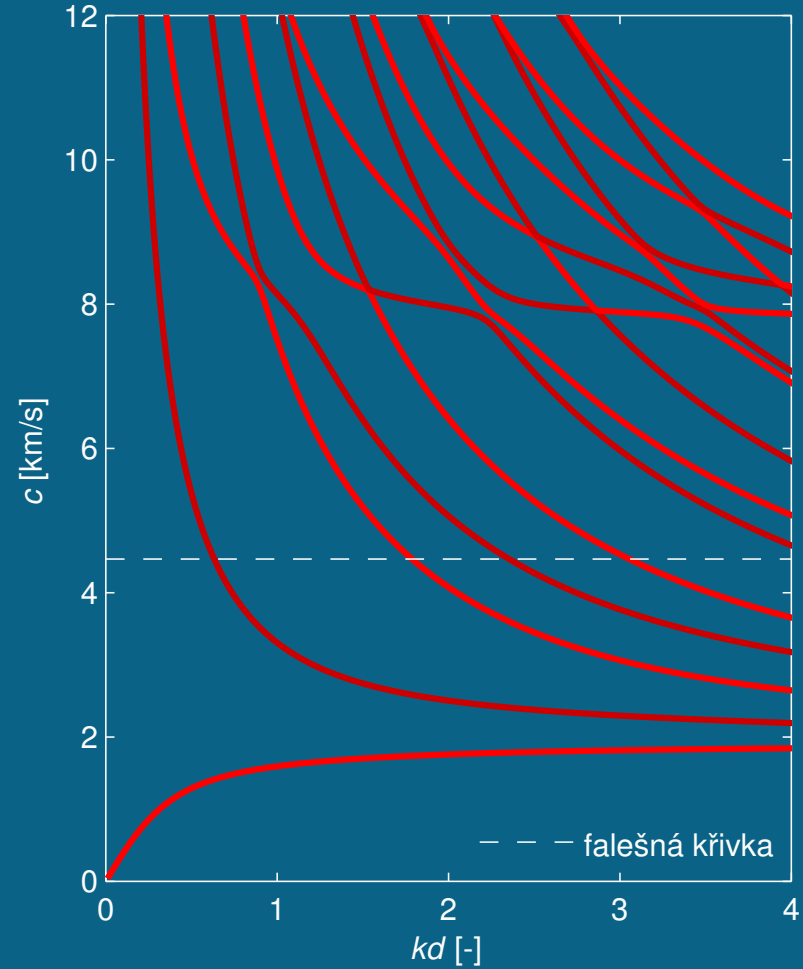


Směr šíření $\phi = 31^\circ$

symetrické módy

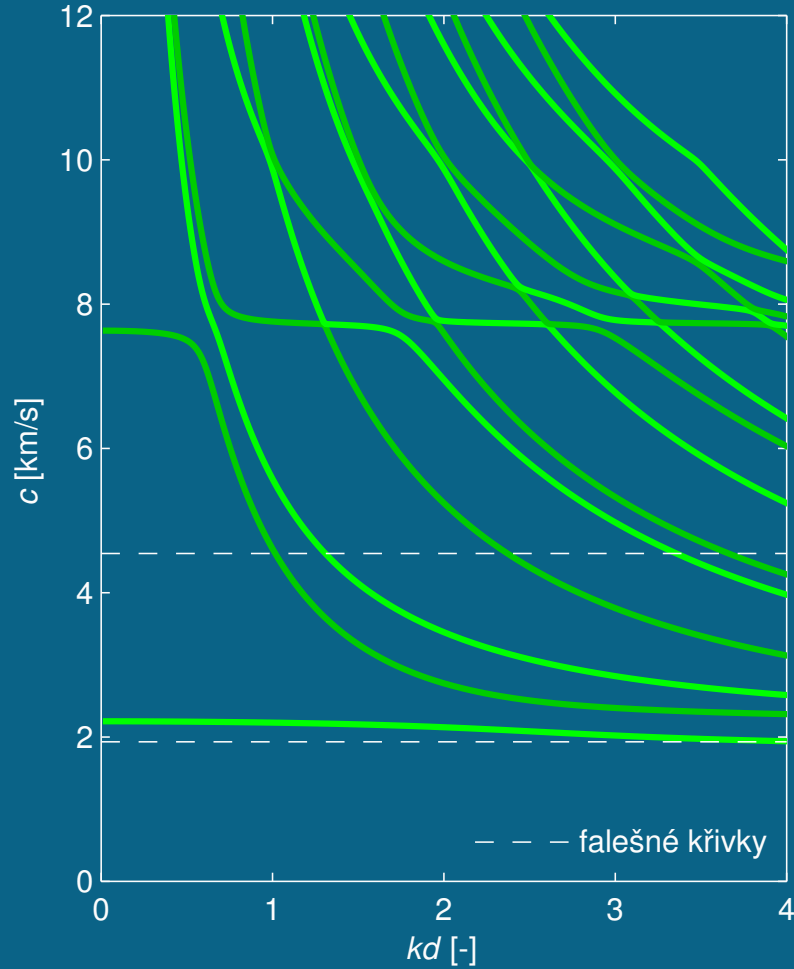


antisymetrické módy

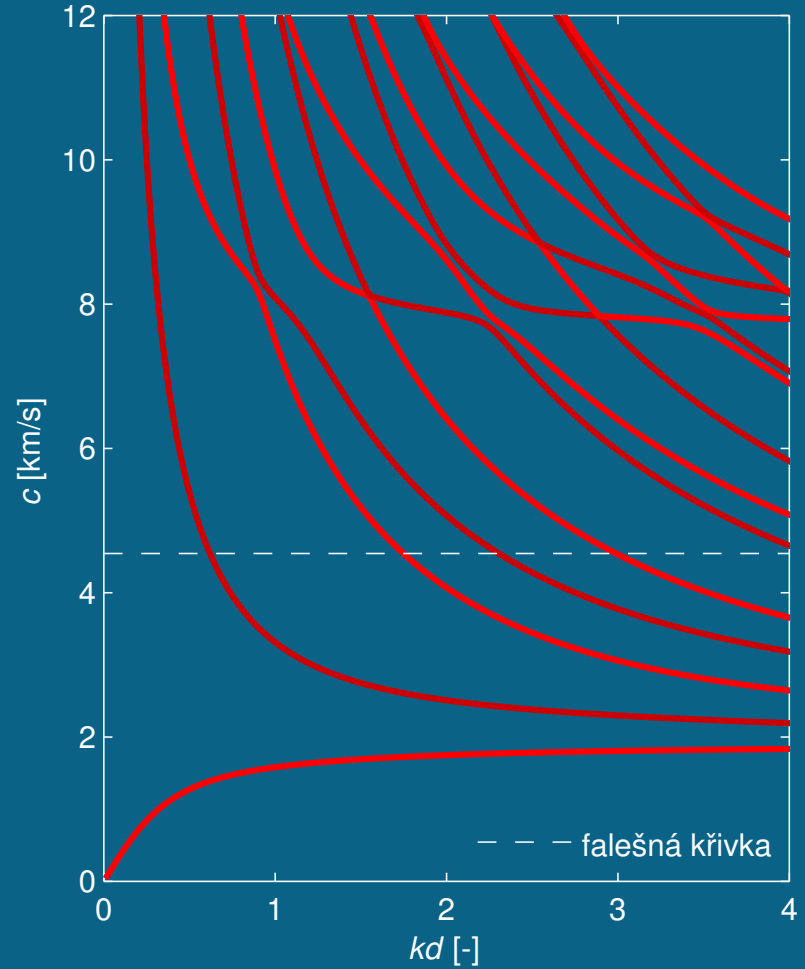


Směr šíření $\phi = 32^\circ$

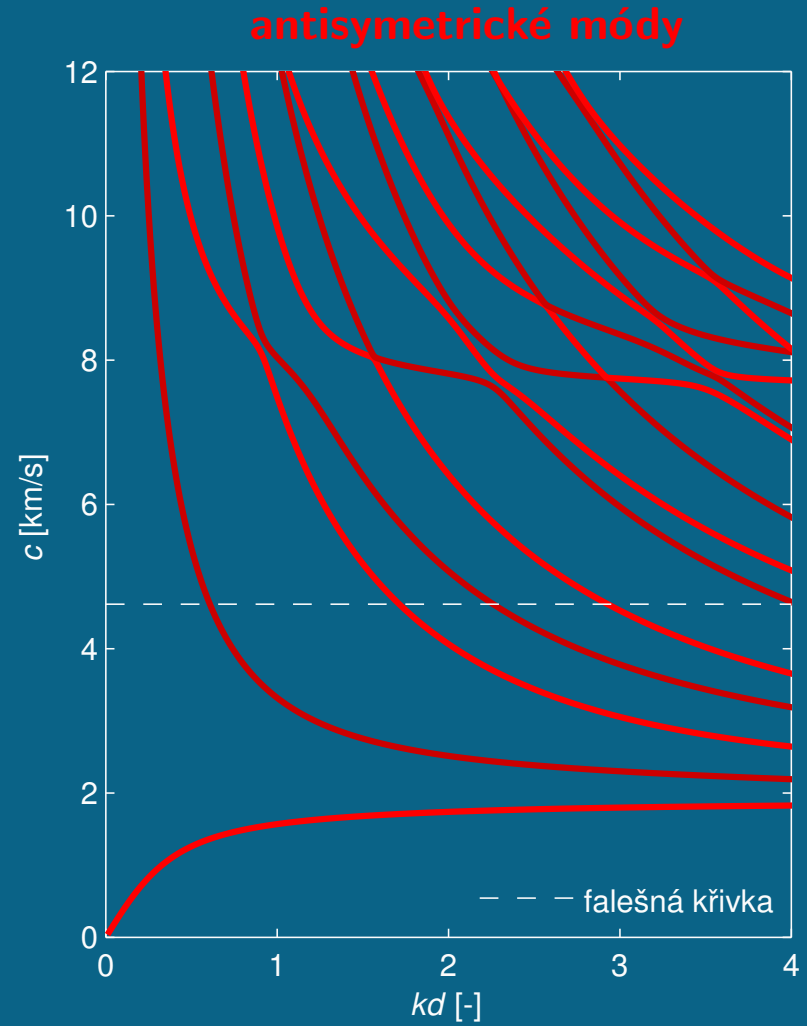
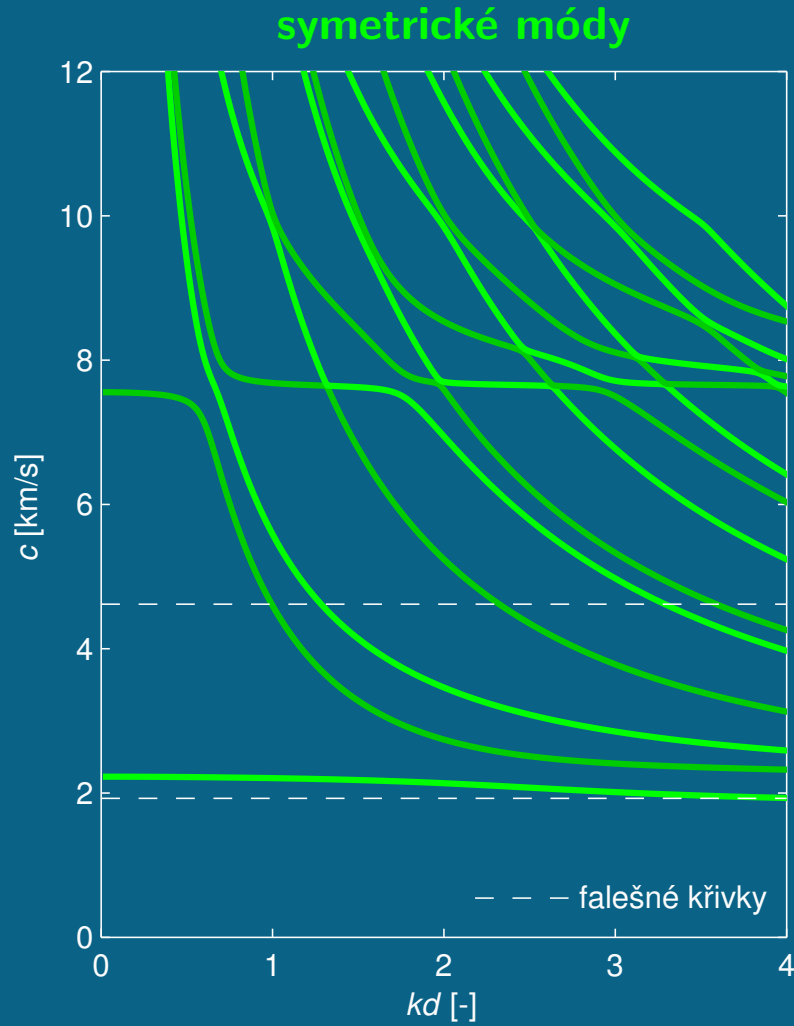
symetrické módy



antisymetrické módy

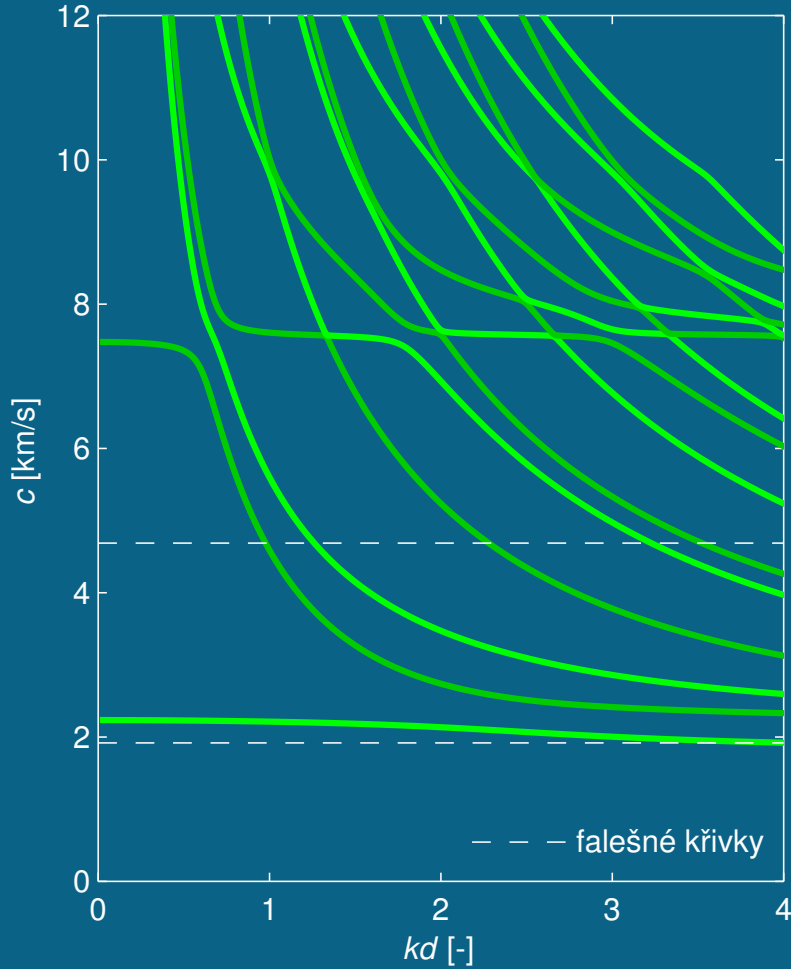


Směr šíření $\phi = 33^\circ$

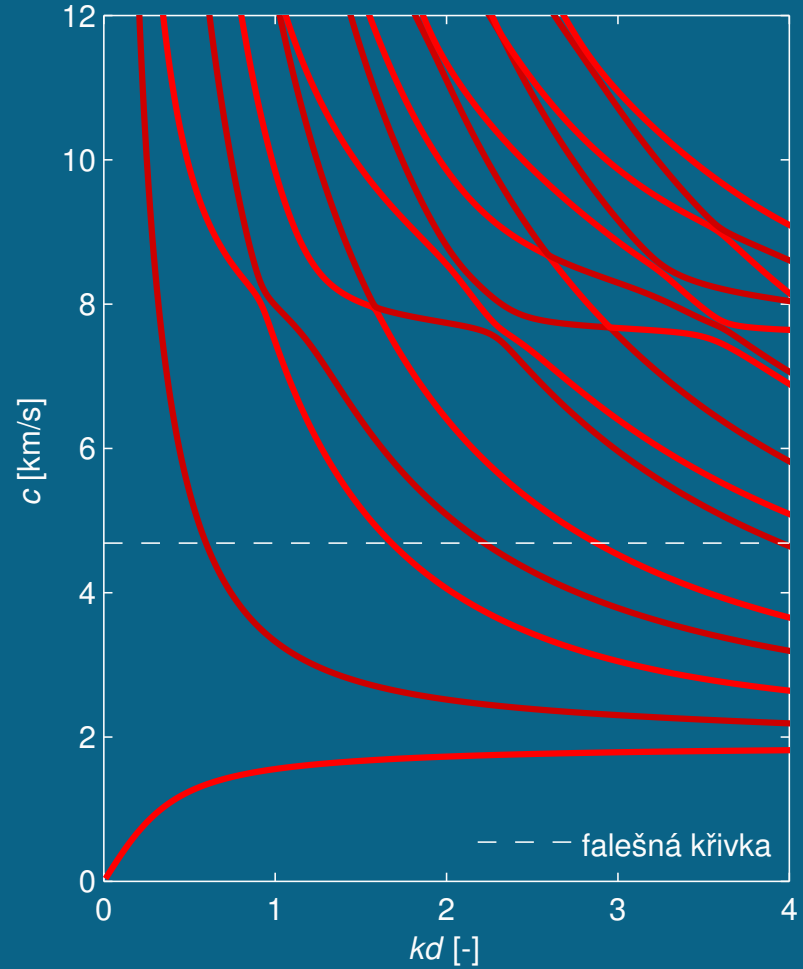


Směr šíření $\phi = 34^\circ$

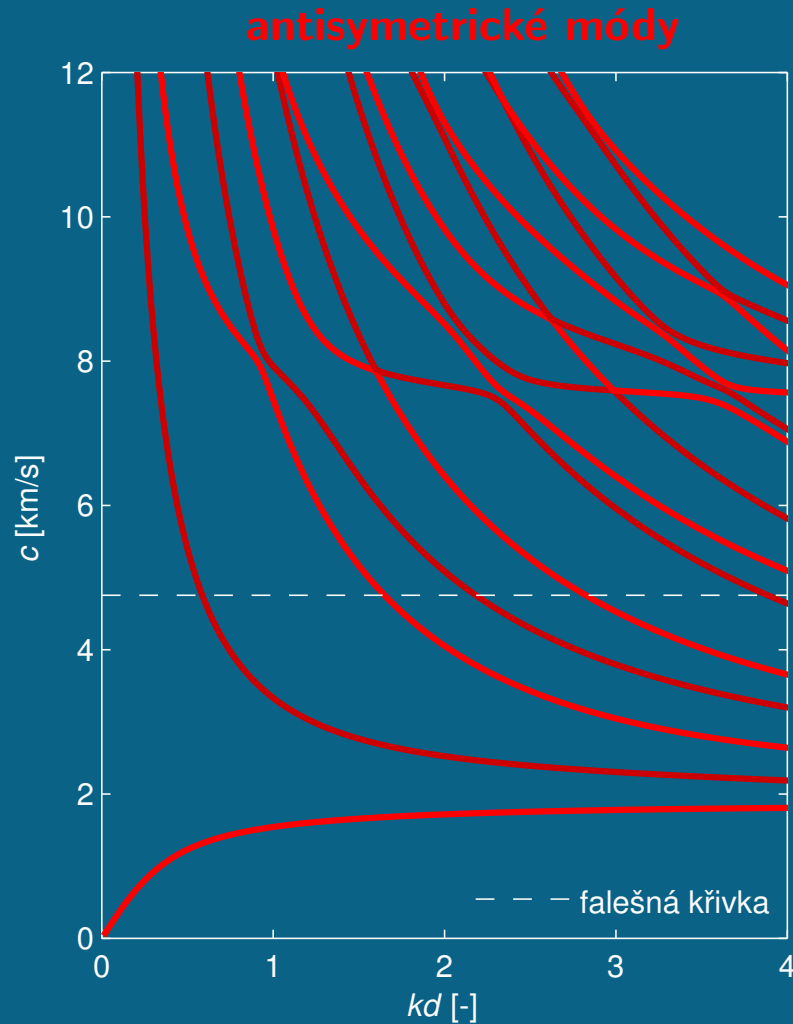
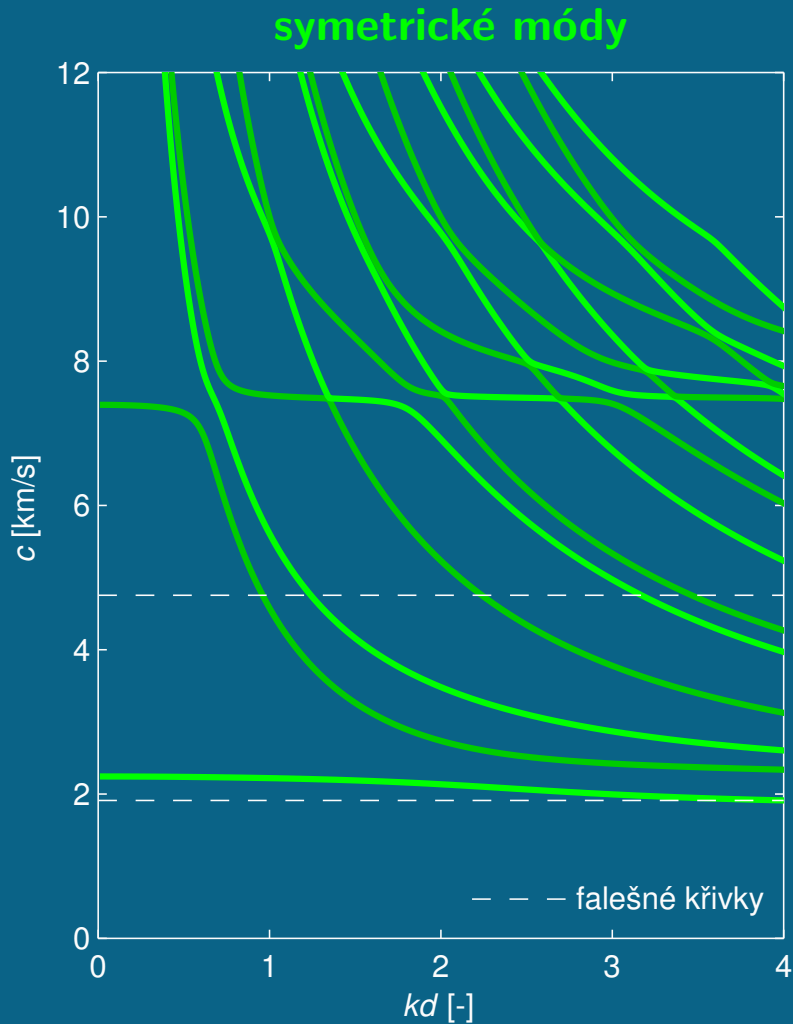
symetrické módy



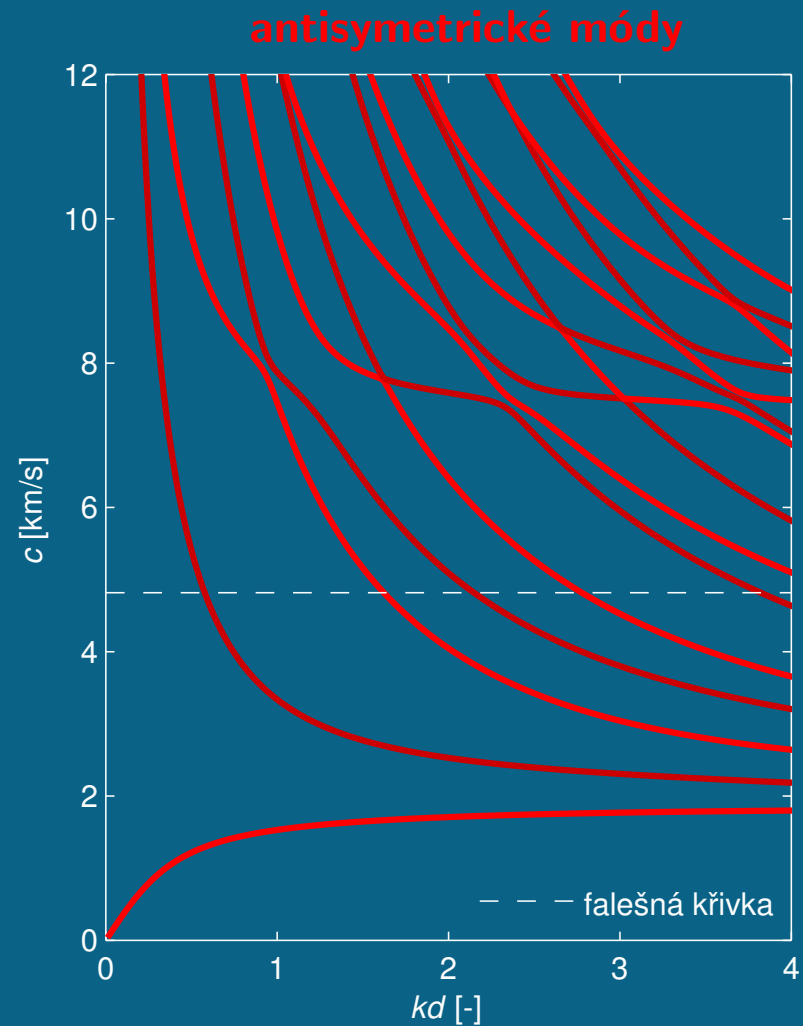
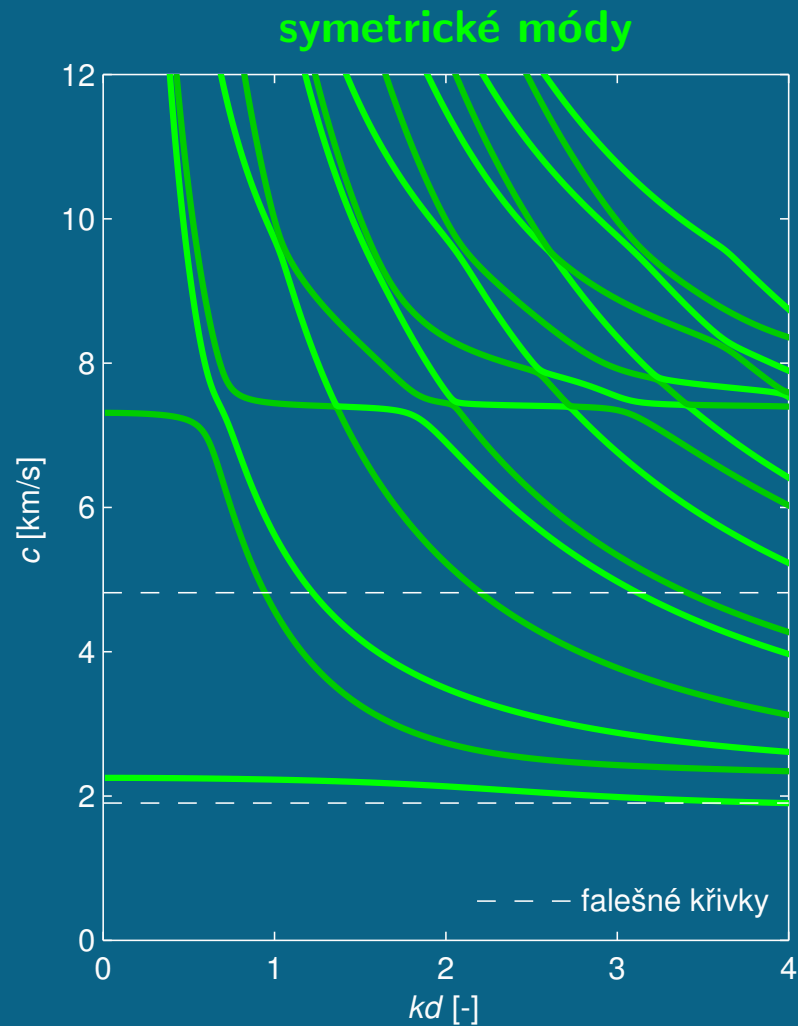
antisymetrické módy



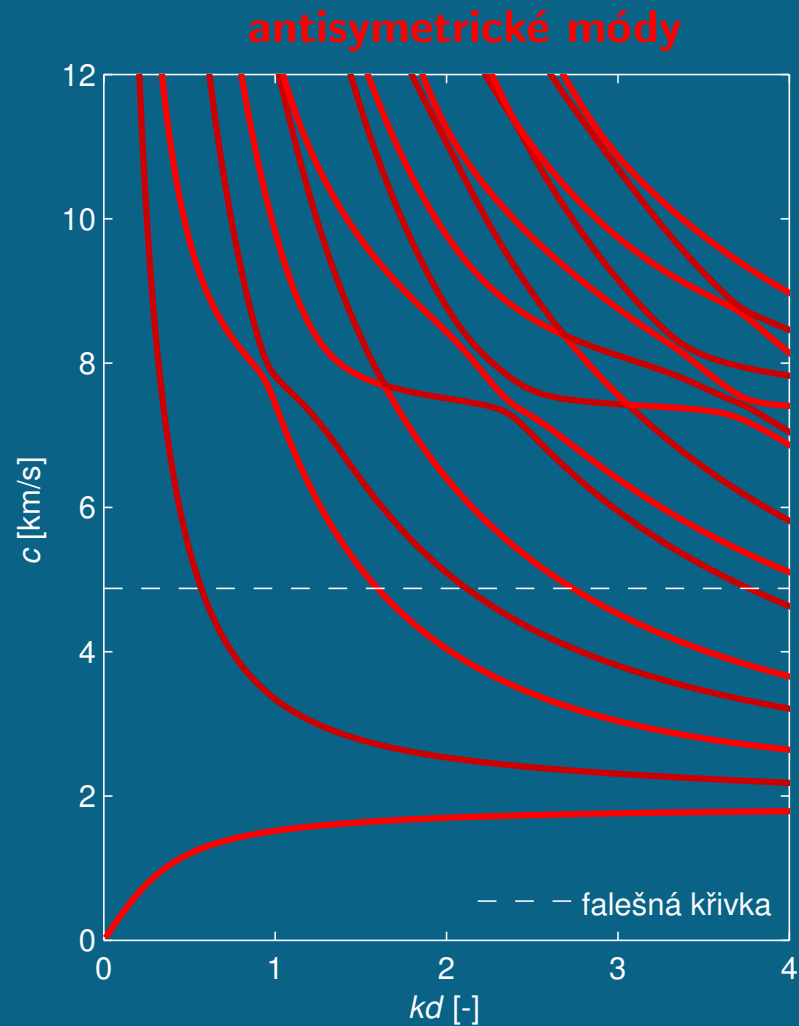
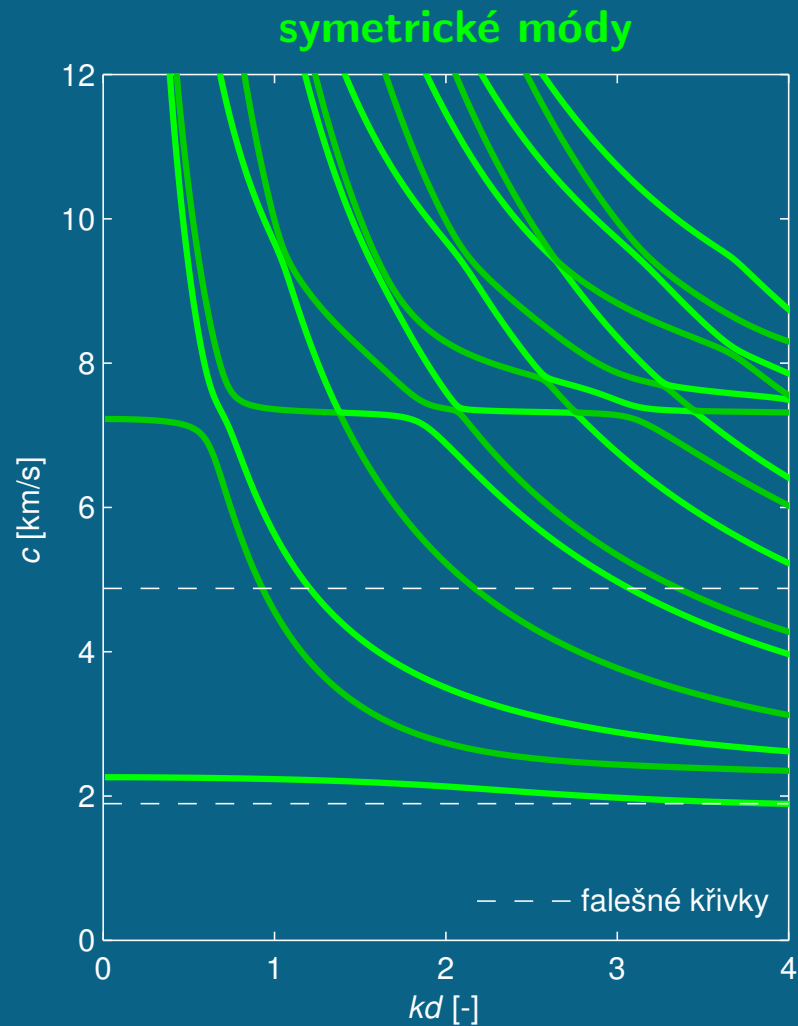
Směr šíření $\phi = 35^\circ$



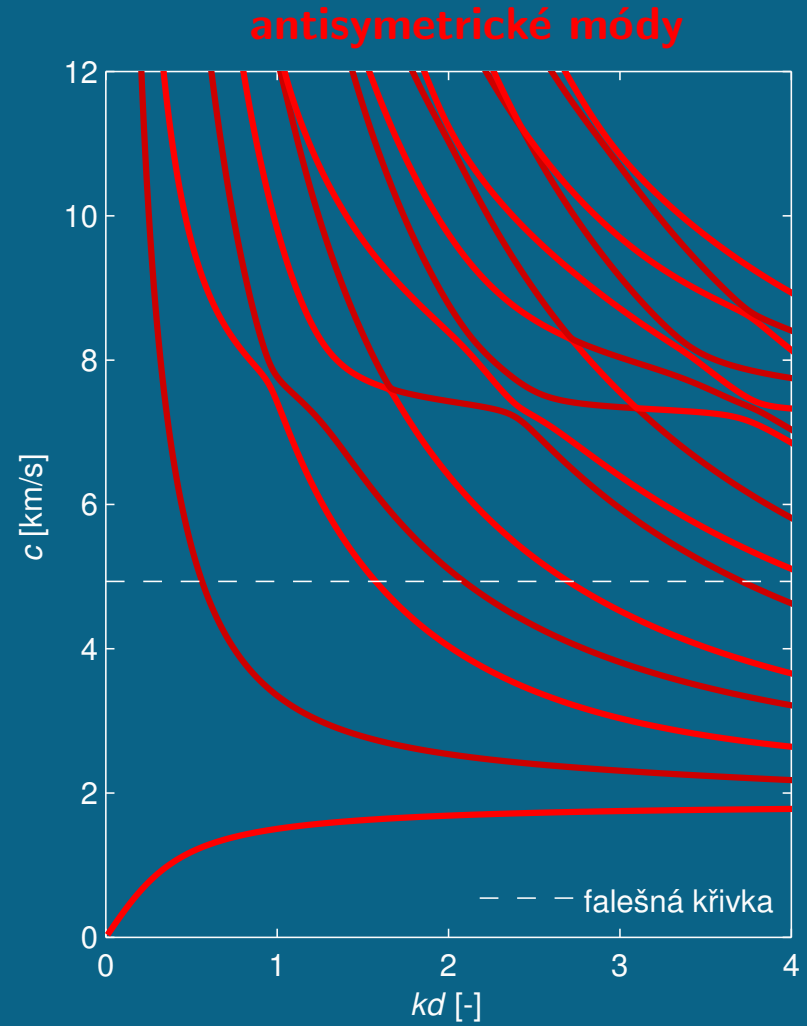
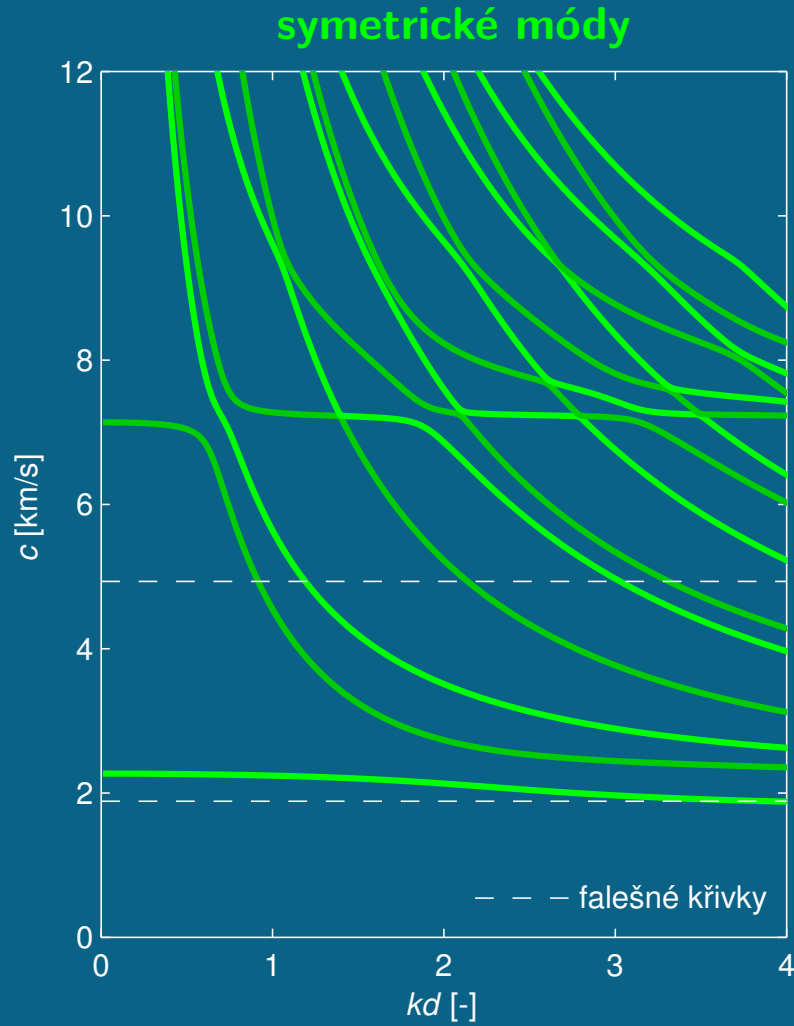
Směr šíření $\phi = 36^\circ$



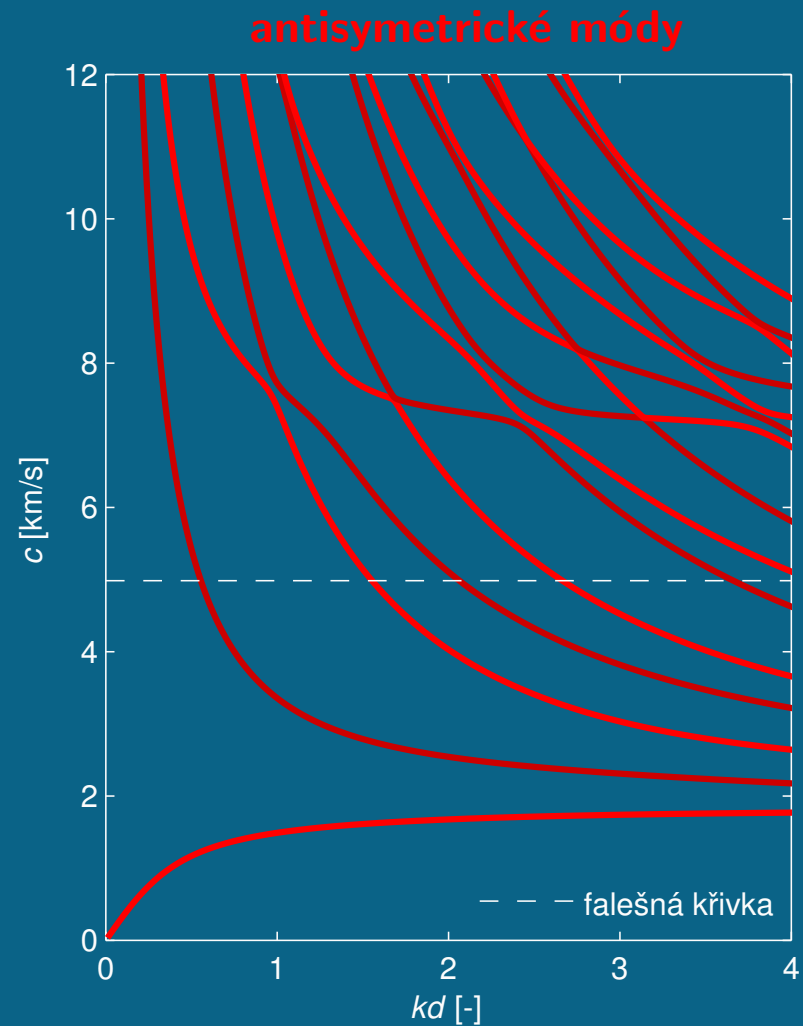
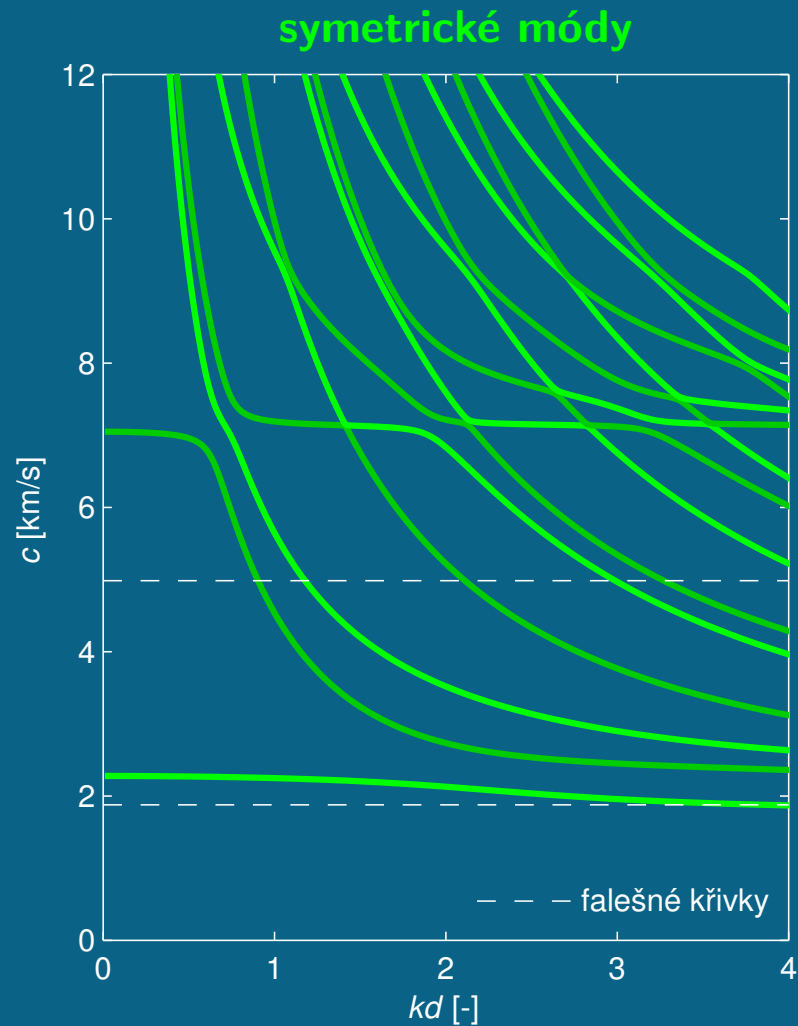
Směr šíření $\phi = 37^\circ$



Směr šíření $\phi = 38^\circ$

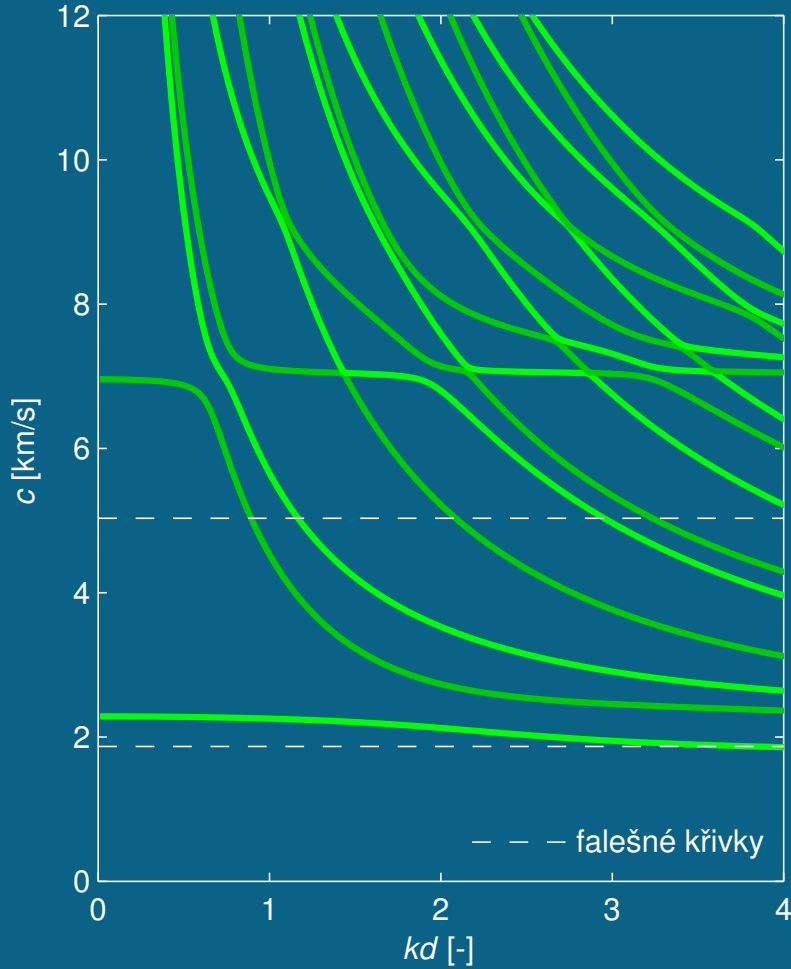


Směr šíření $\phi = 39^\circ$

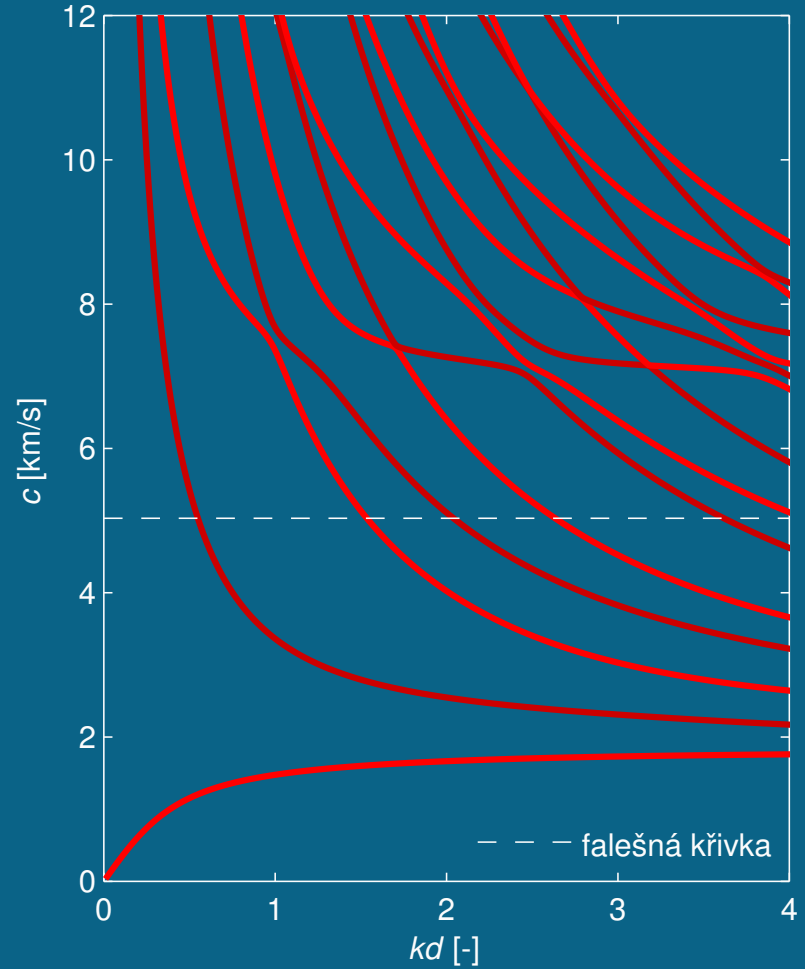


Směr šíření $\phi = 40^\circ$

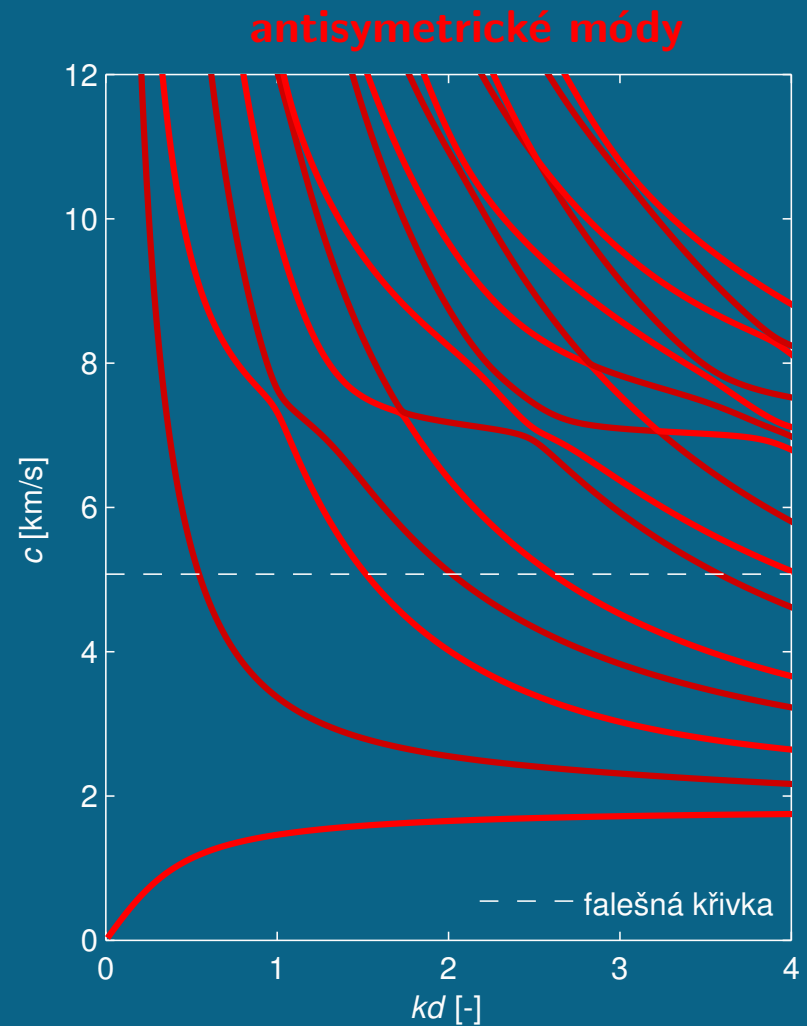
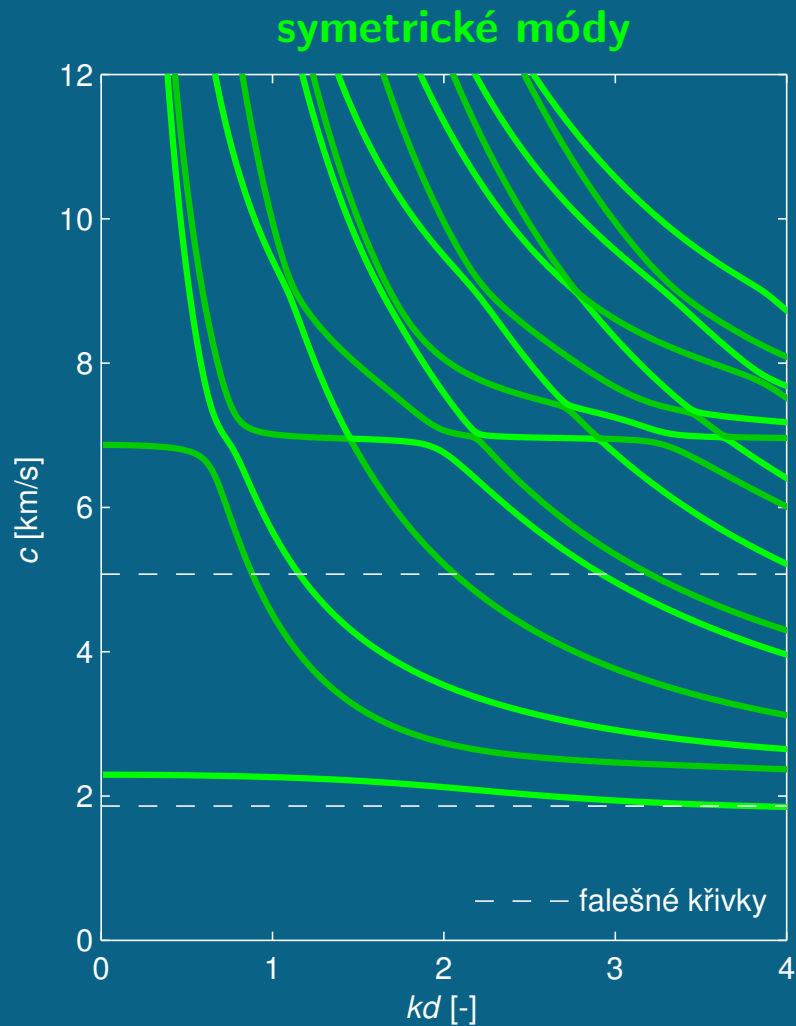
symetrické módy



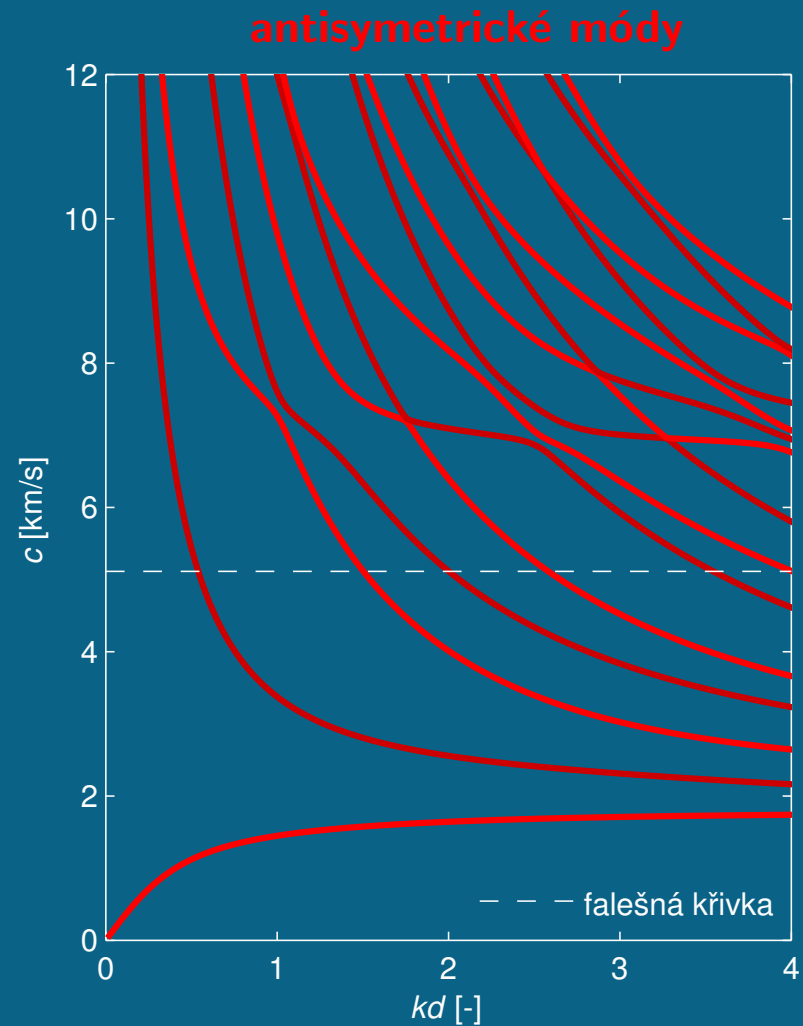
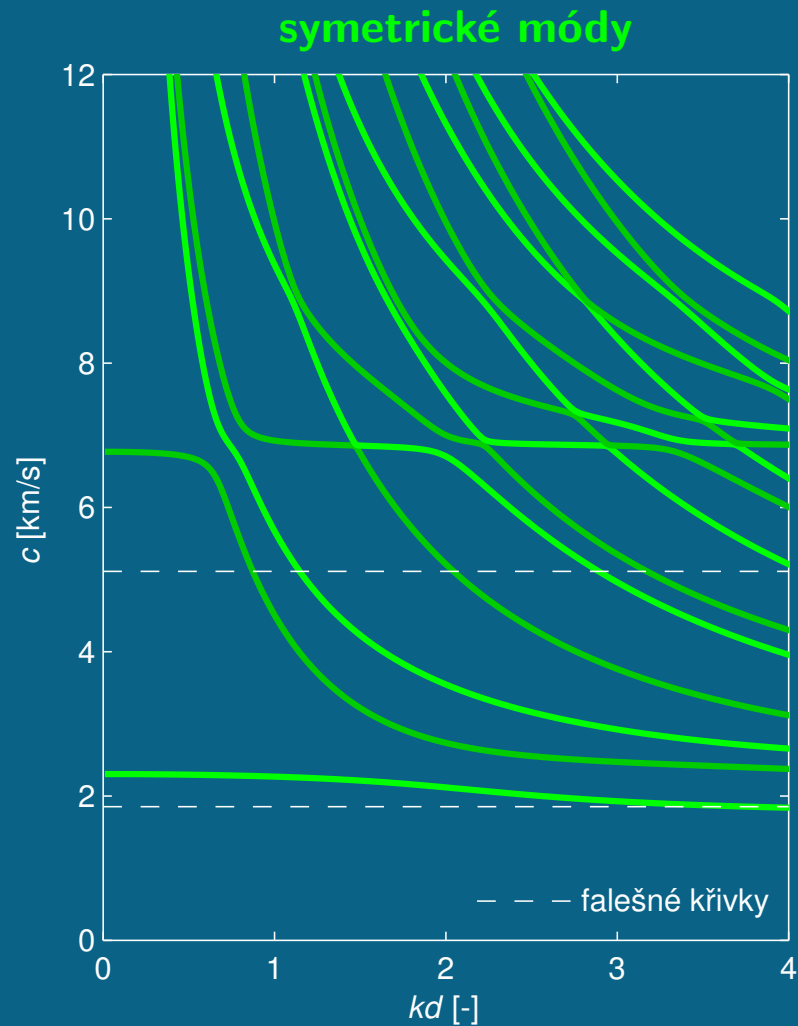
antisymetrické módy



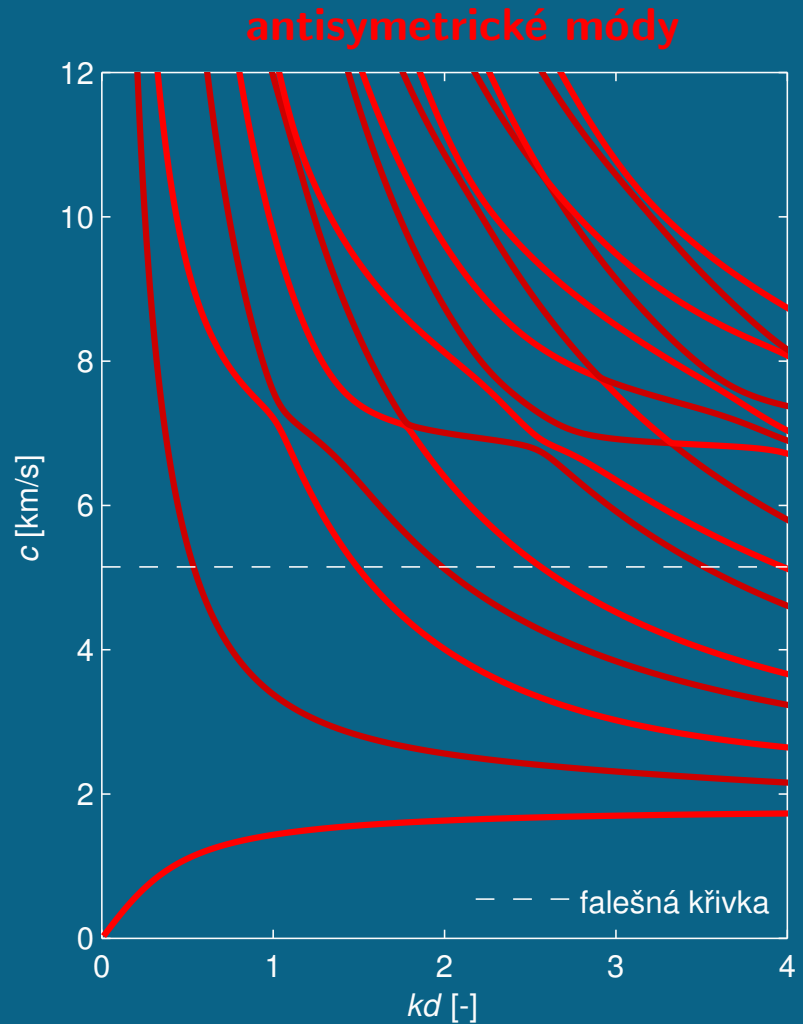
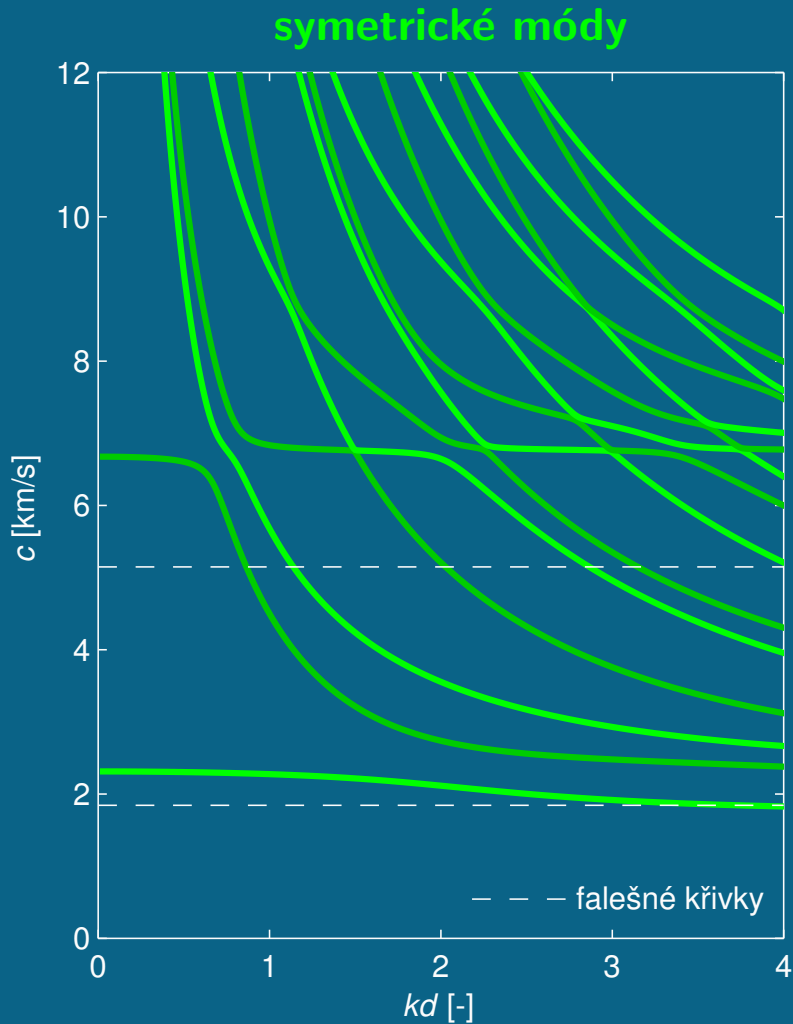
Směr šíření $\phi = 41^\circ$



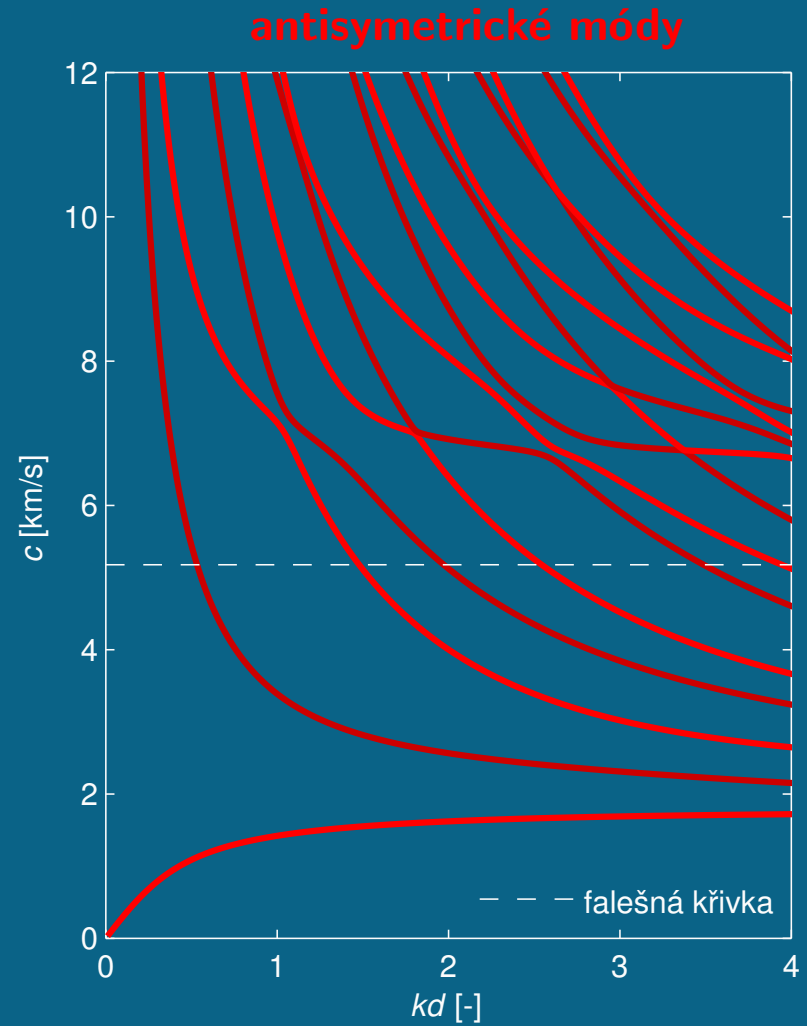
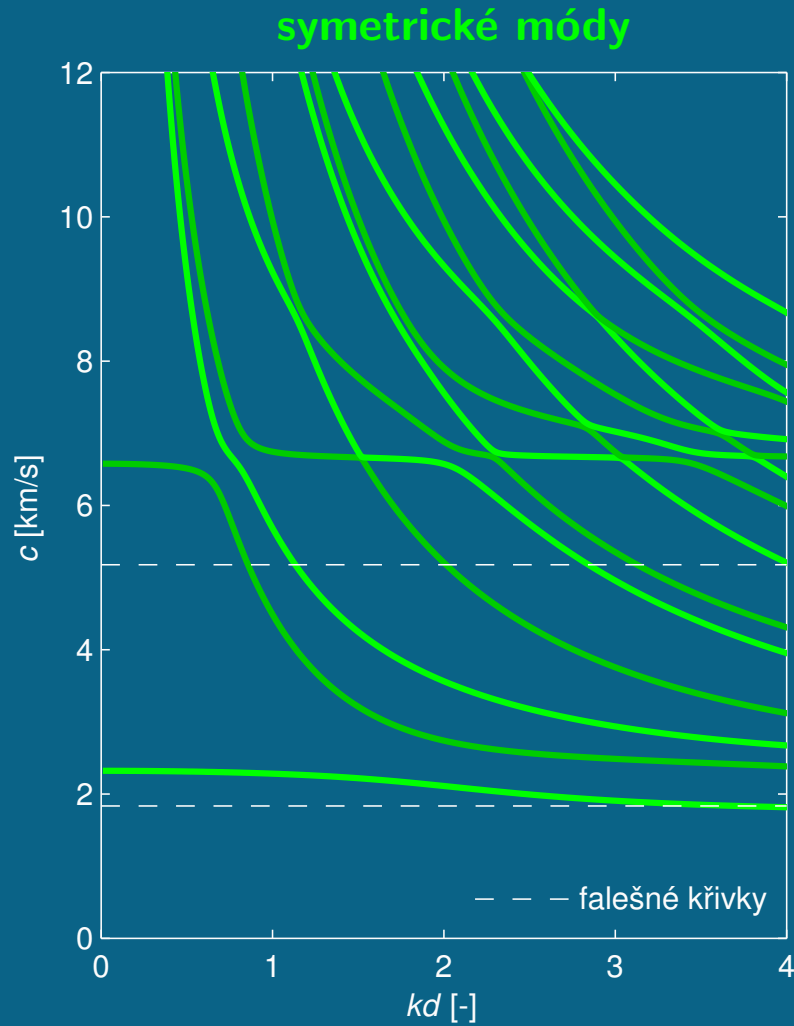
Směr šíření $\phi = 42^\circ$



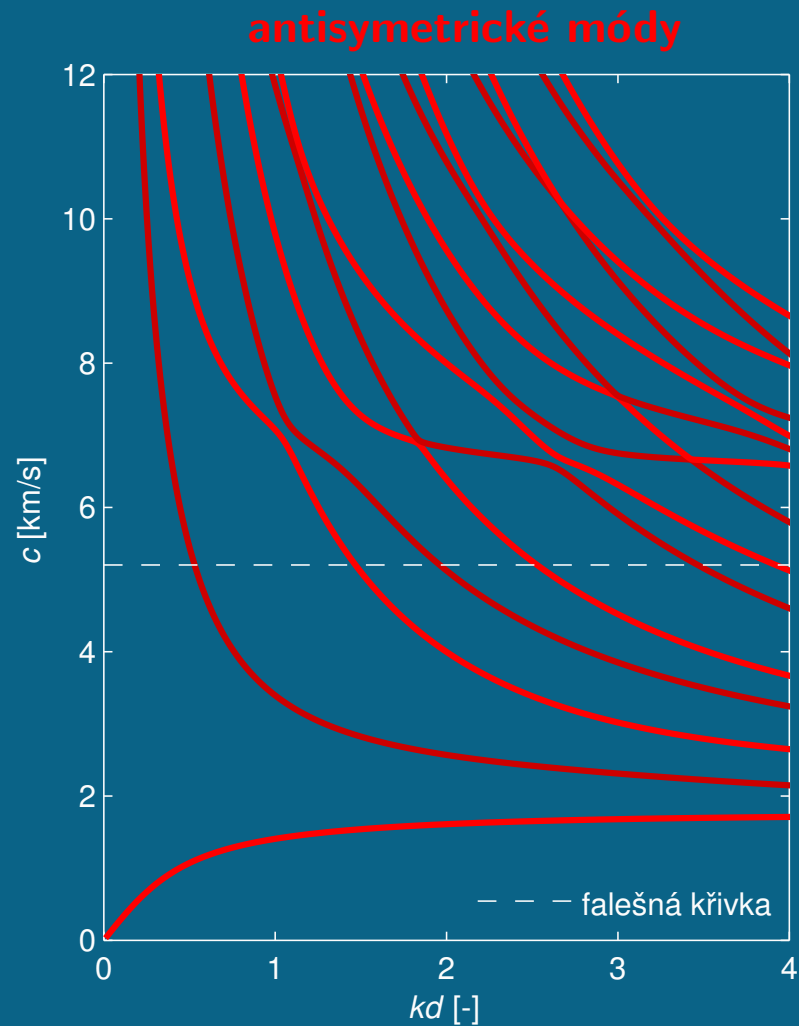
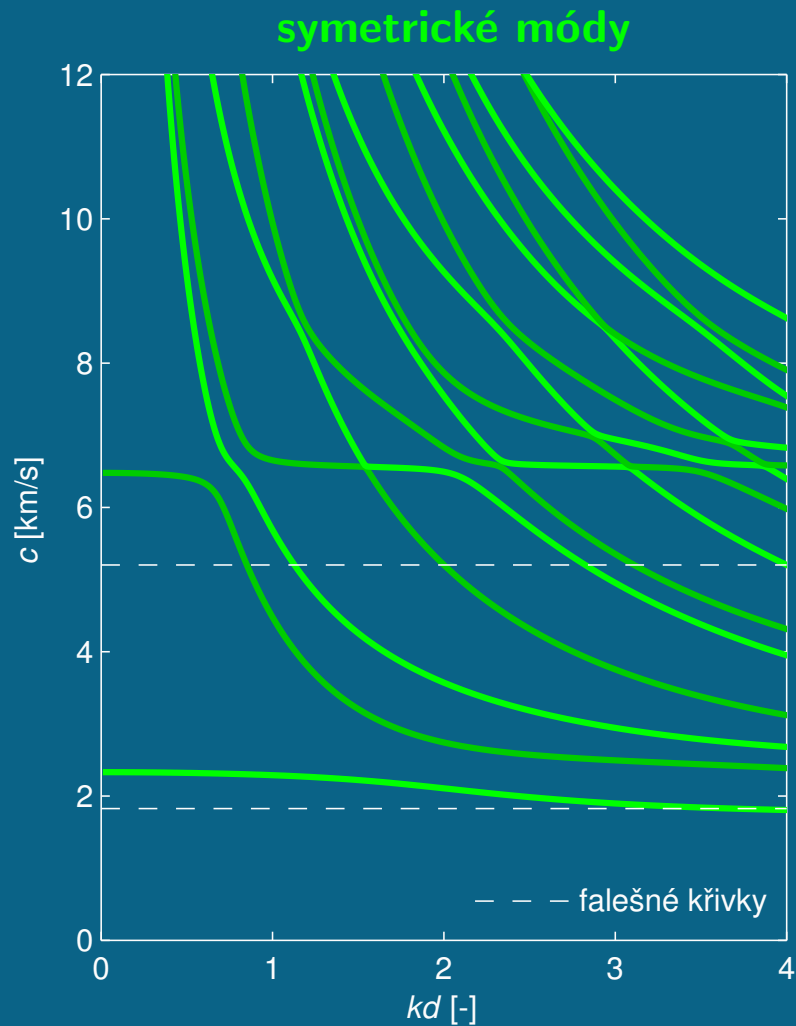
Směr šíření $\phi = 43^\circ$



Směr šíření $\phi = 44^\circ$

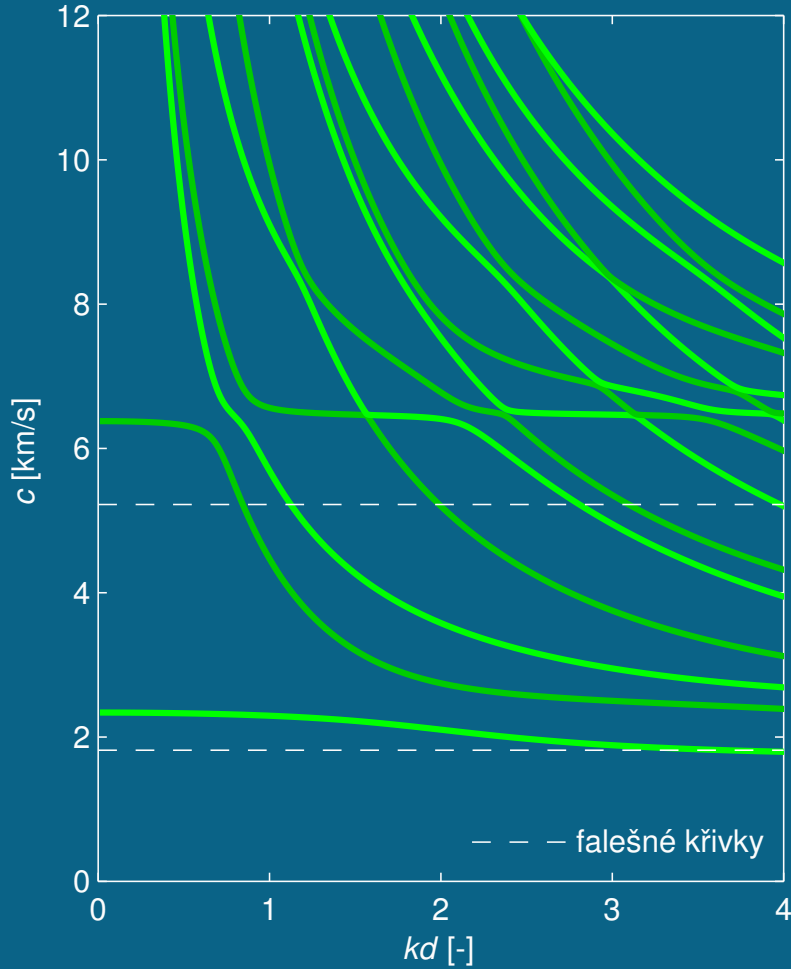


Směr šíření $\phi = 45^\circ$

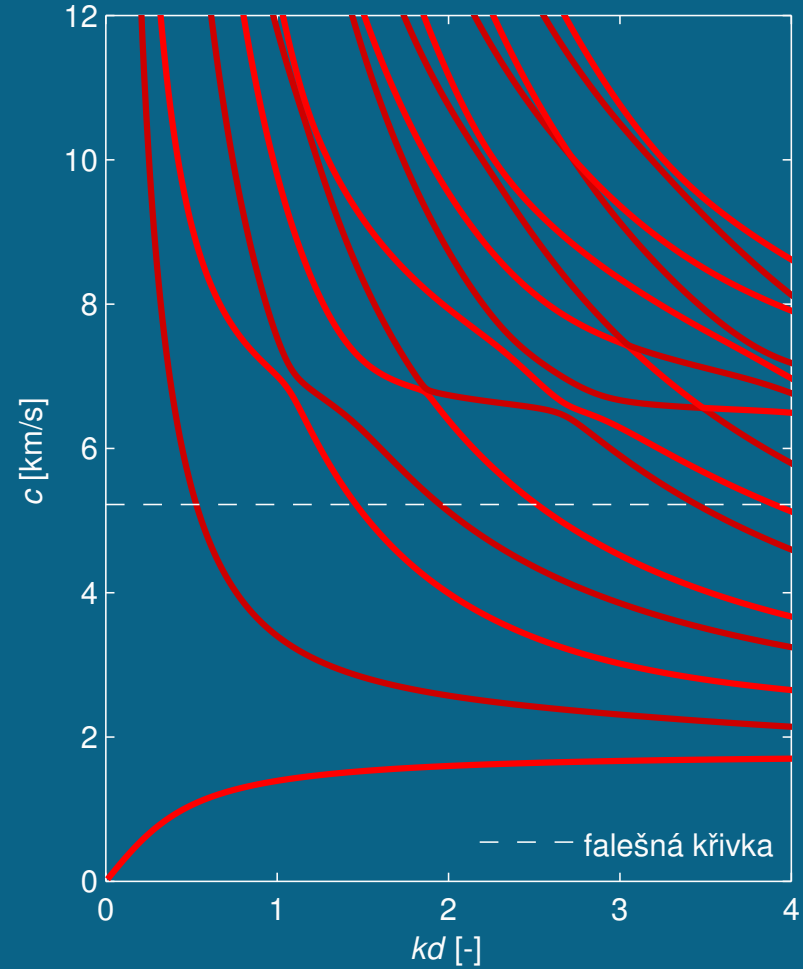


Směr šíření $\phi = 46^\circ$

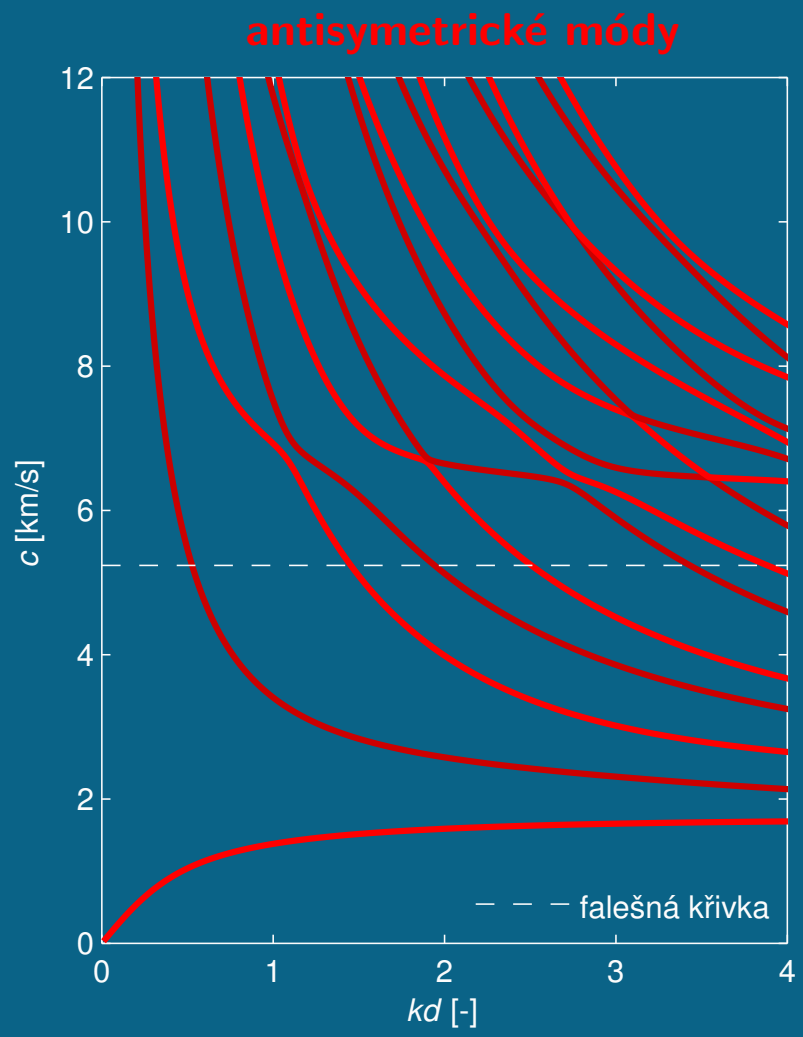
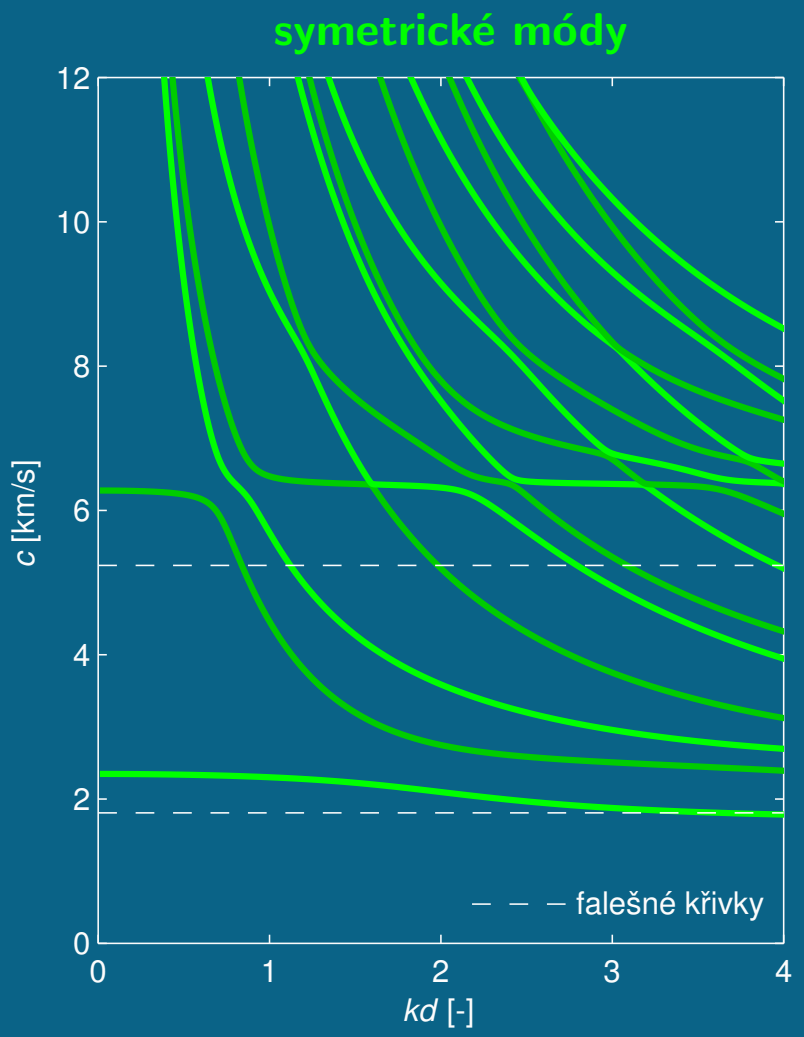
symetrické módy



antisymetrické módy

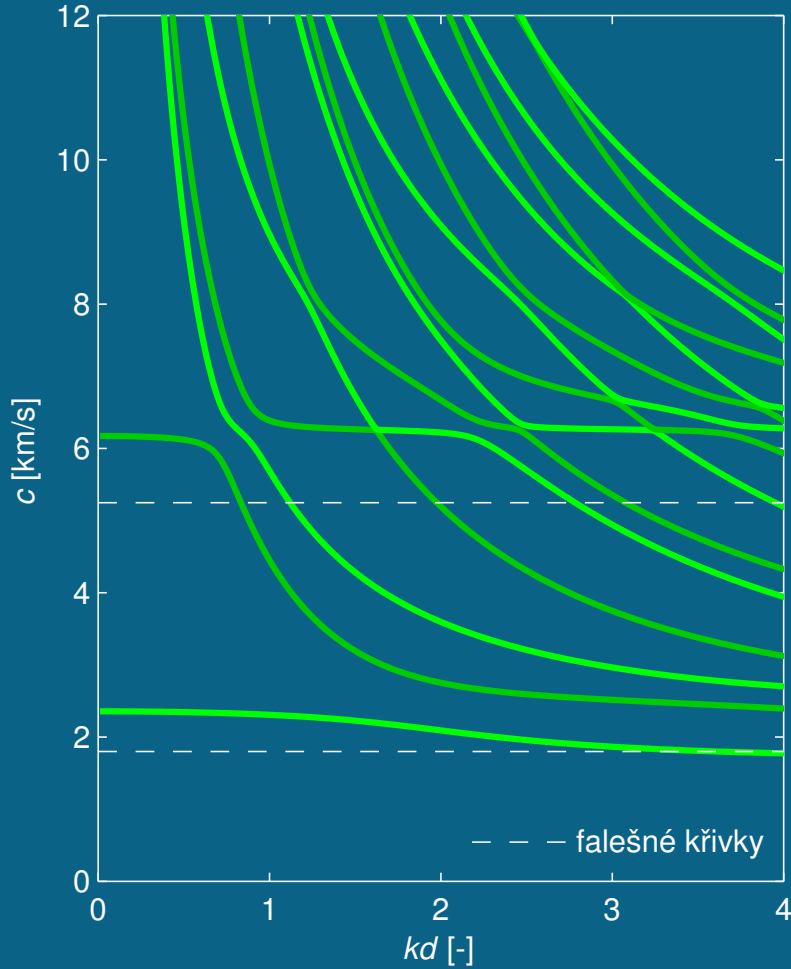


Směr šíření $\phi = 47^\circ$

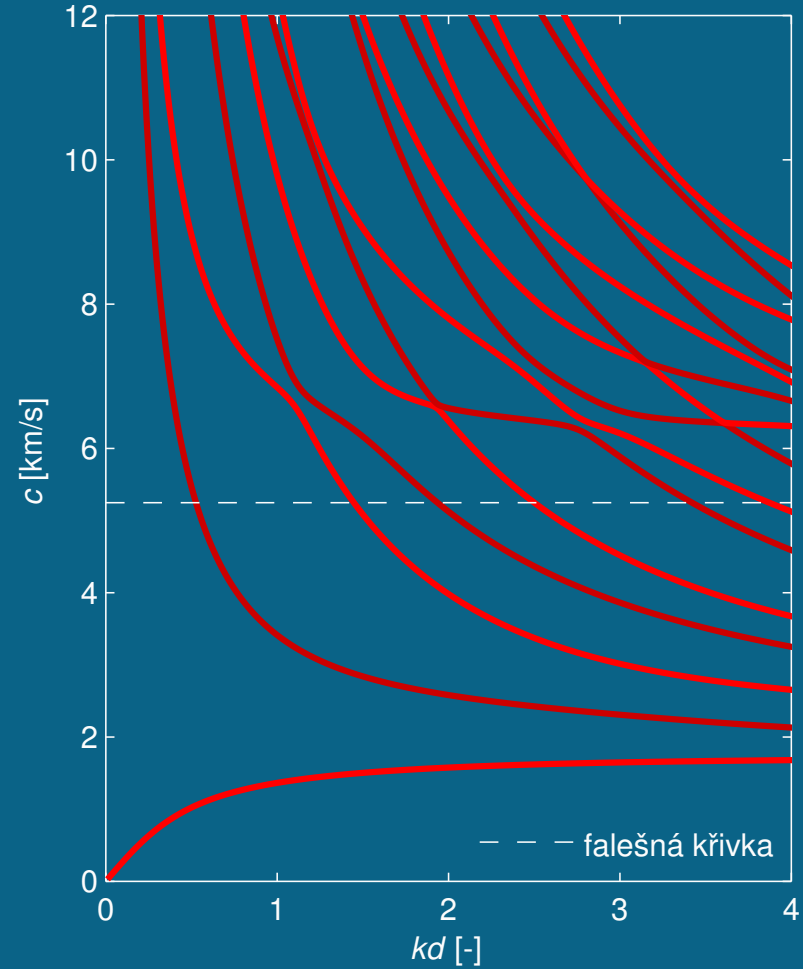


Směr šíření $\phi = 48^\circ$

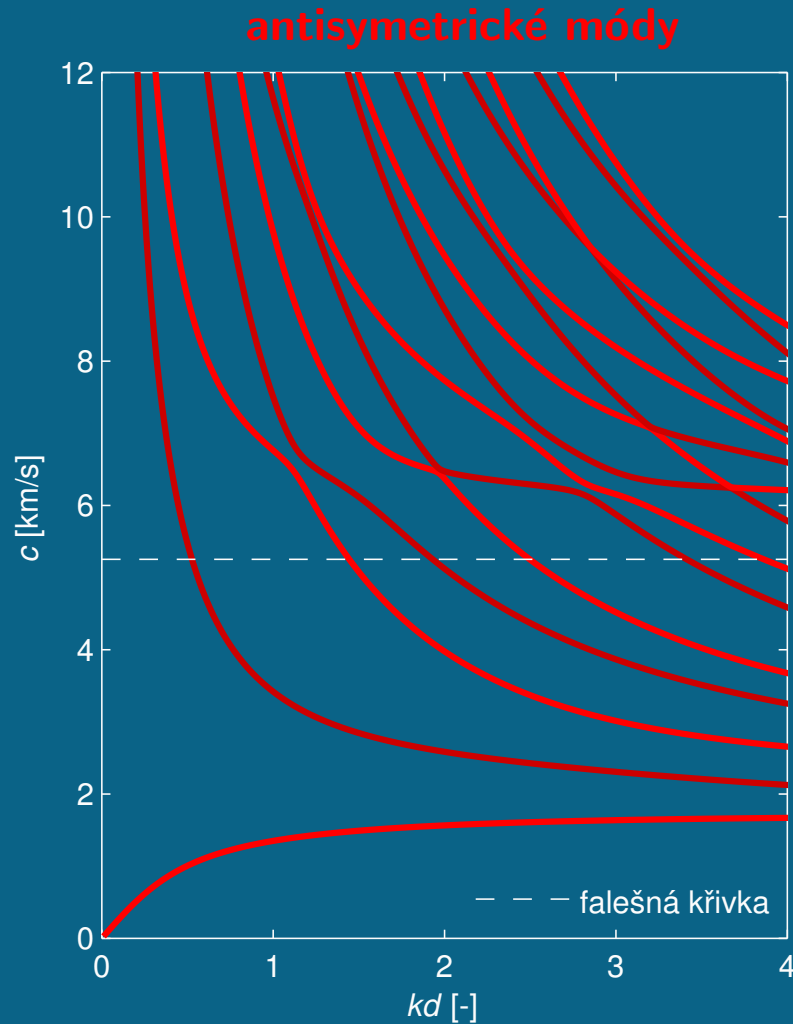
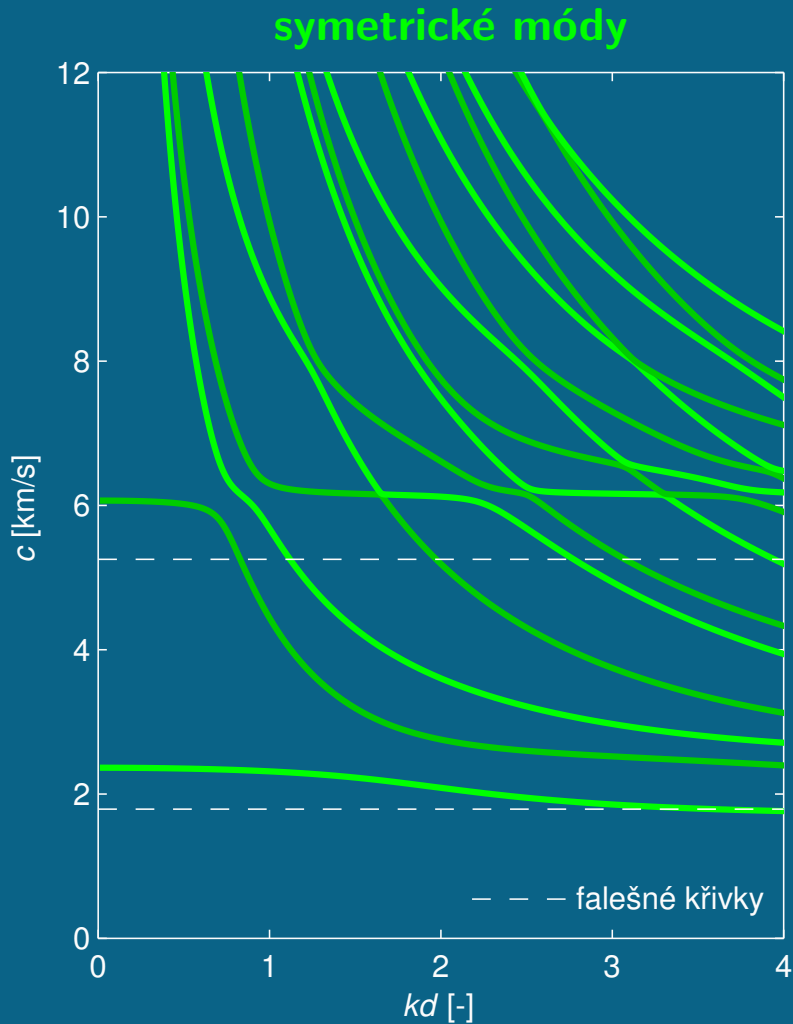
symetrické módy



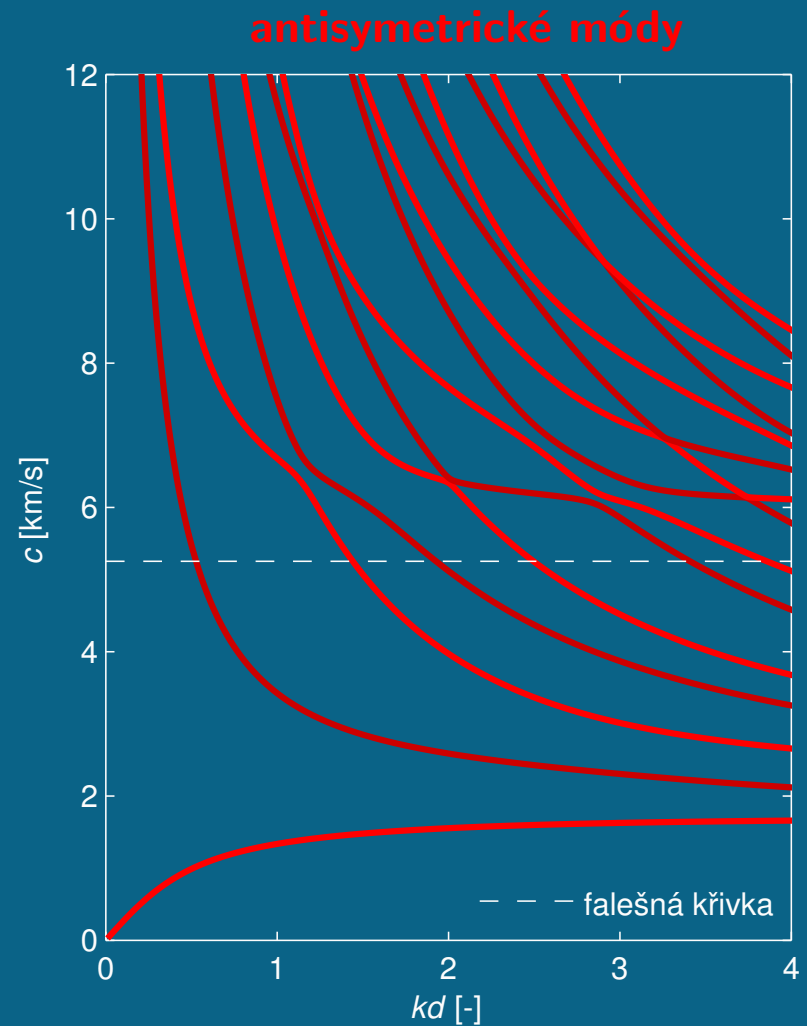
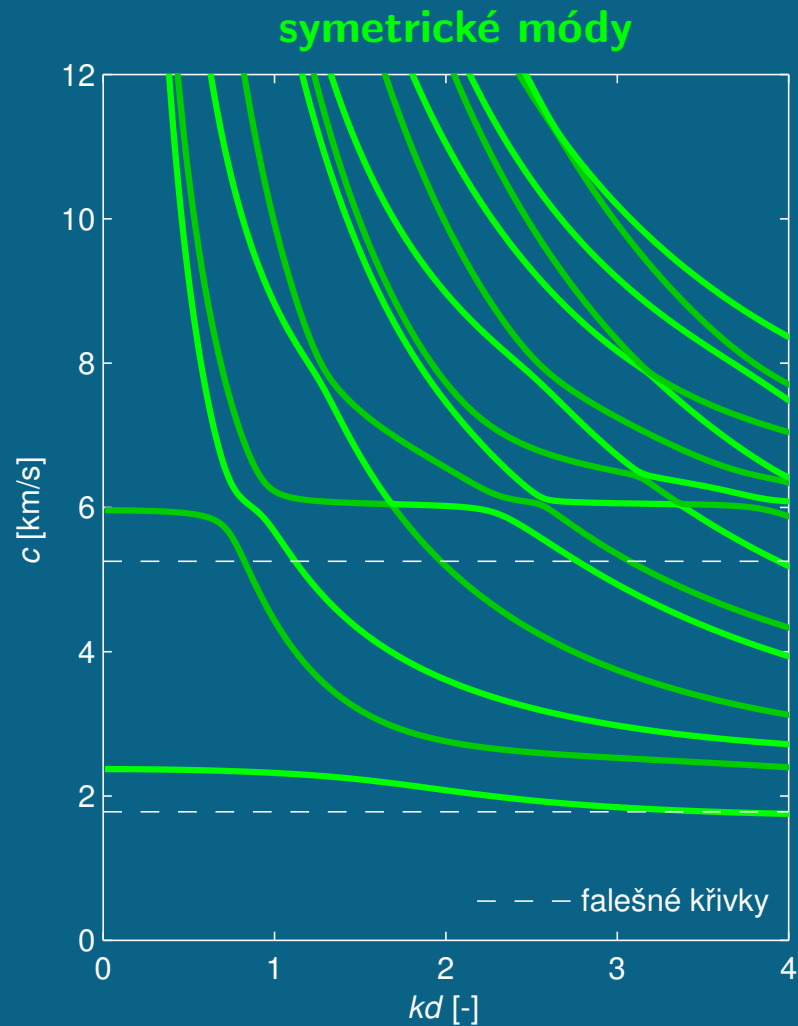
antisymetrické módy



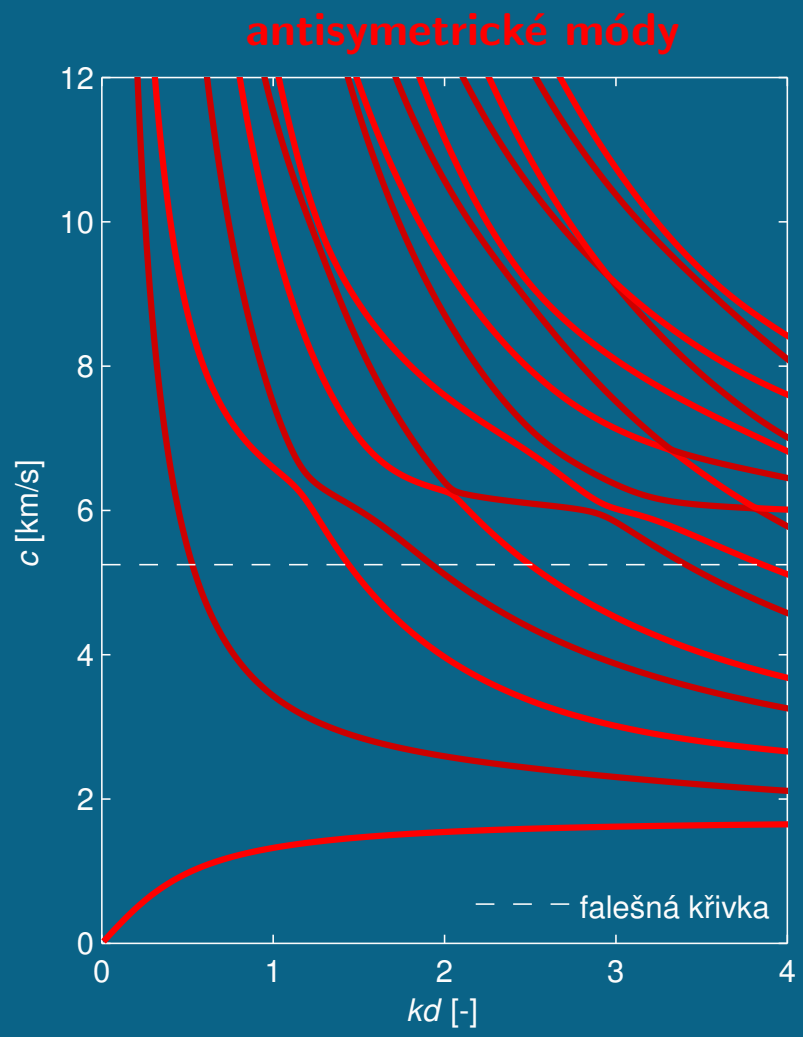
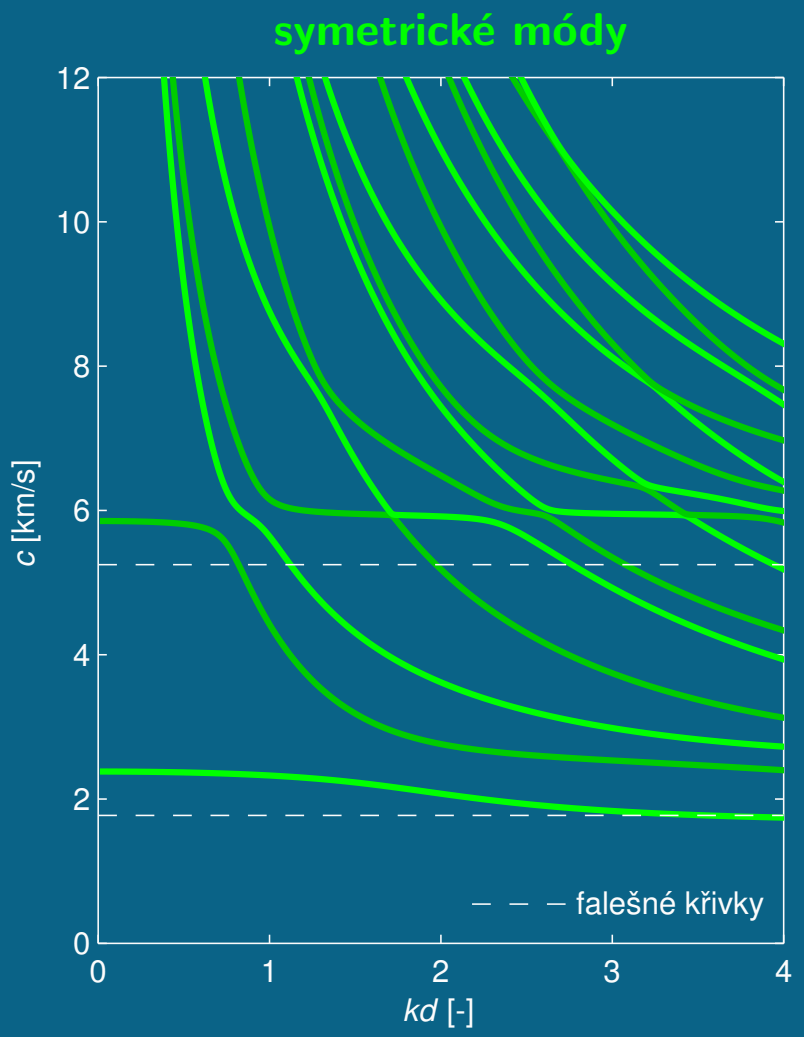
Směr šíření $\phi = 49^\circ$



Směr šíření $\phi = 50^\circ$

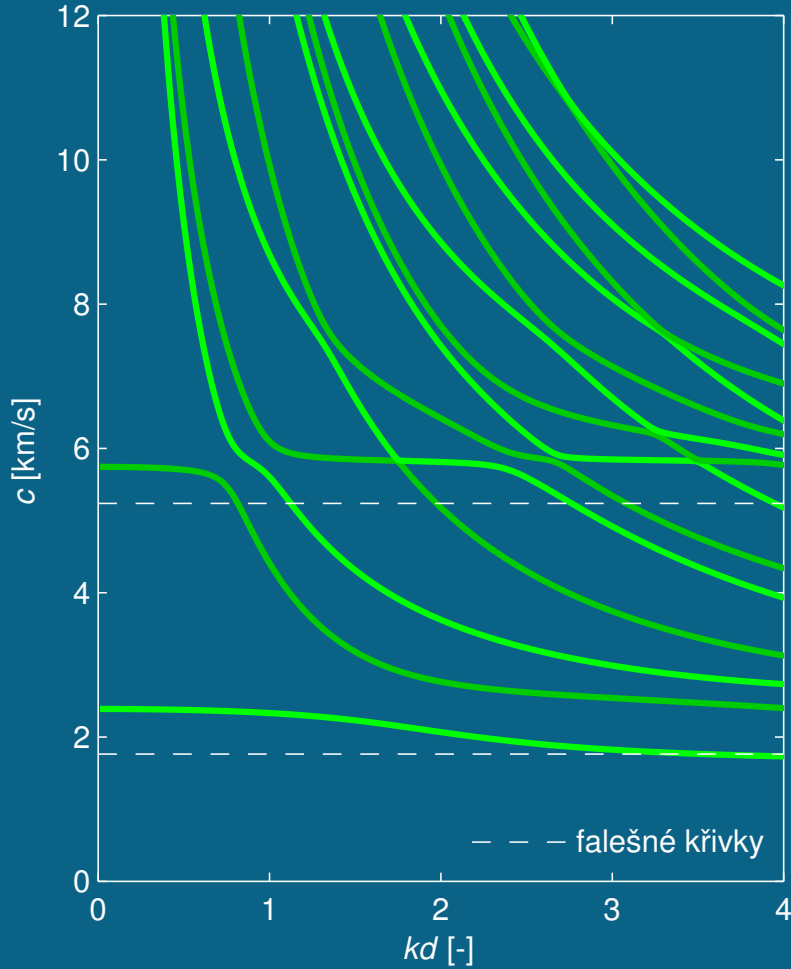


Směr šíření $\phi = 51^\circ$

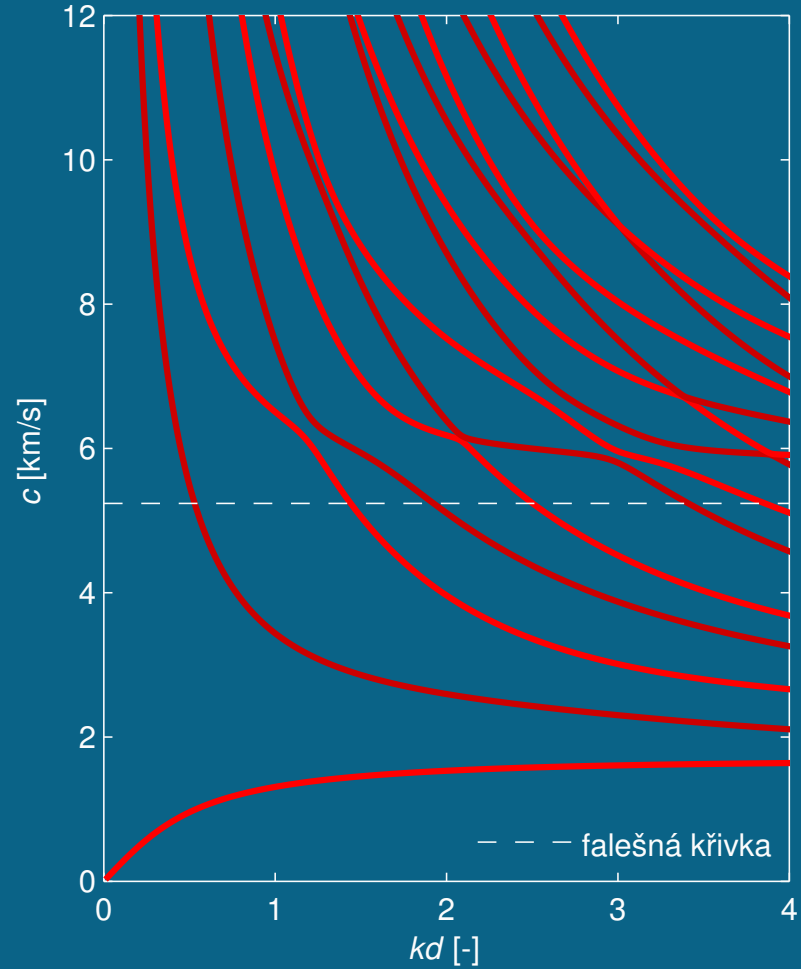


Směr šíření $\phi = 52^\circ$

symetrické módy

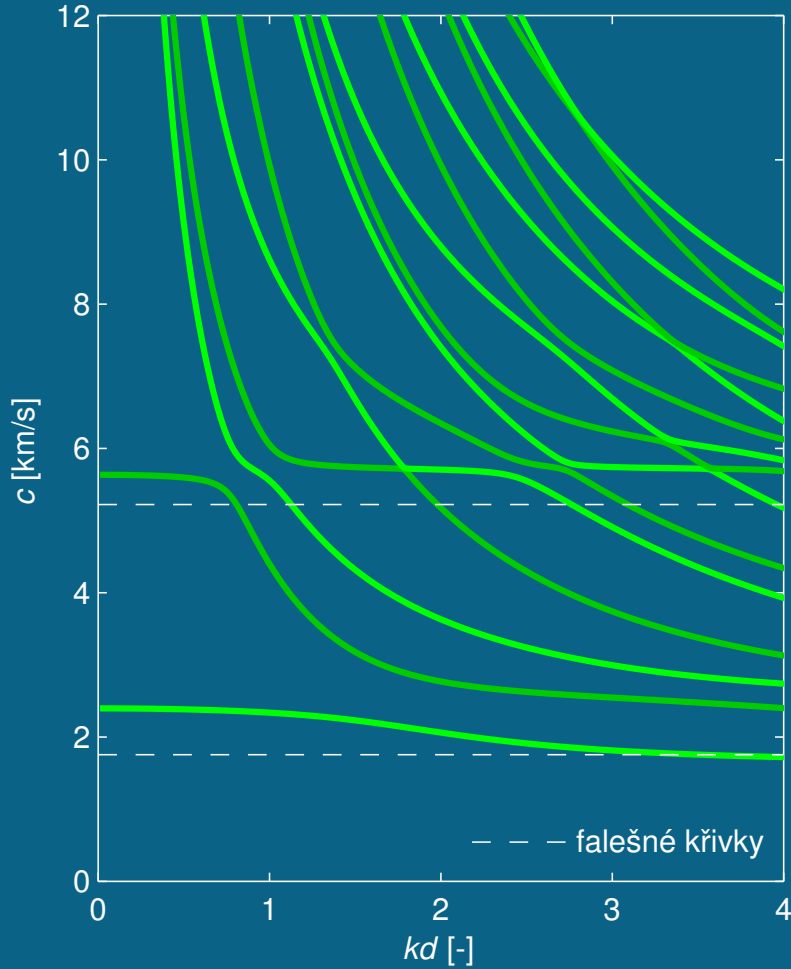


antisymetrické módy

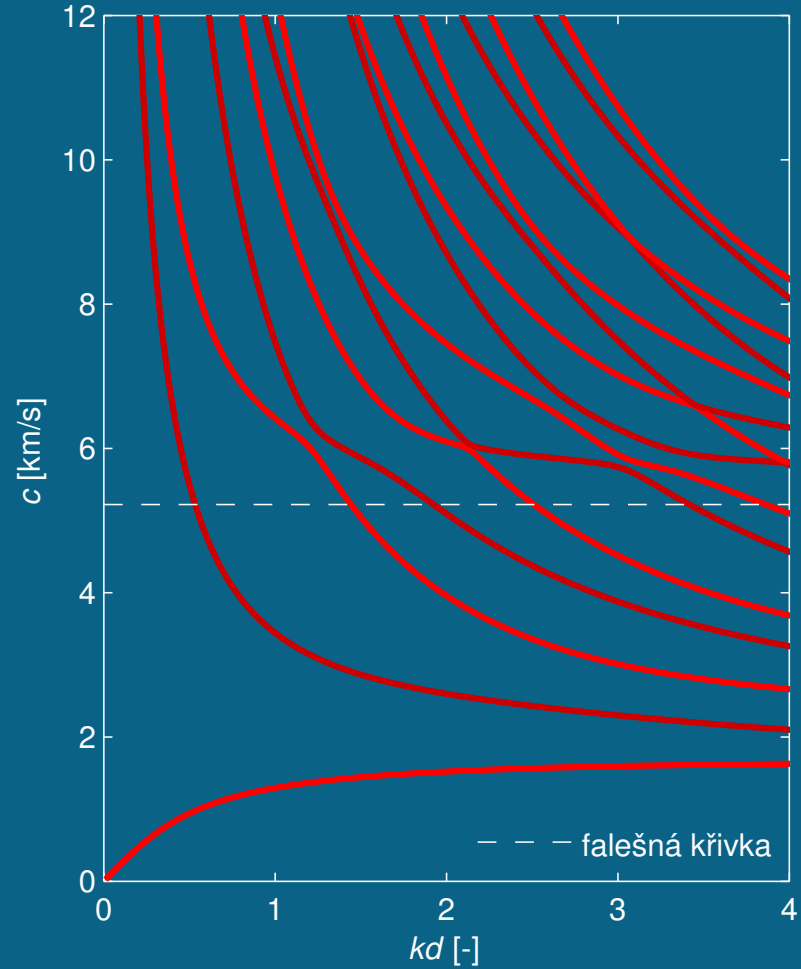


Směr šíření $\phi = 53^\circ$

symetrické módy

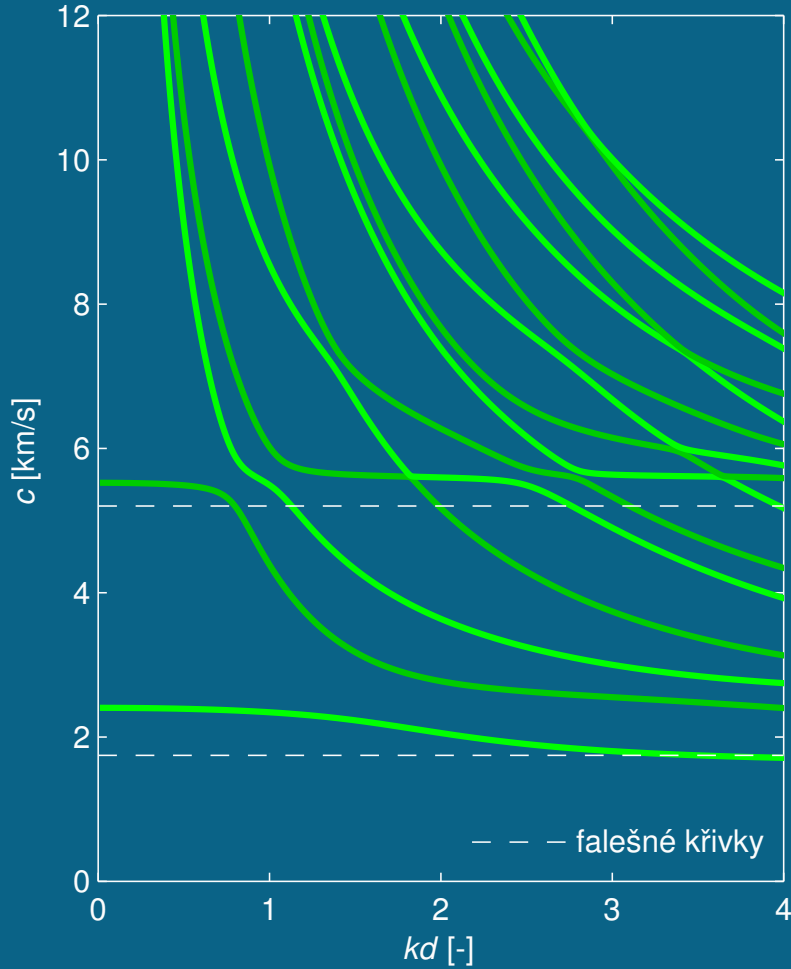


antisymetrické módy

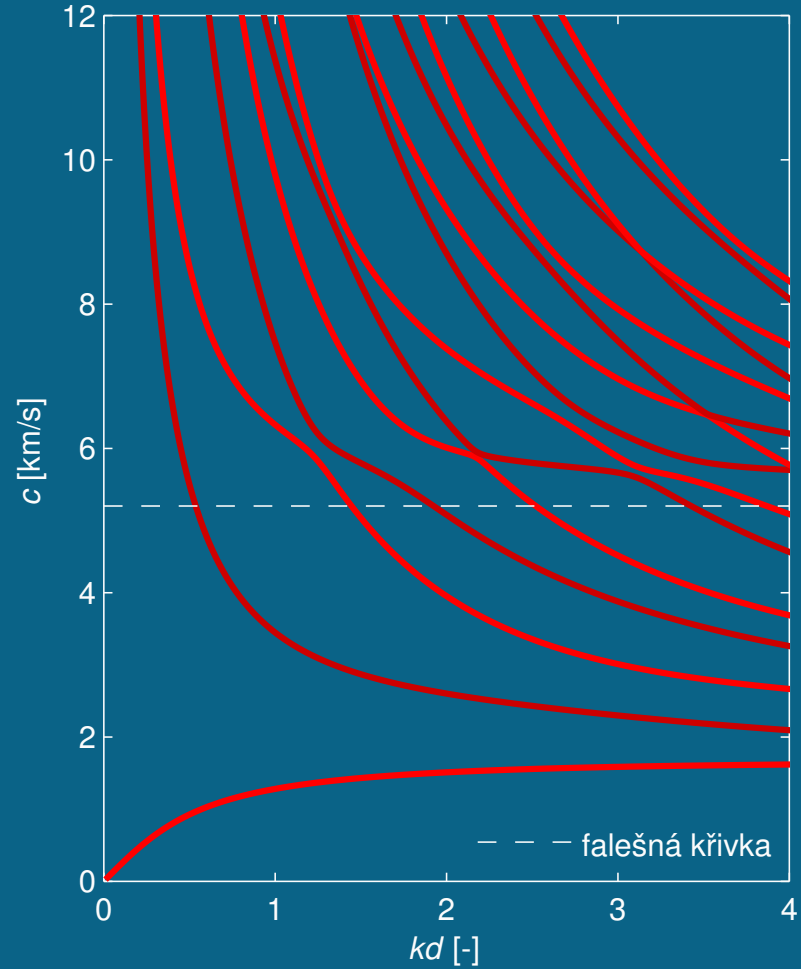


Směr šíření $\phi = 54^\circ$

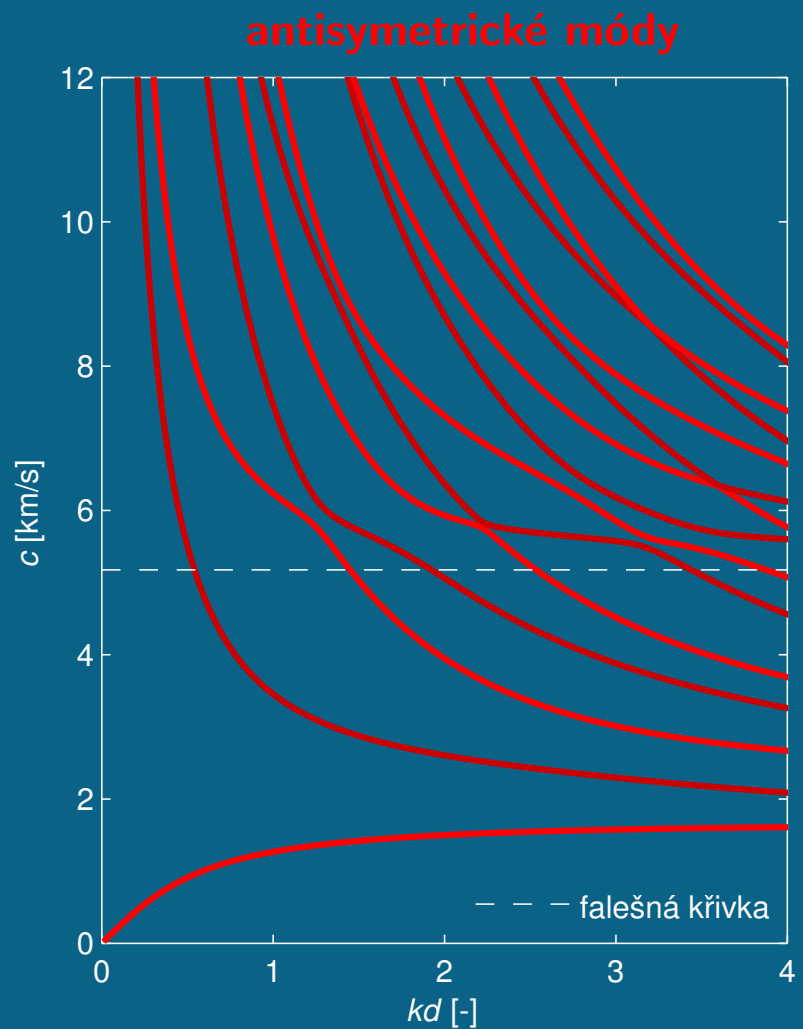
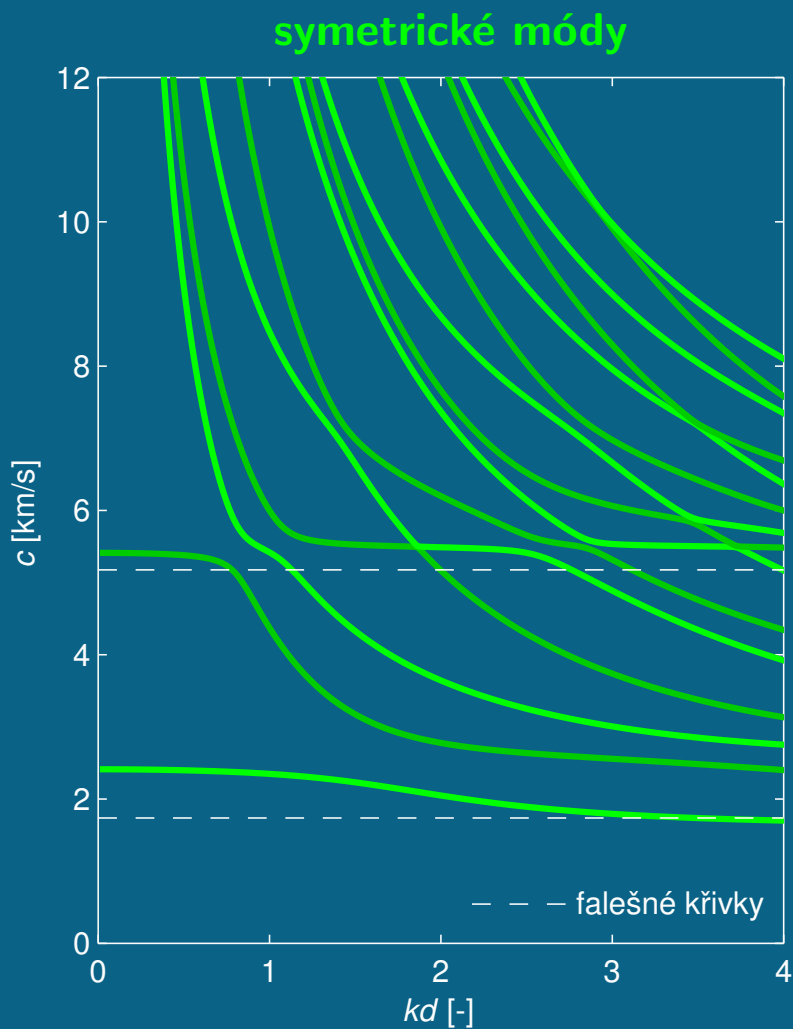
symetrické módy



antisymetrické módy

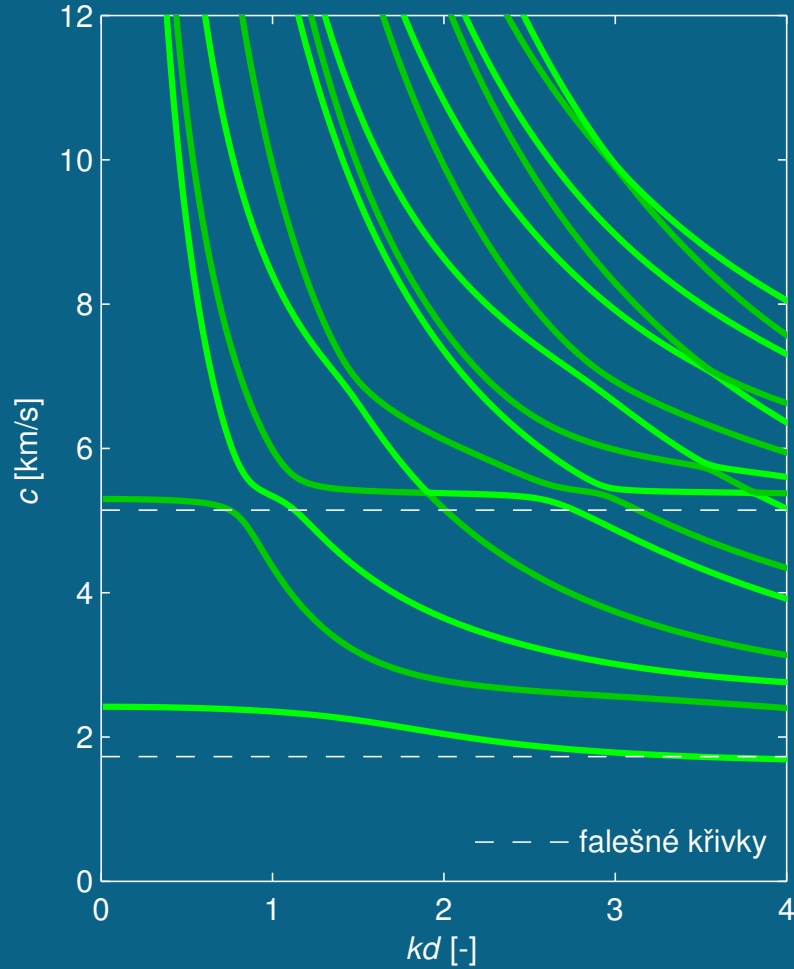


Směr šíření $\phi = 55^\circ$

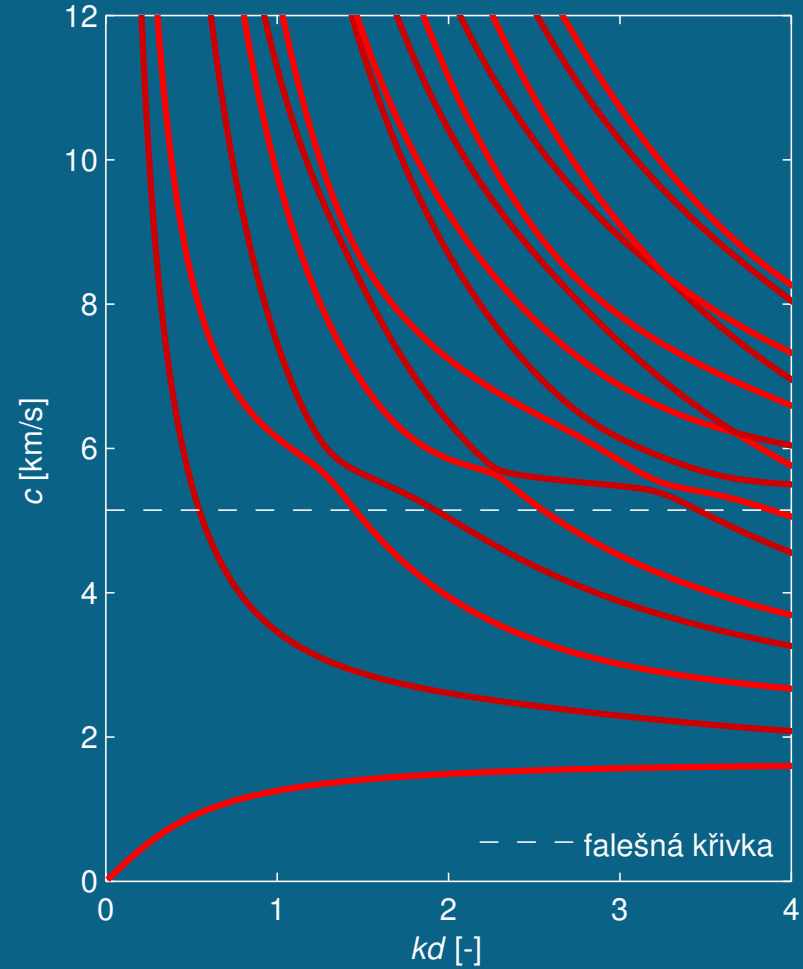


Směr šíření $\phi = 56^\circ$

symetrické módy

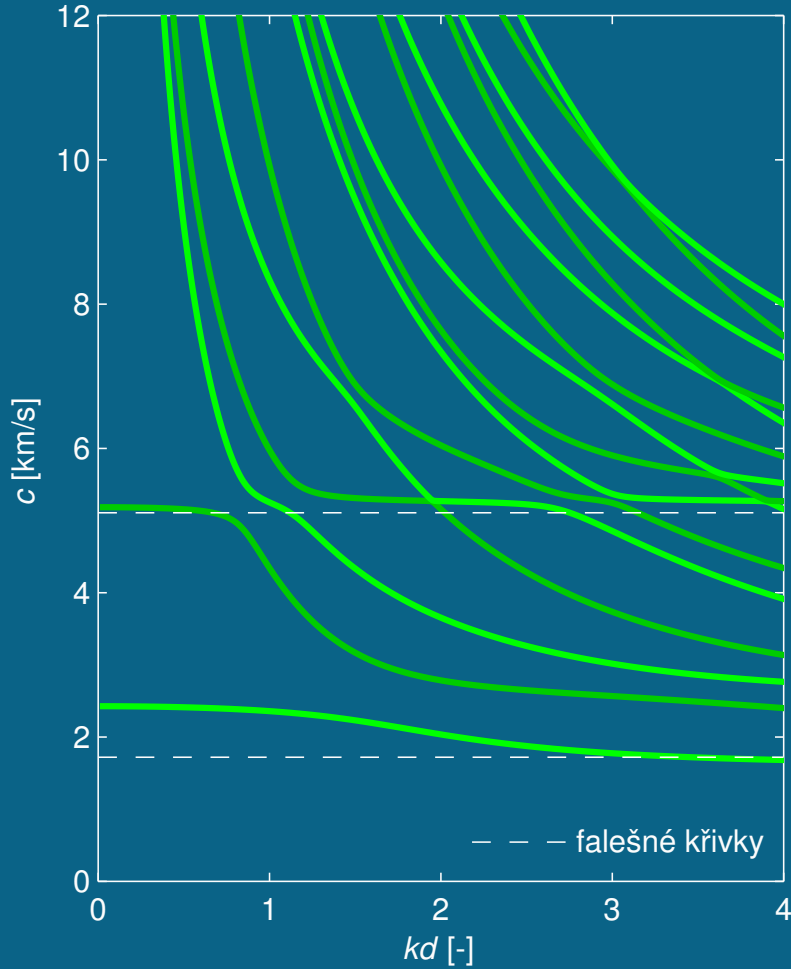


antisymetrické módy

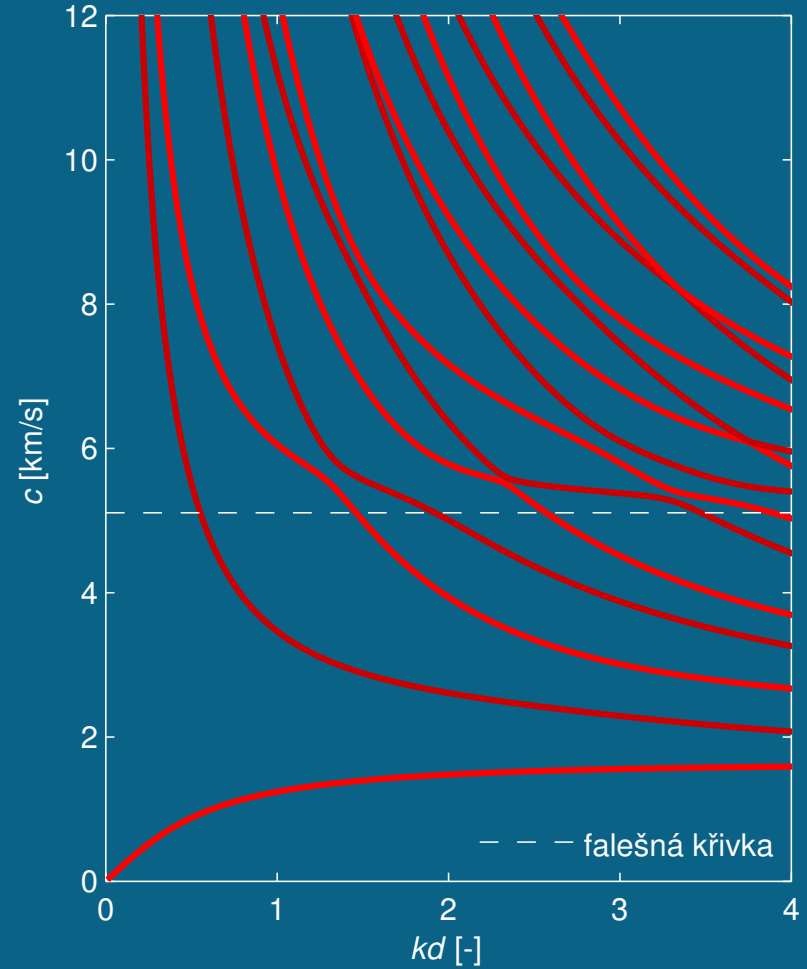


Směr šíření $\phi = 57^\circ$

symetrické módy

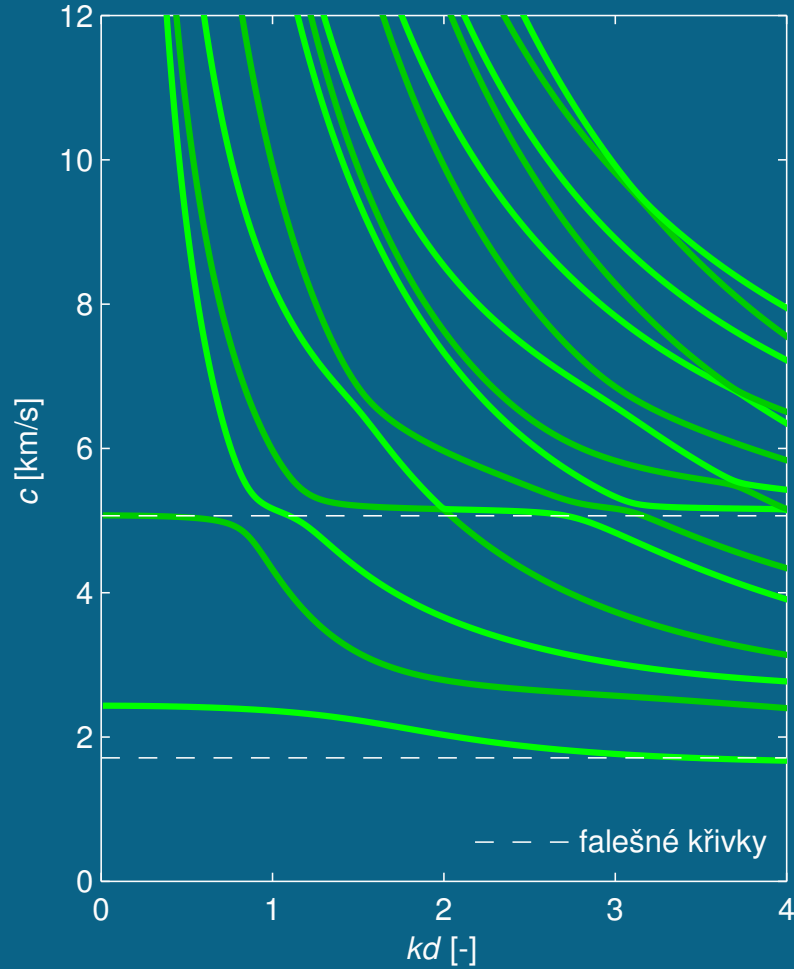


antisymetrické módy

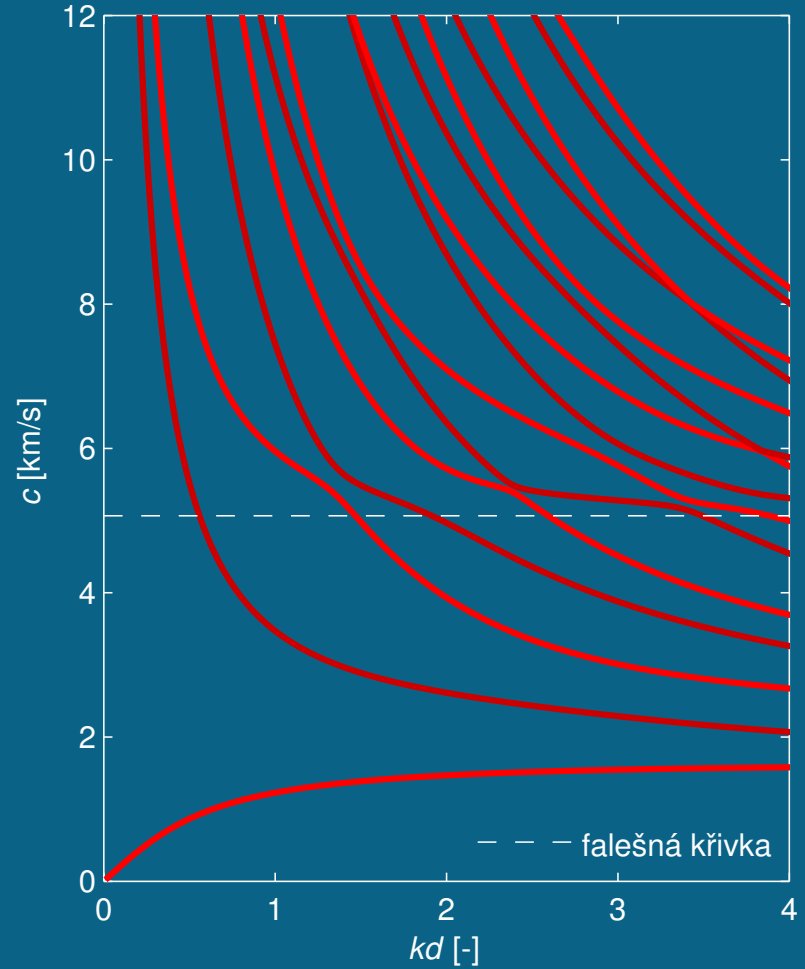


Směr šíření $\phi = 58^\circ$

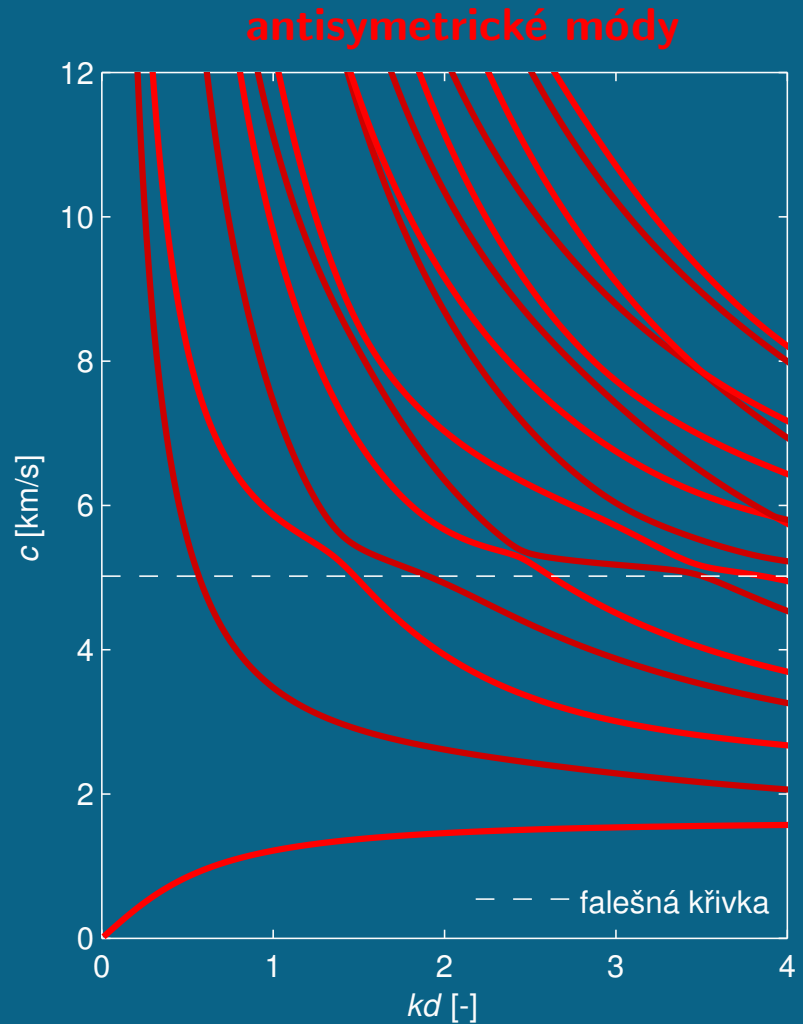
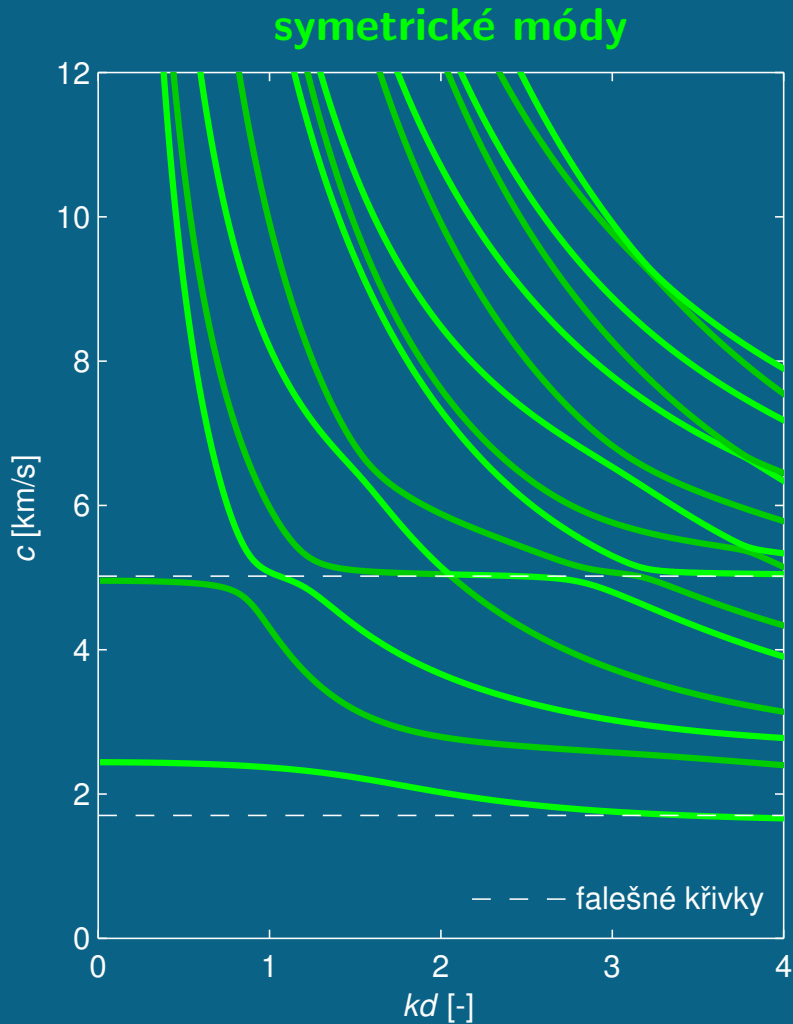
symetrické módy



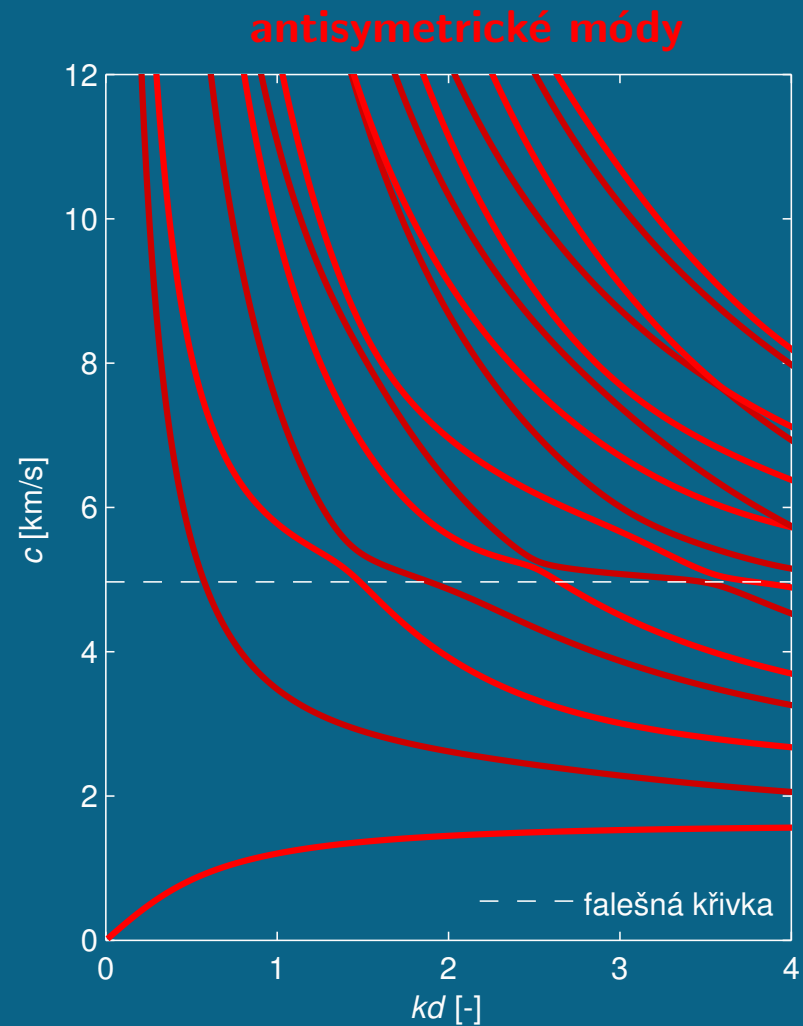
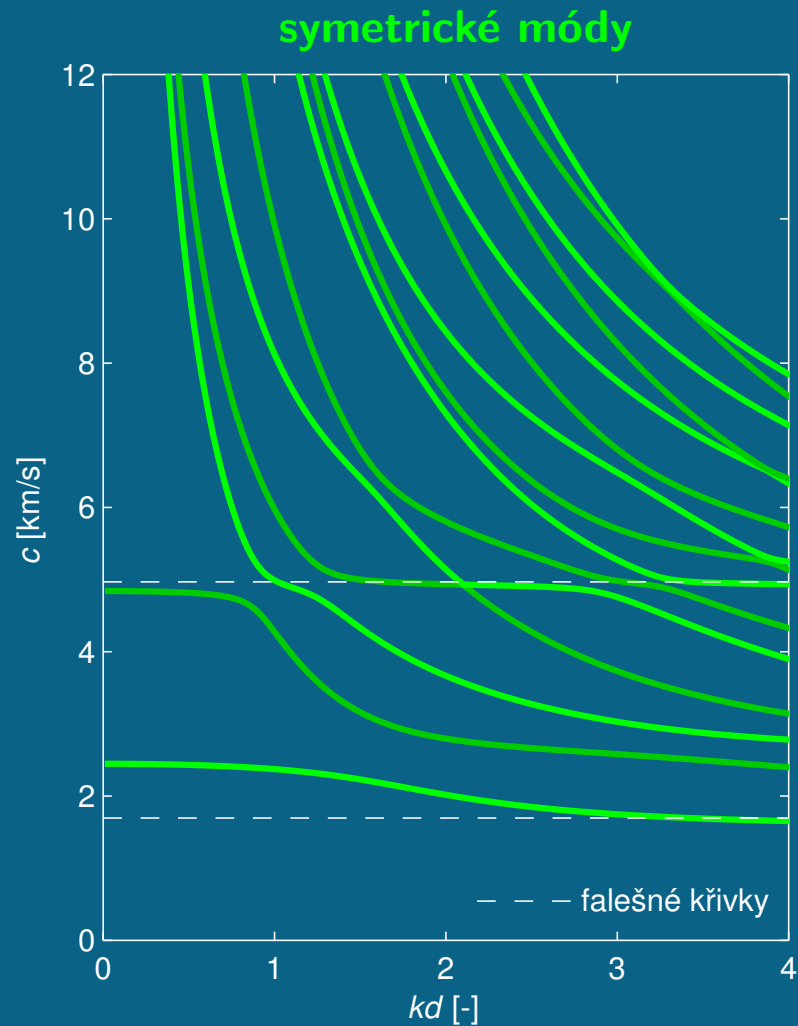
antisymetrické módy



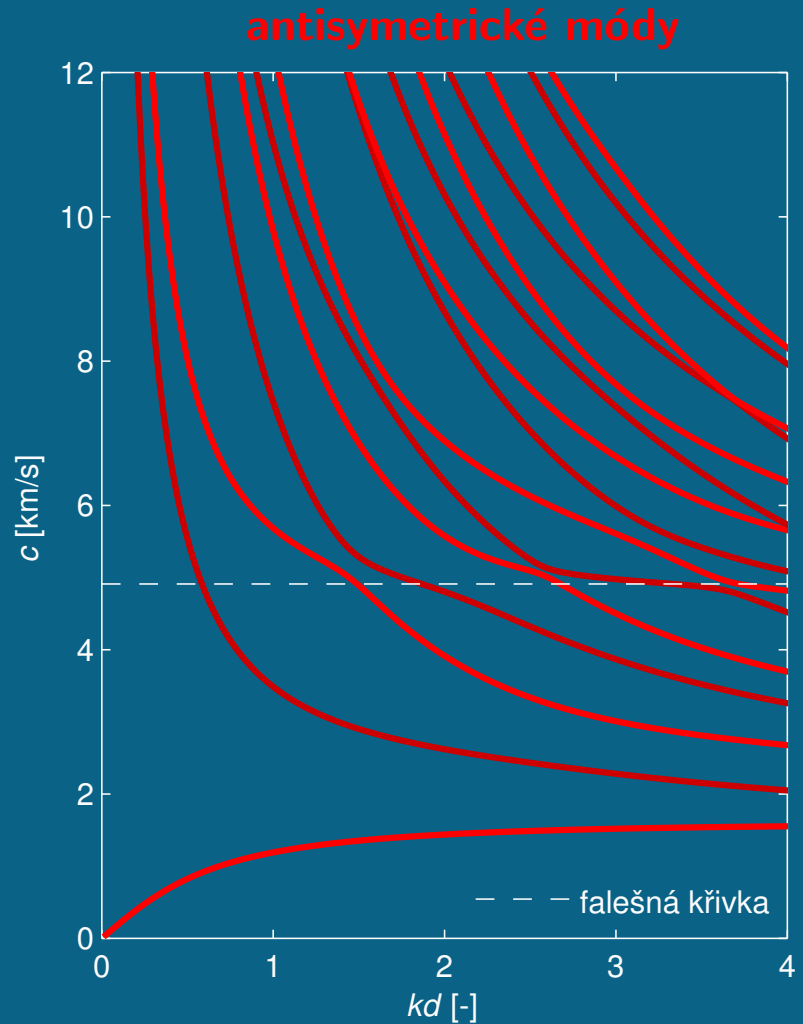
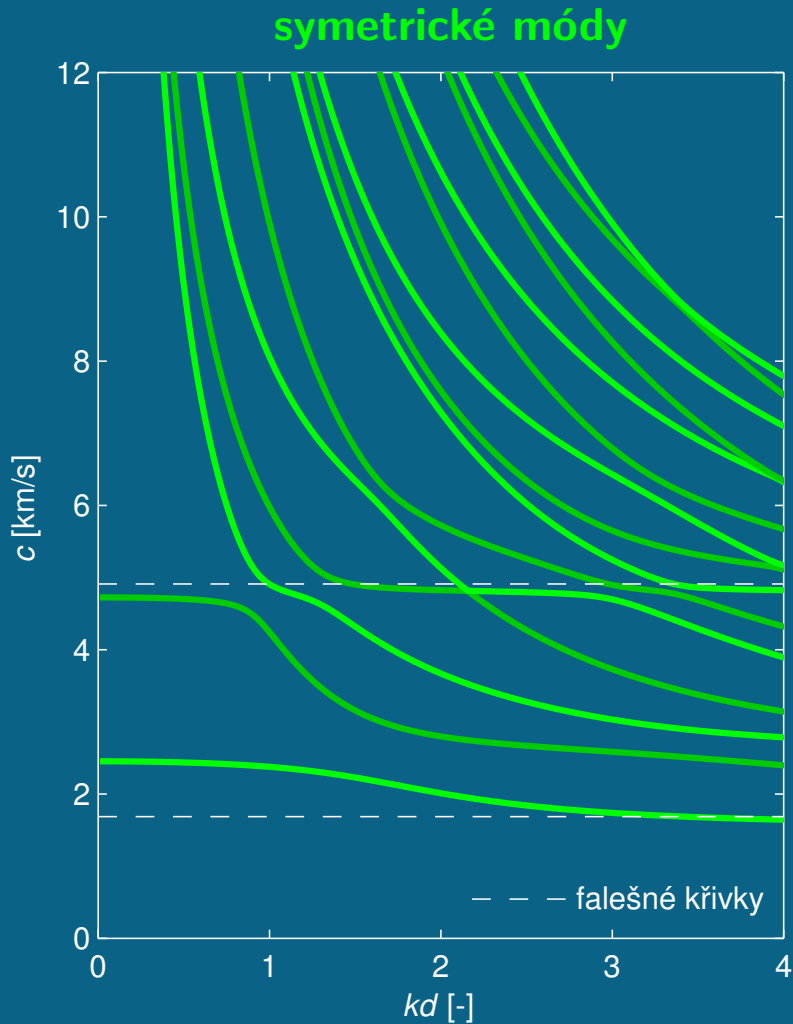
Směr šíření $\phi = 59^\circ$



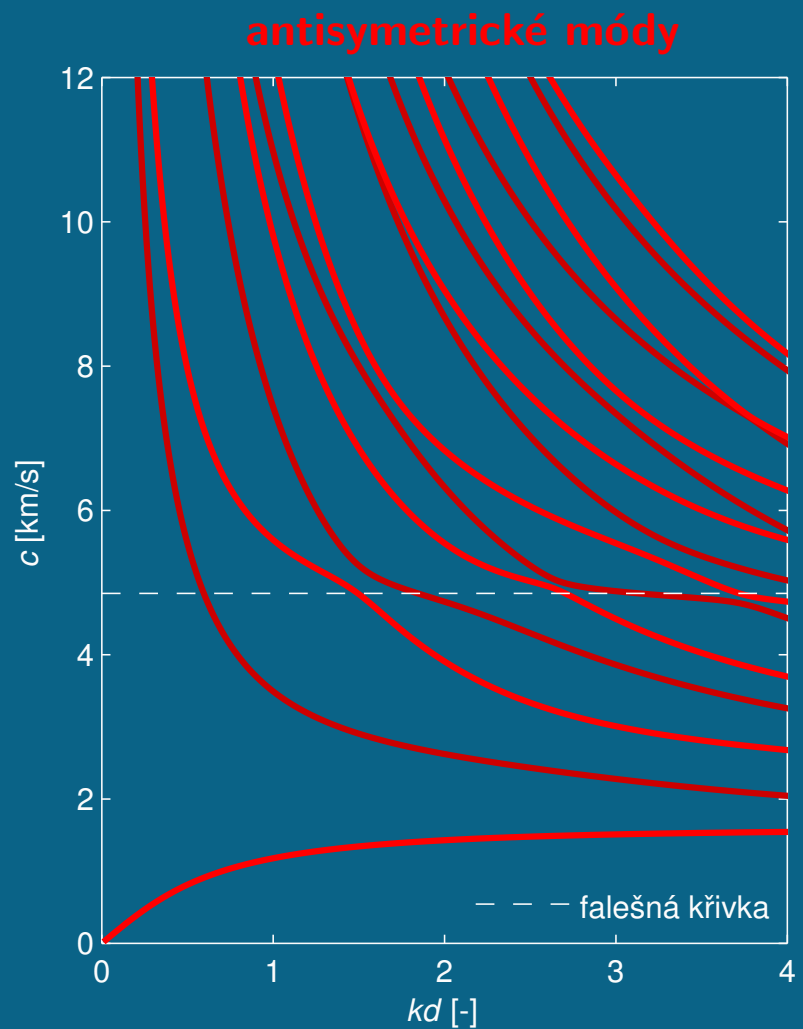
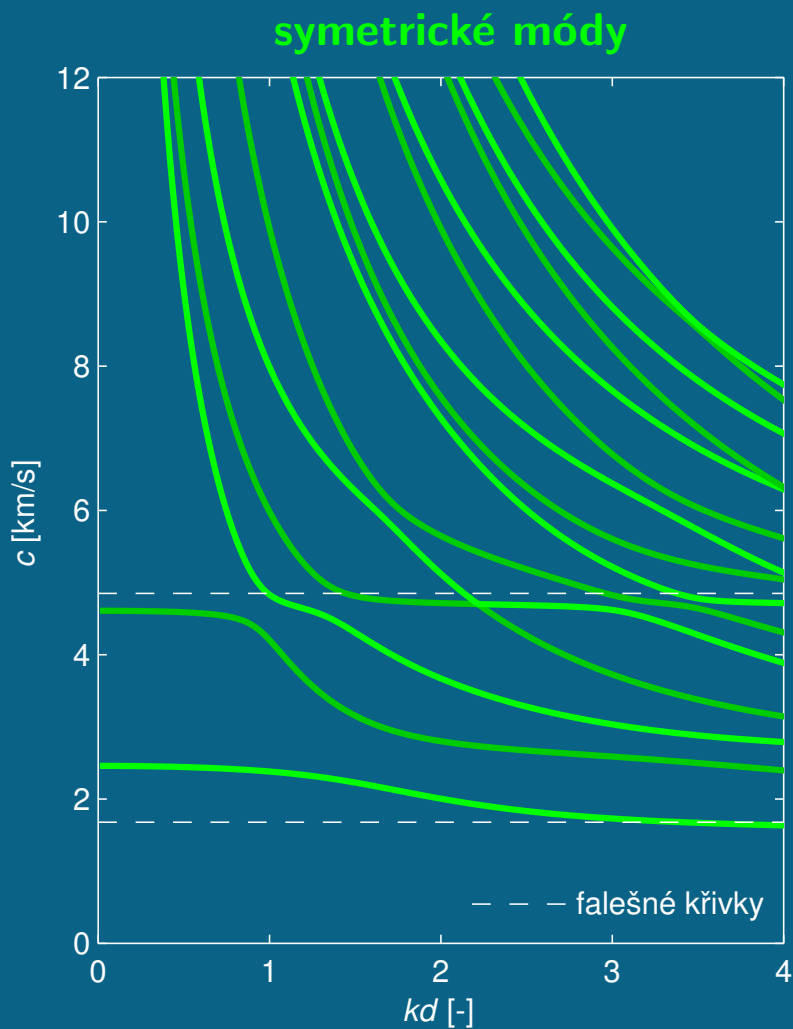
Směr šíření $\phi = 60^\circ$



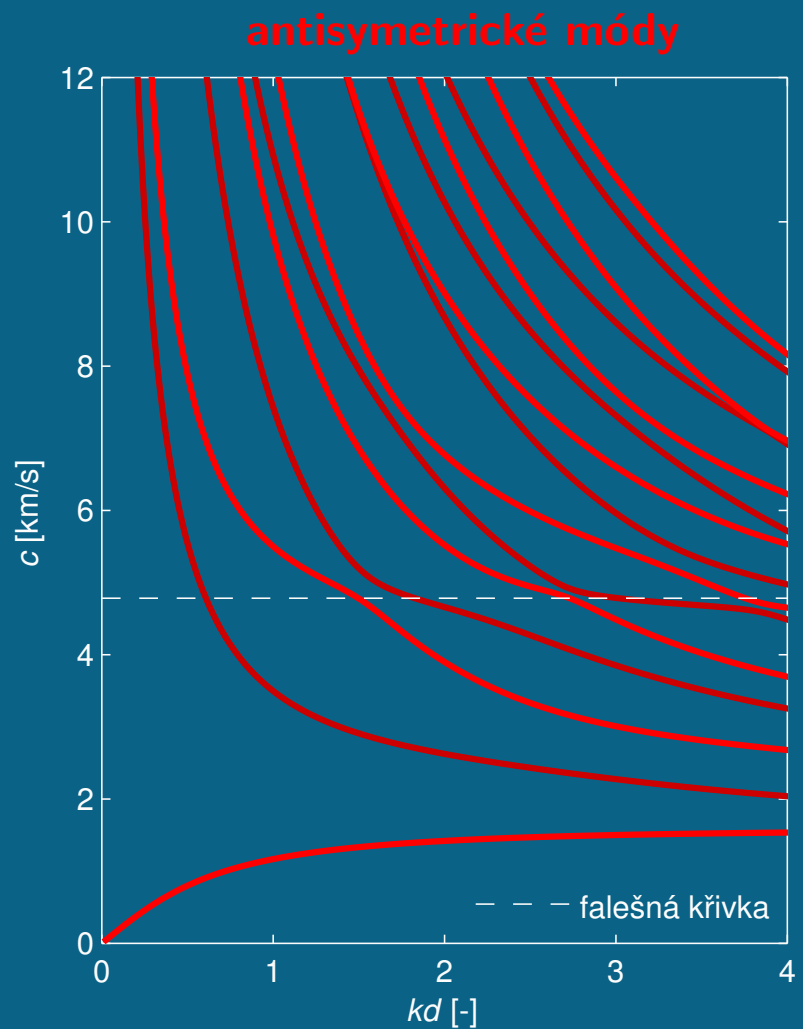
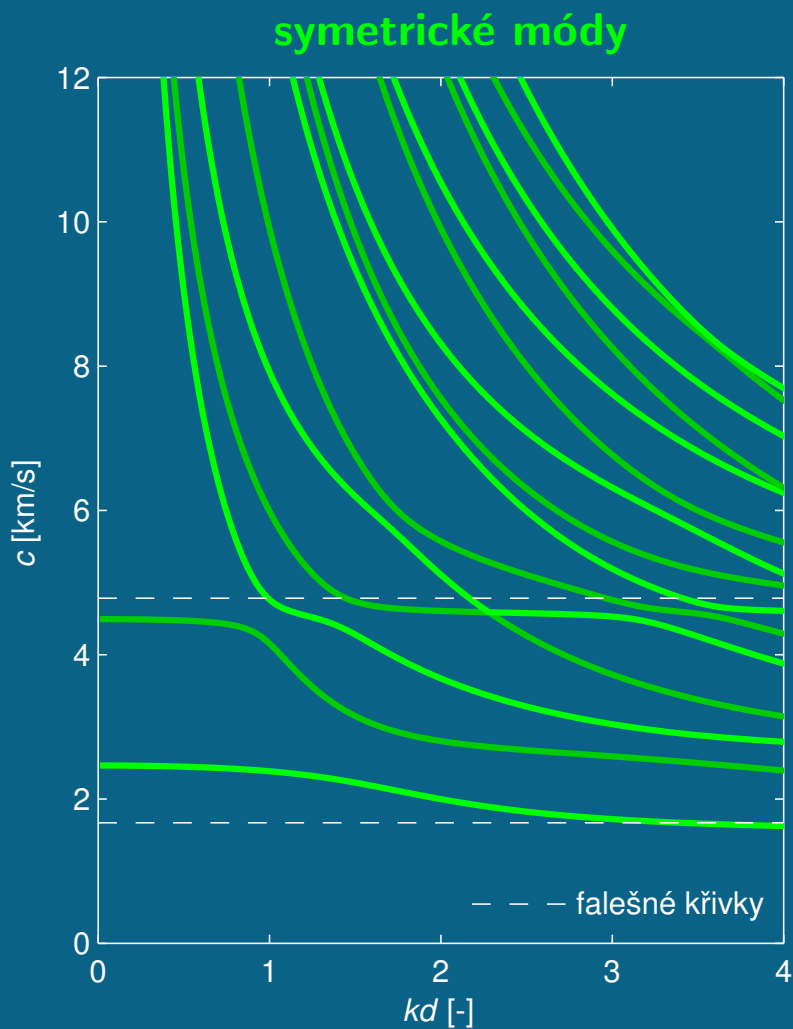
Směr šíření $\phi = 61^\circ$



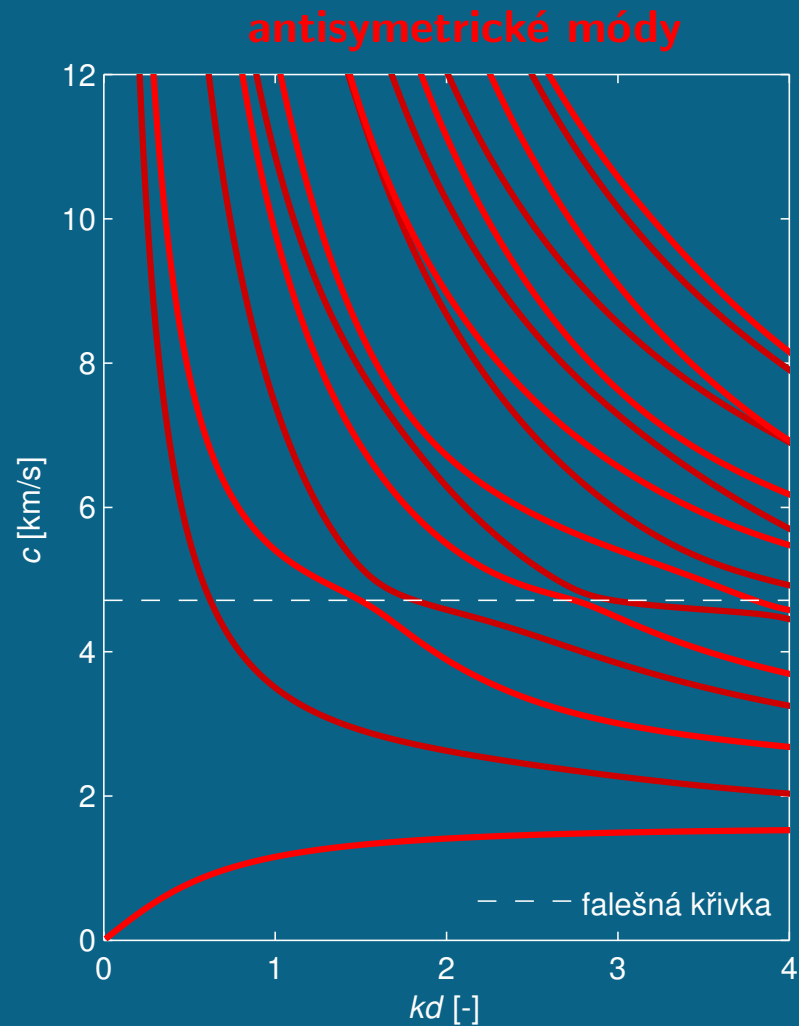
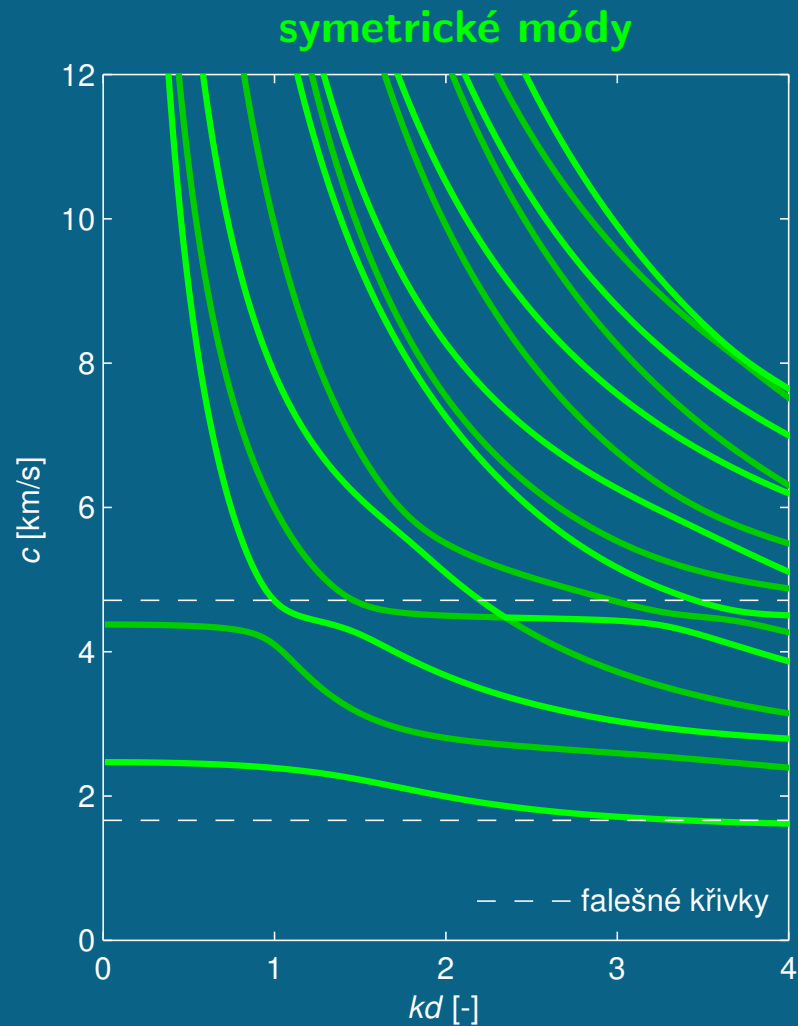
Směr šíření $\phi = 62^\circ$



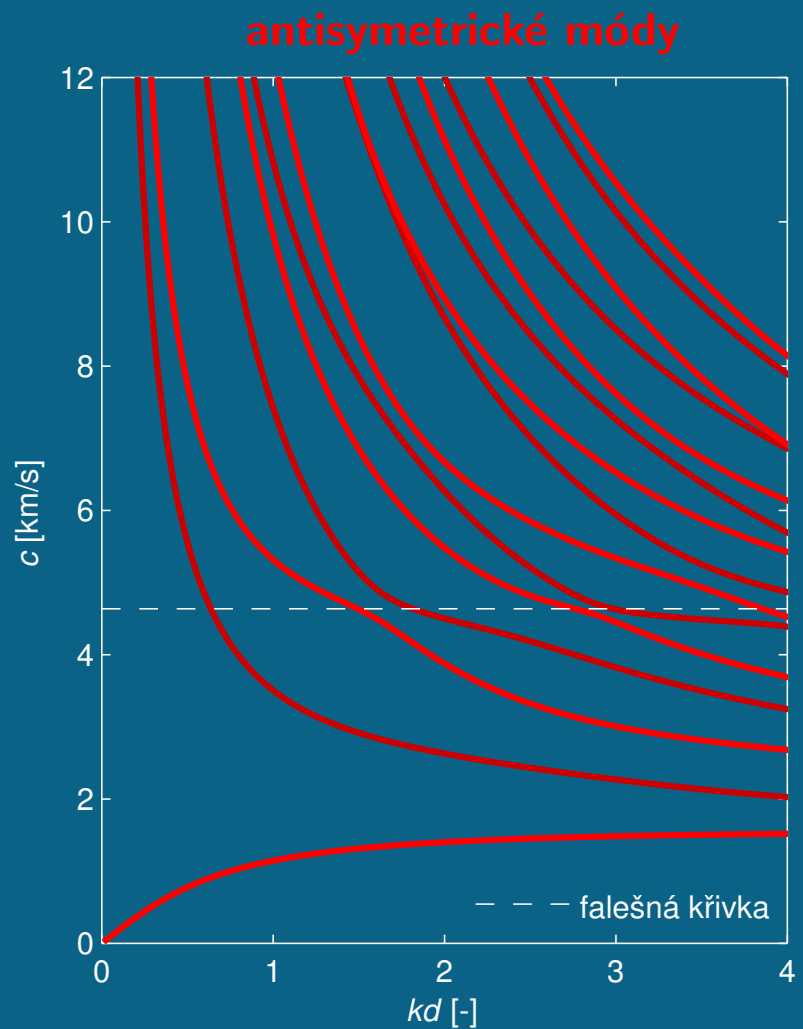
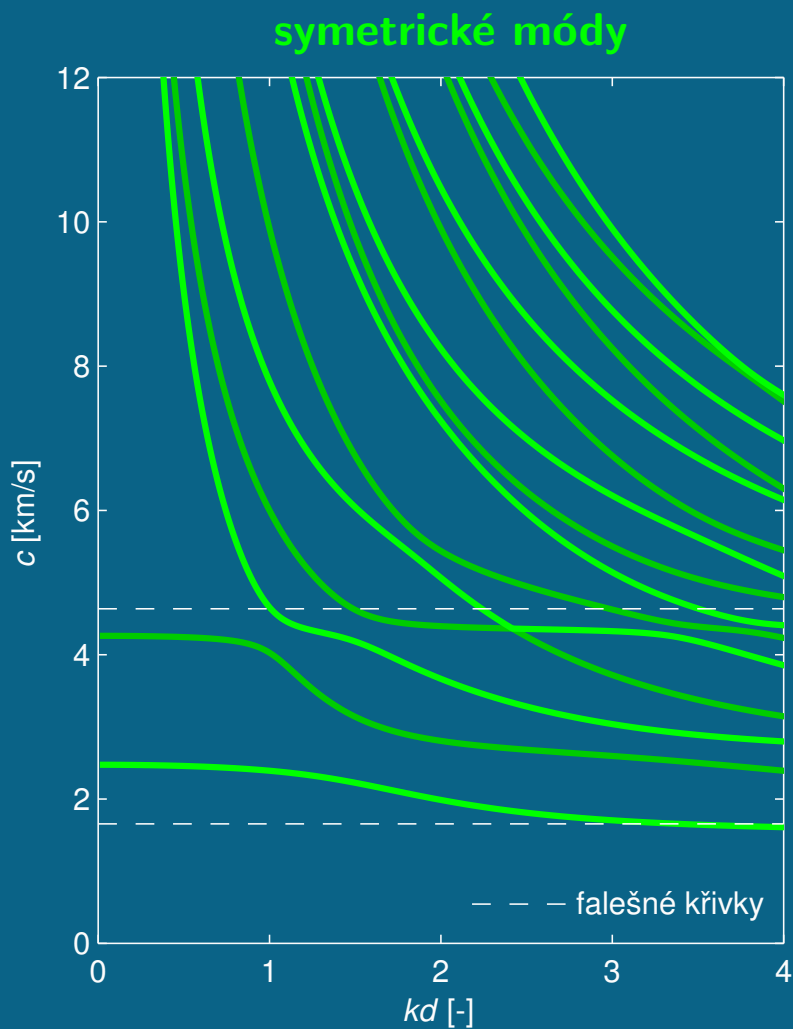
Směr šíření $\phi = 63^\circ$



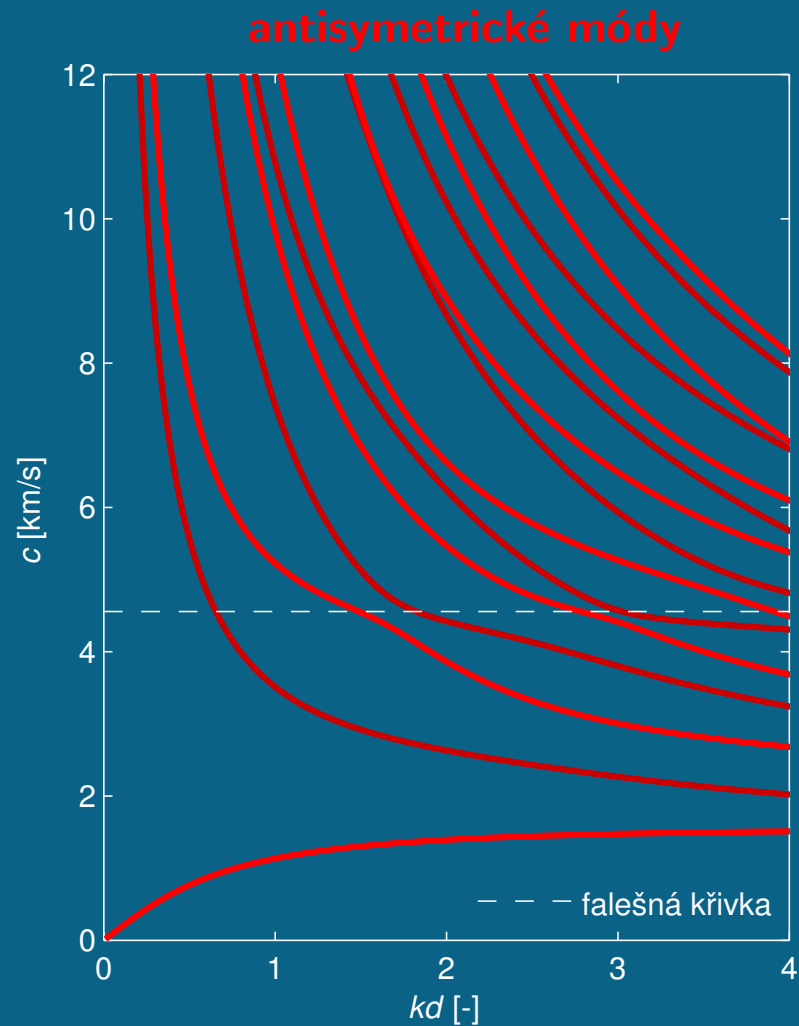
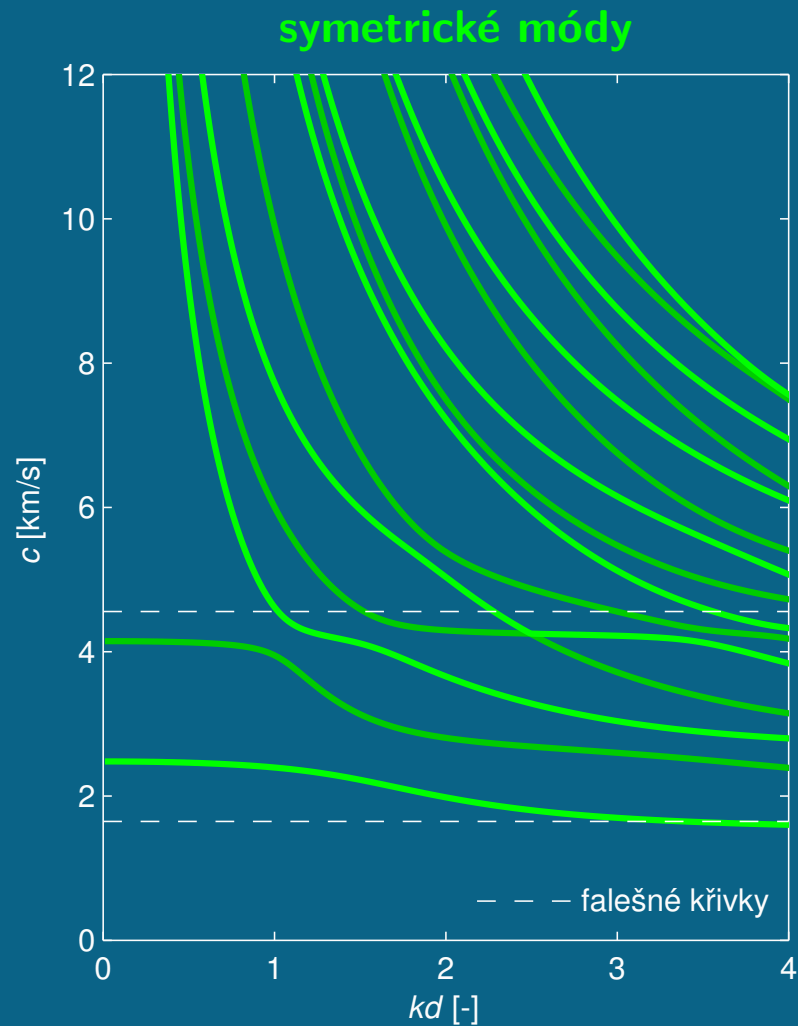
Směr šíření $\phi = 64^\circ$



Směr šíření $\phi = 65^\circ$

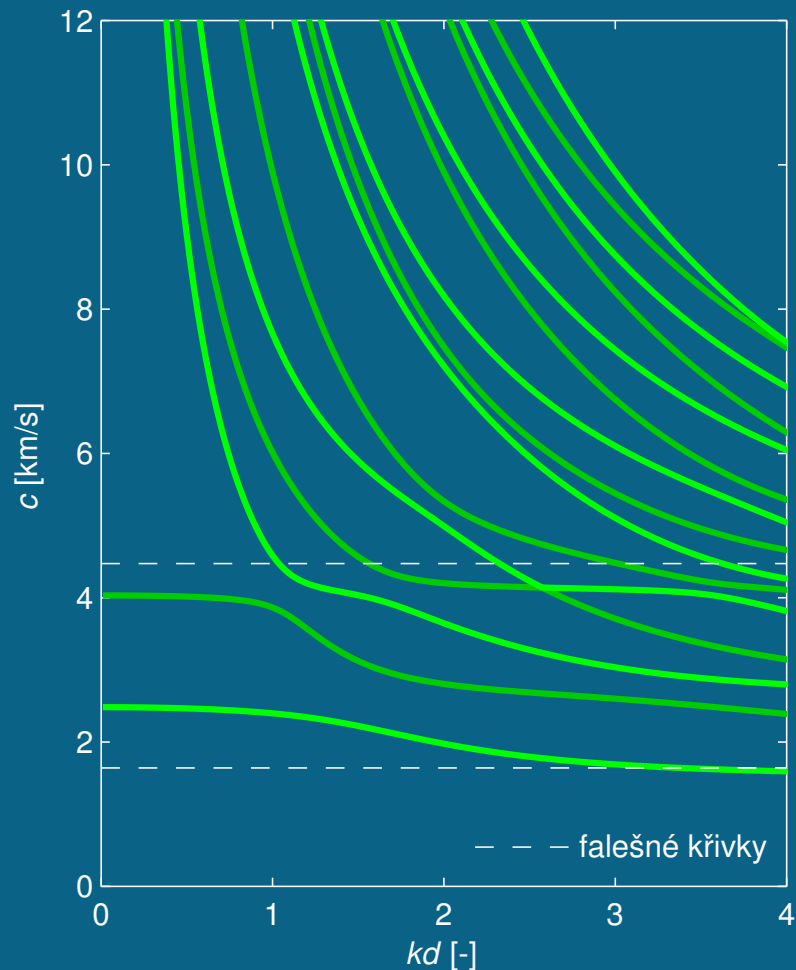


Směr šíření $\phi = 66^\circ$

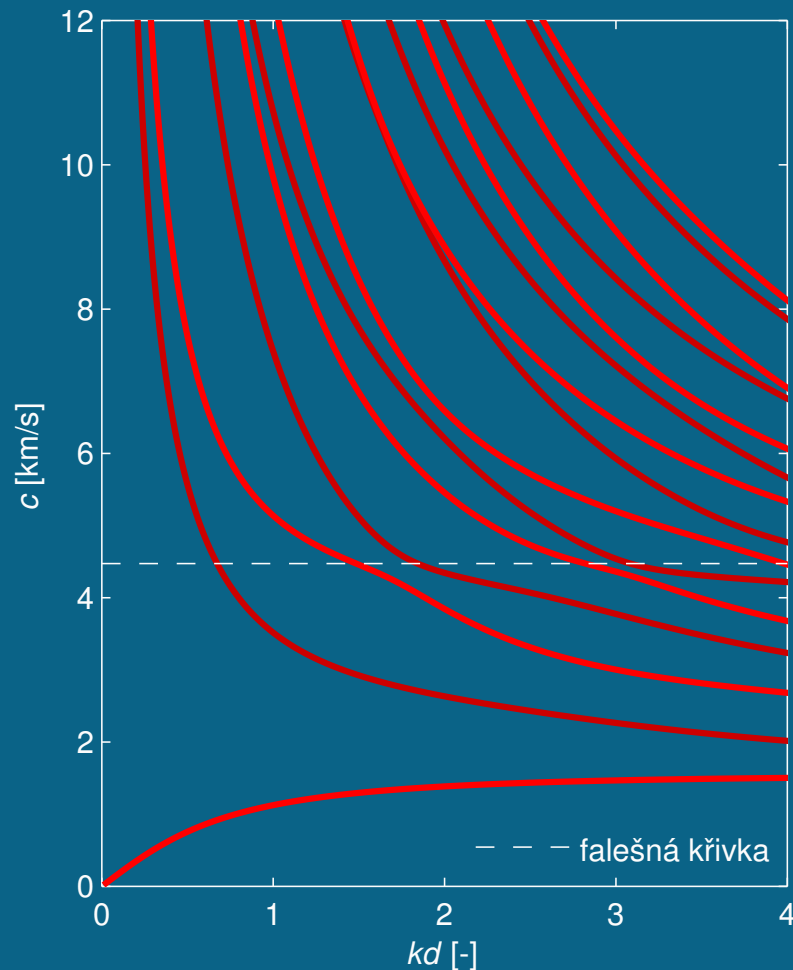


Směr šíření $\phi = 67^\circ$

symetrické módy

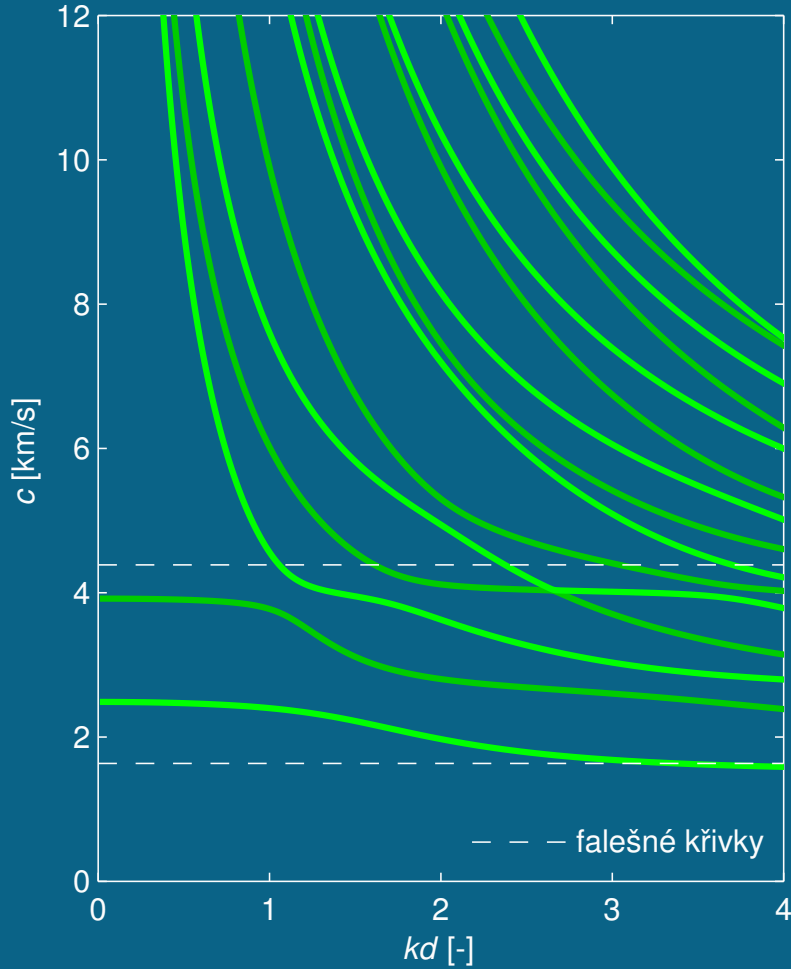


antisymetrické módy

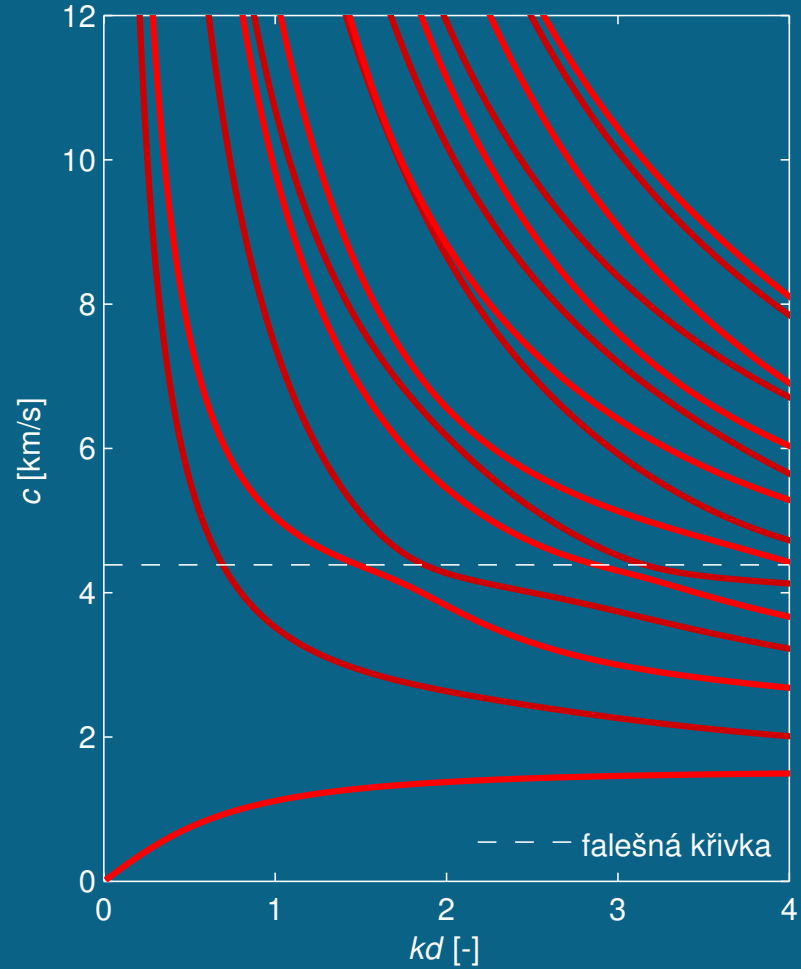


Směr šíření $\phi = 68^\circ$

symetrické módy

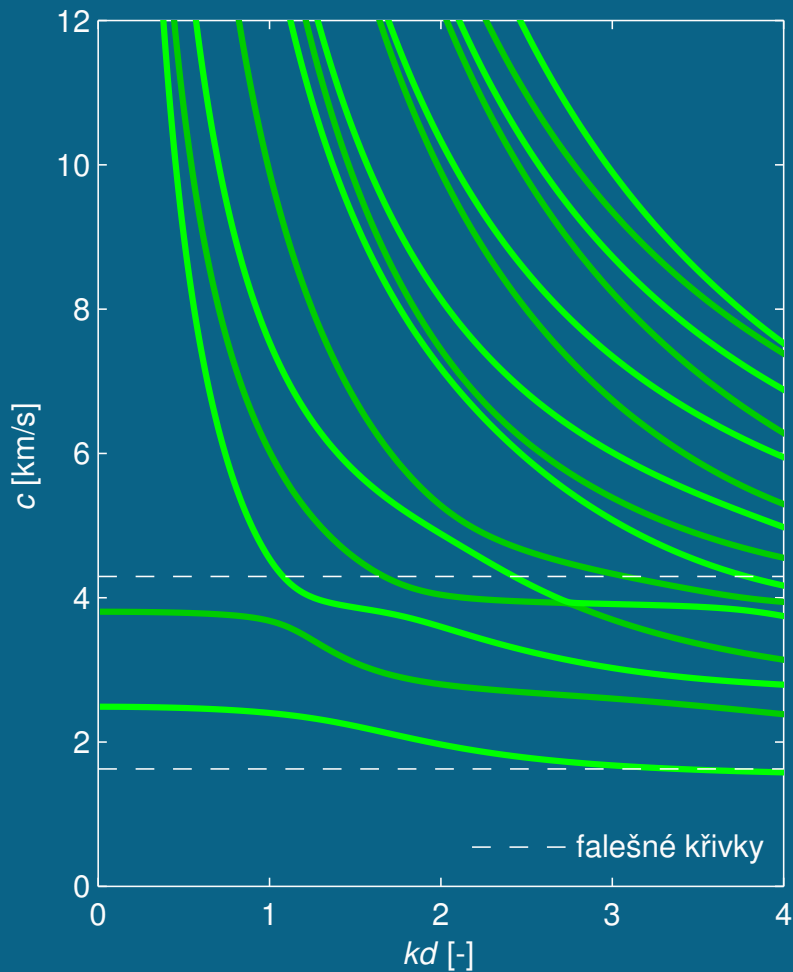


antisymetrické módy

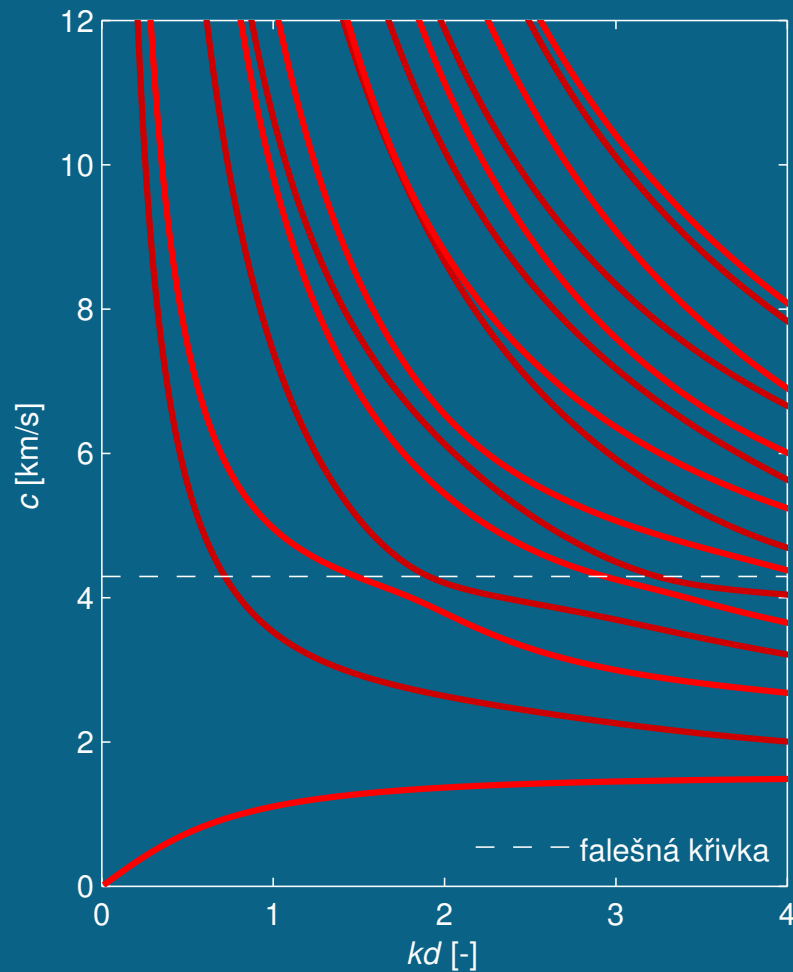


Směr šíření $\phi = 69^\circ$

symetrické módy

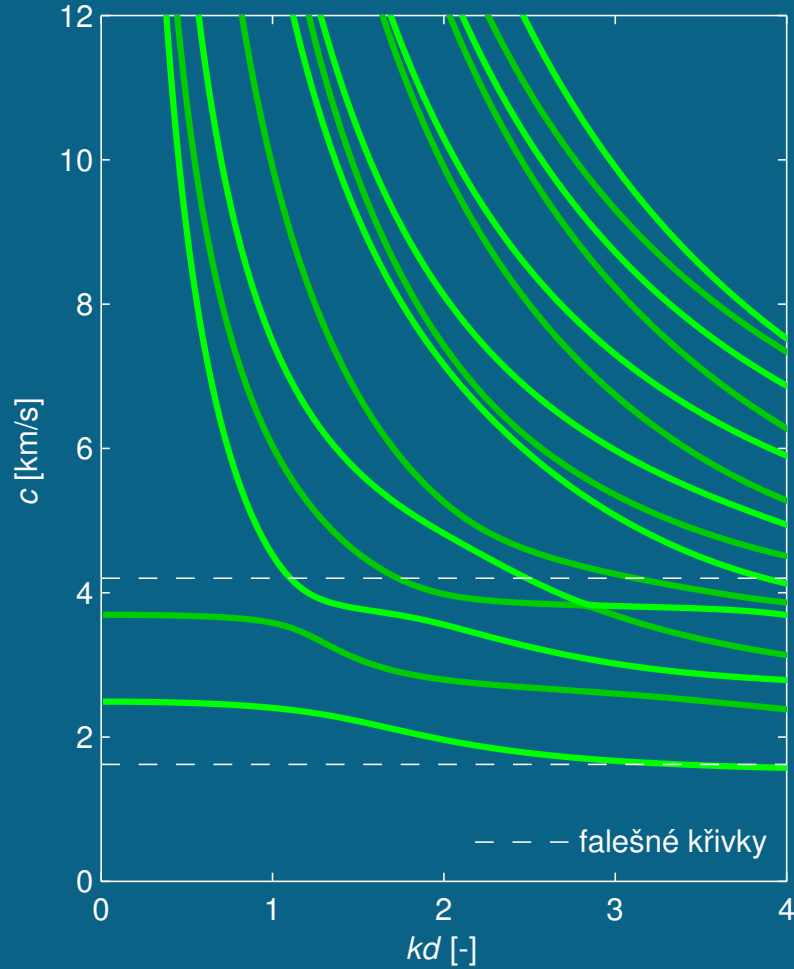


antisymetrické módy

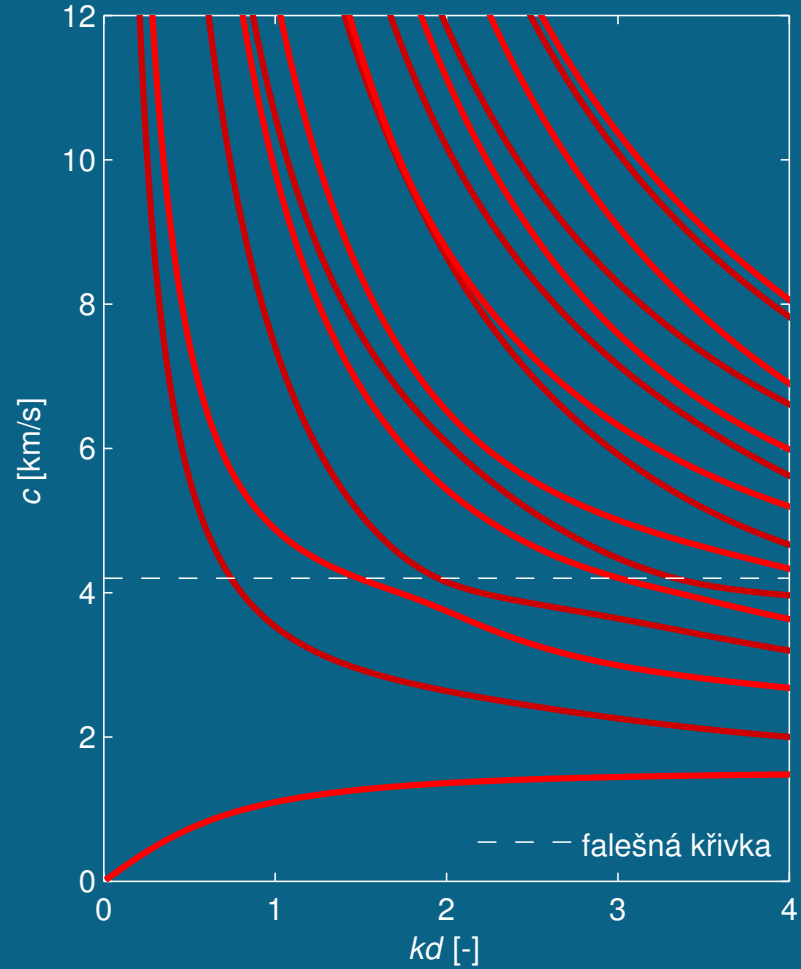


Směr šíření $\phi = 70^\circ$

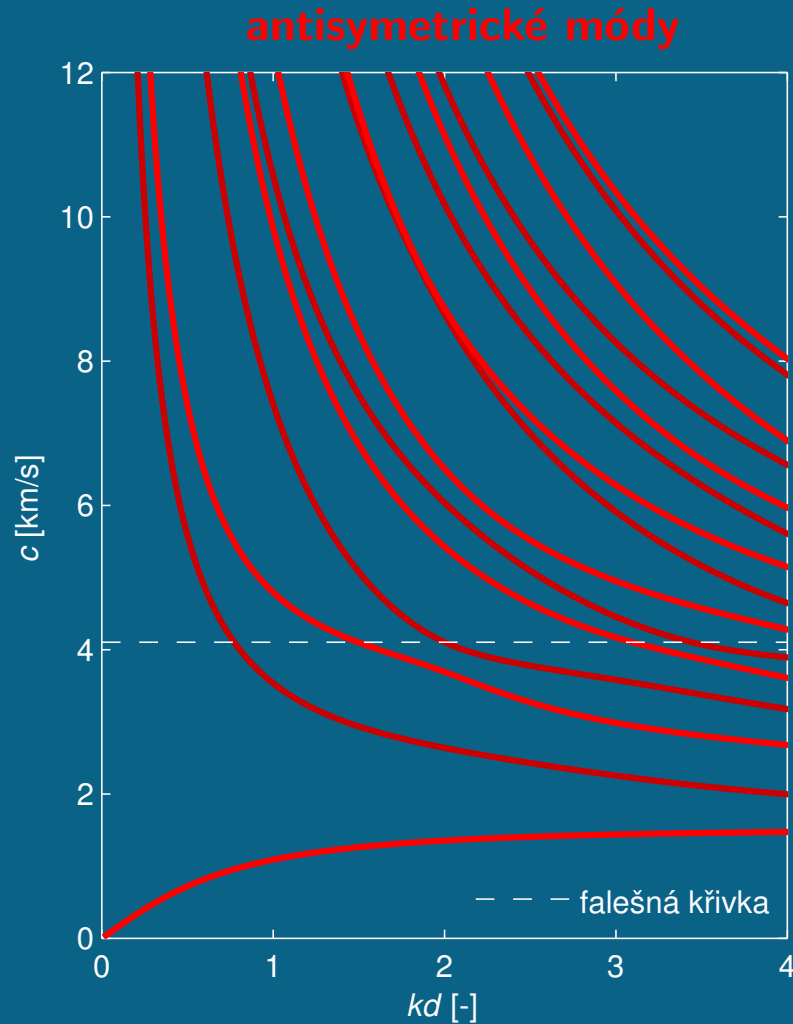
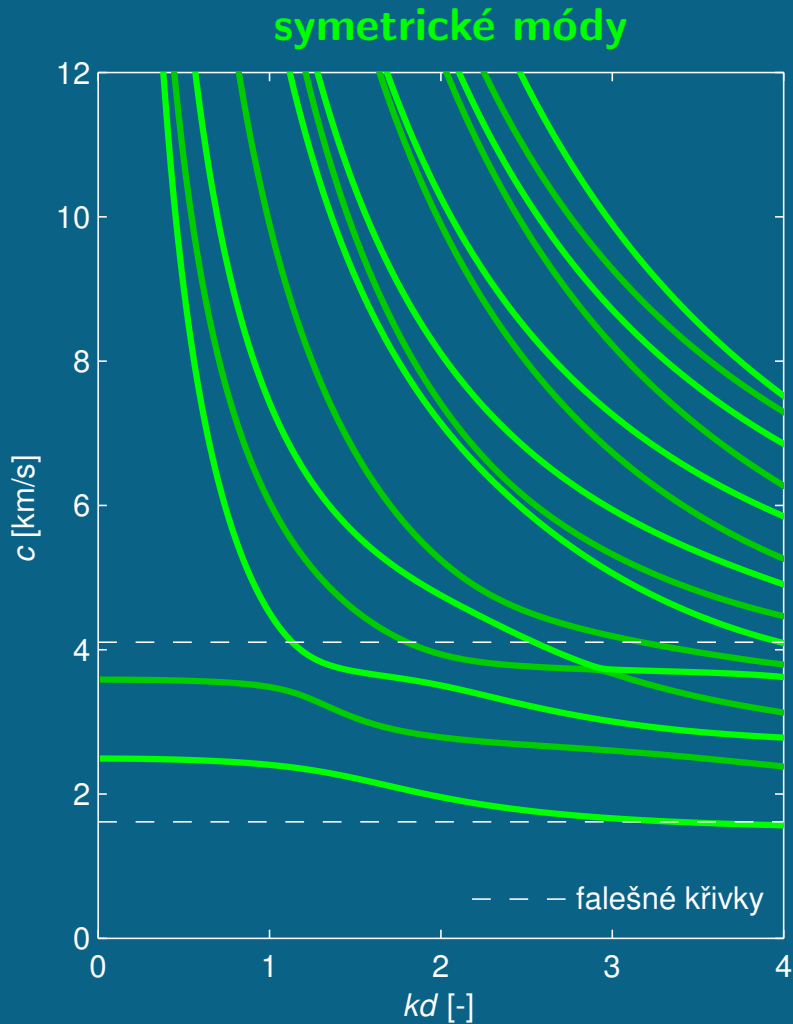
symetrické módy



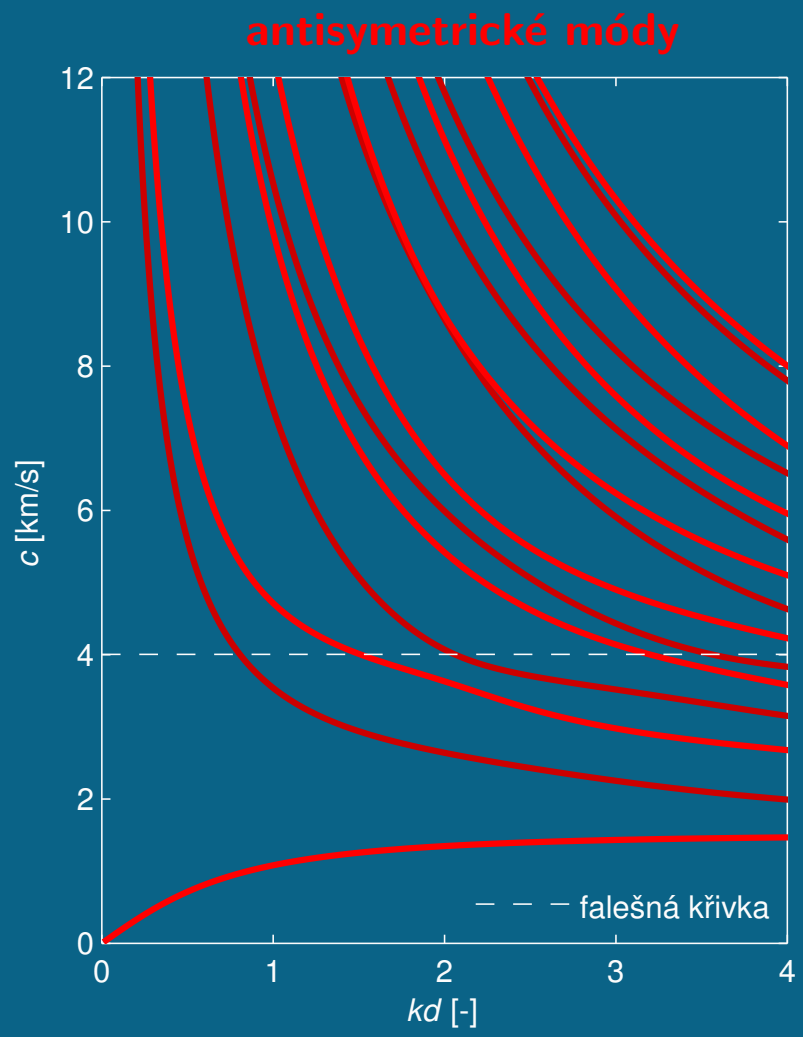
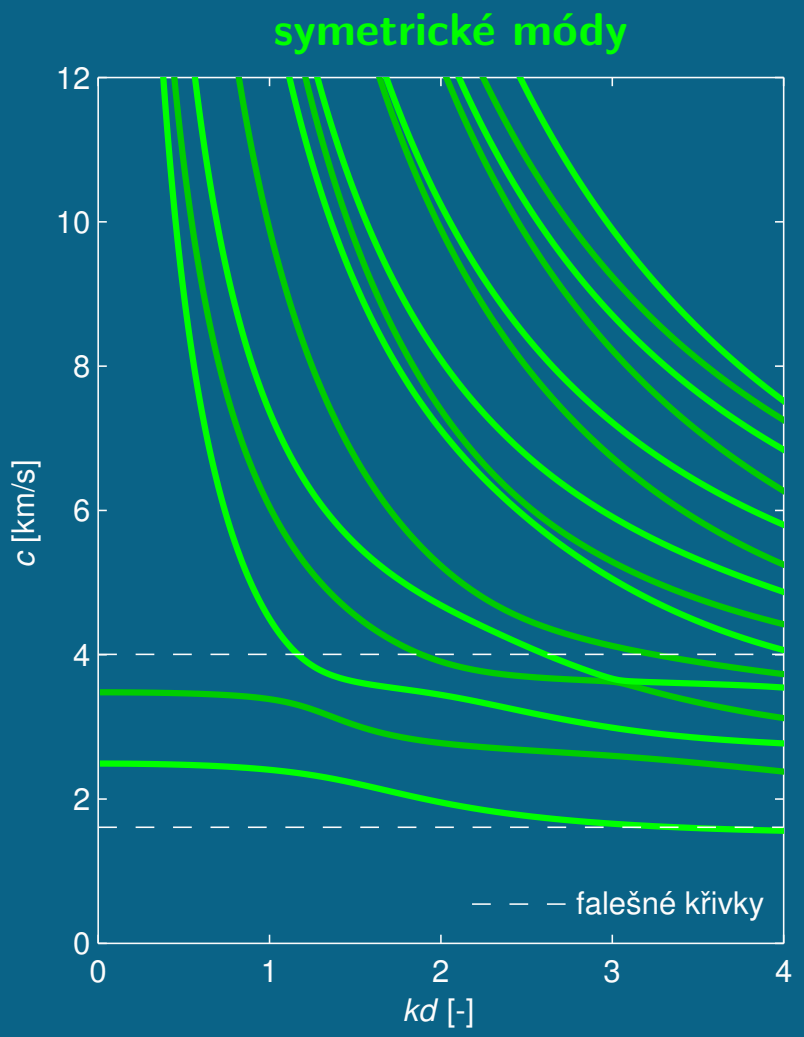
antisymetrické módy



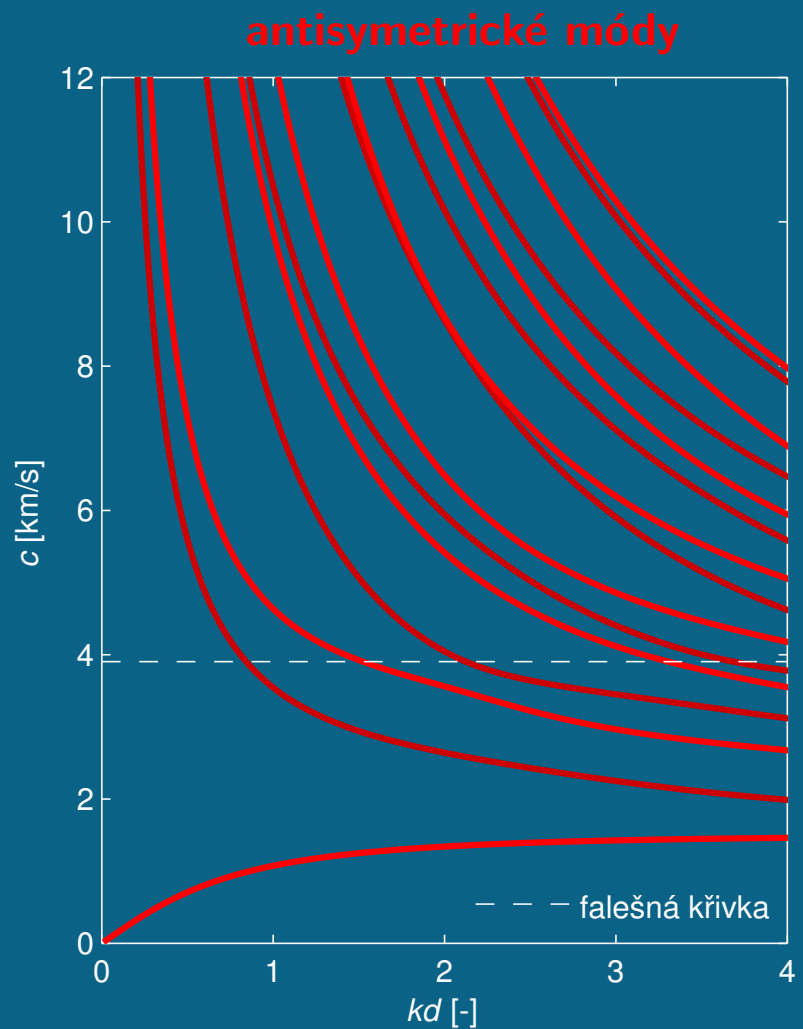
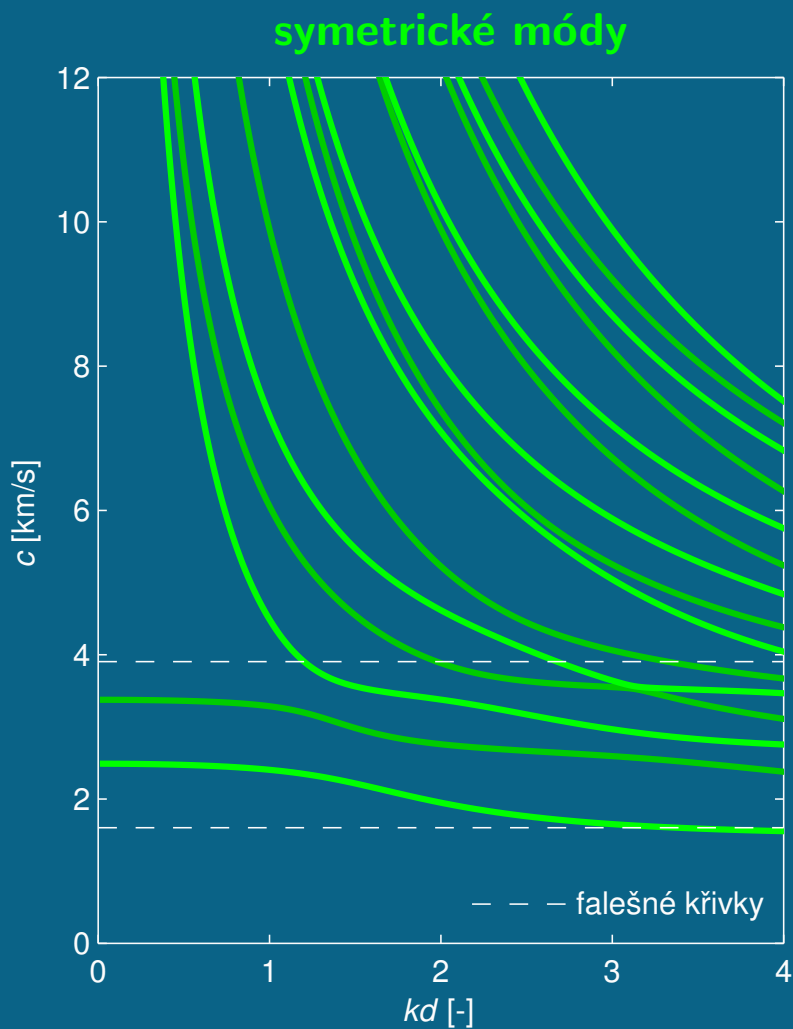
Směr šíření $\phi = 71^\circ$



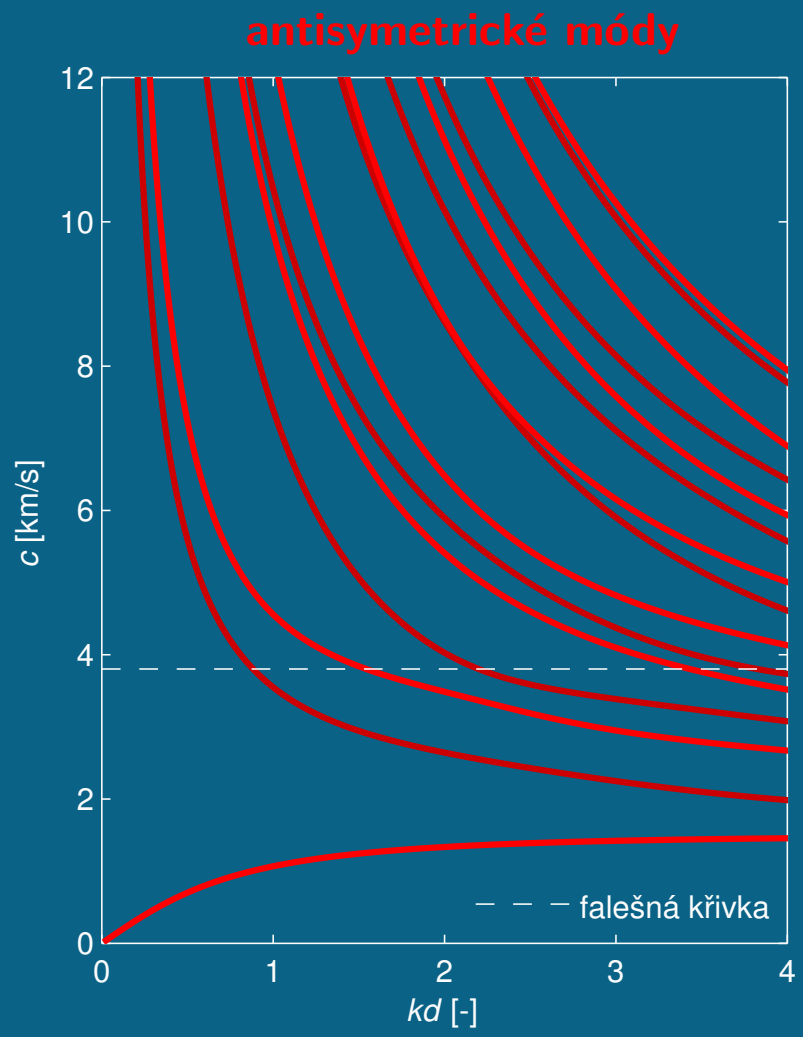
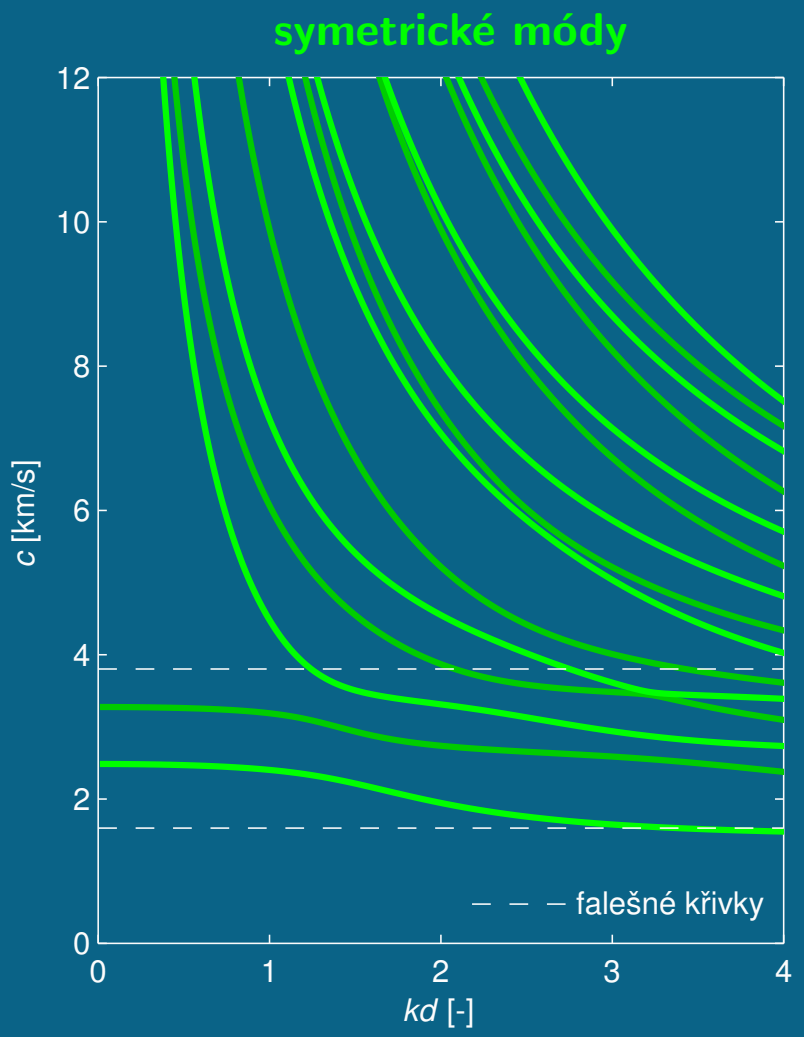
Směr šíření $\phi = 72^\circ$



Směr šíření $\phi = 73^\circ$

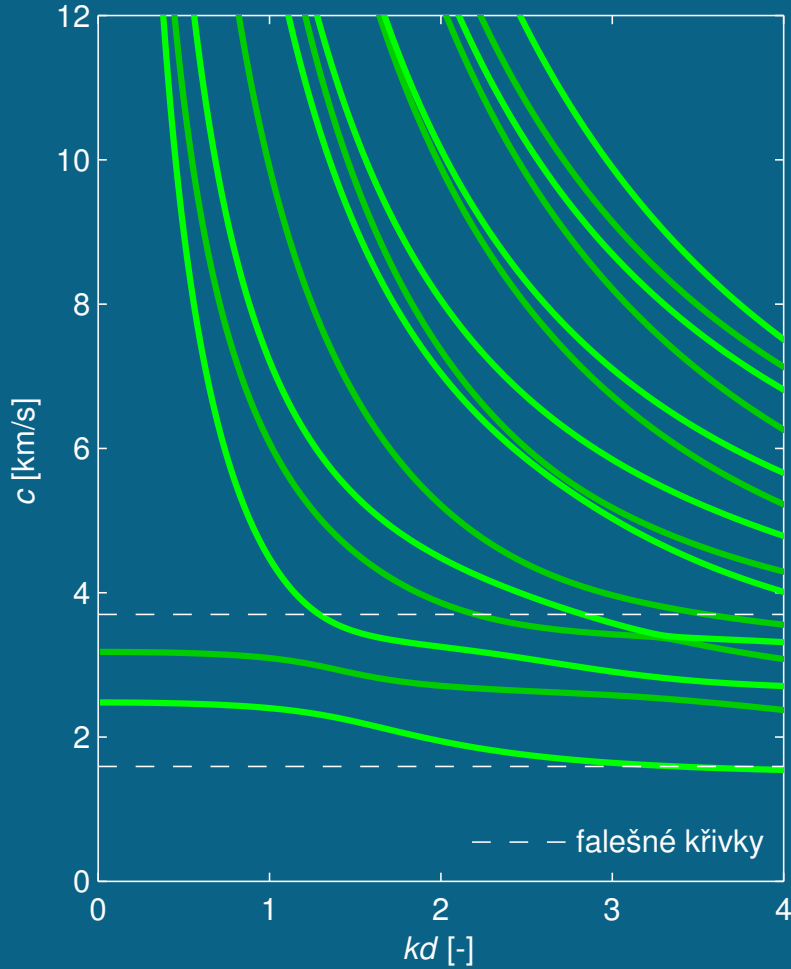


Směr šíření $\phi = 74^\circ$

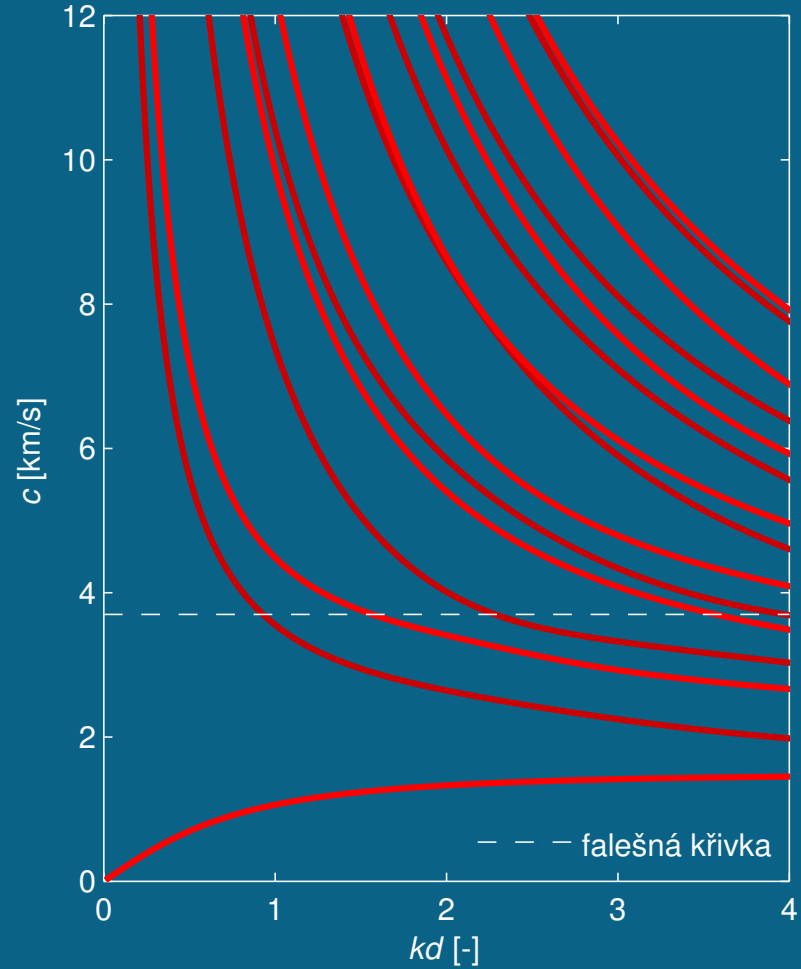


Směr šíření $\phi = 75^\circ$

symetrické módy

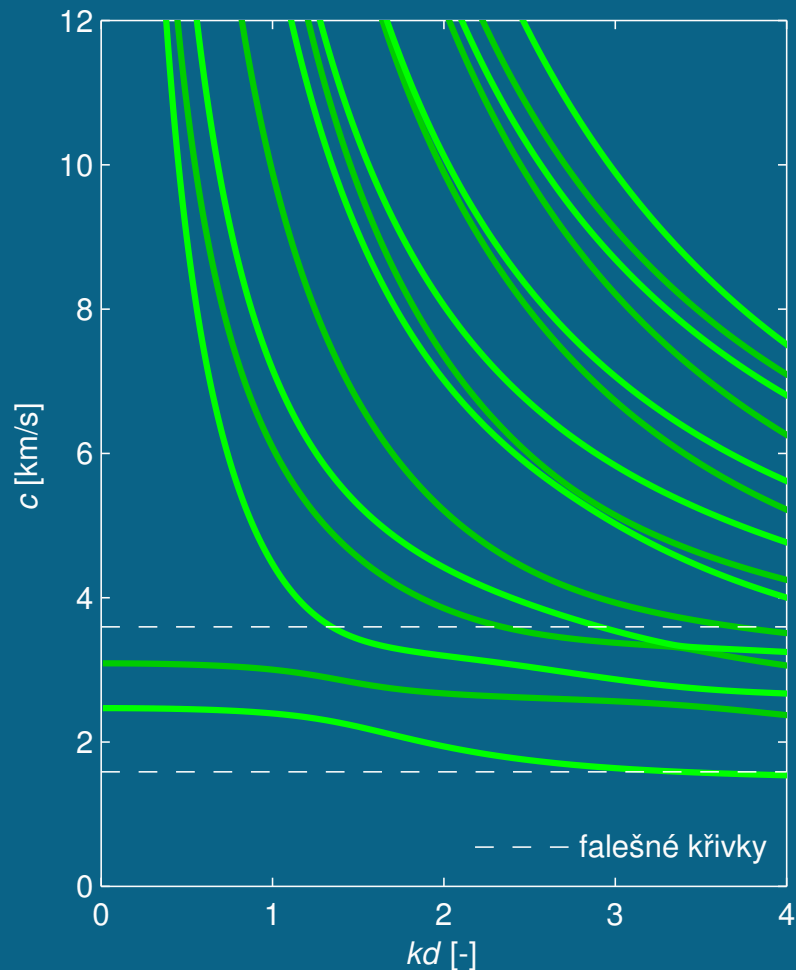


antisymetrické módy

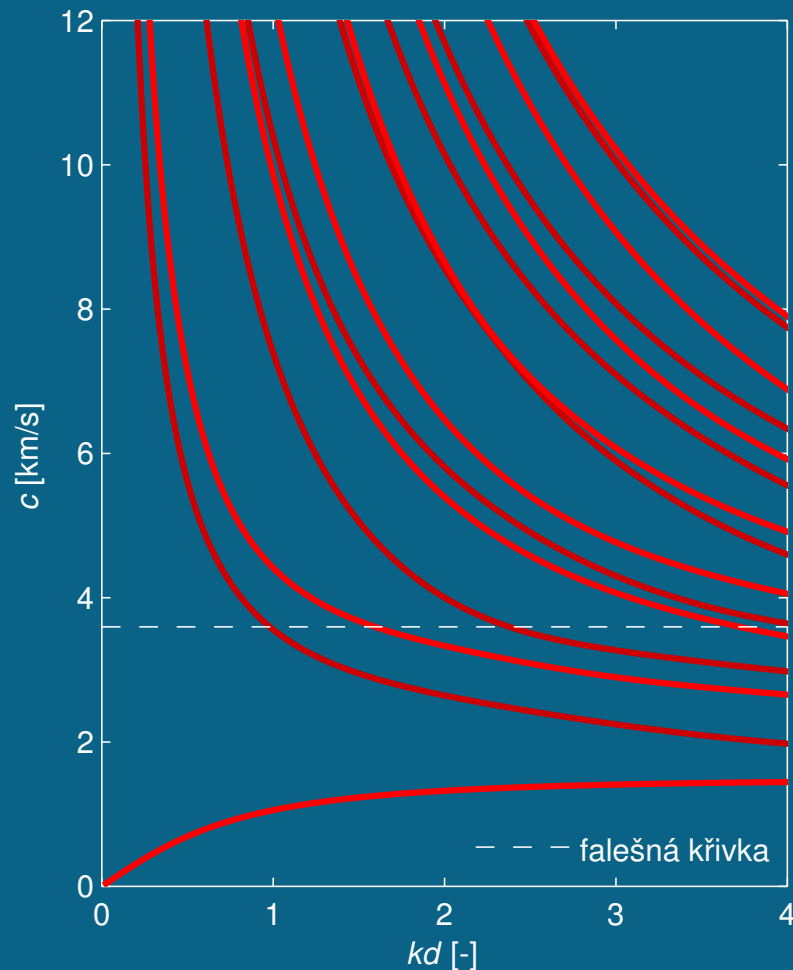


Směr šíření $\phi = 76^\circ$

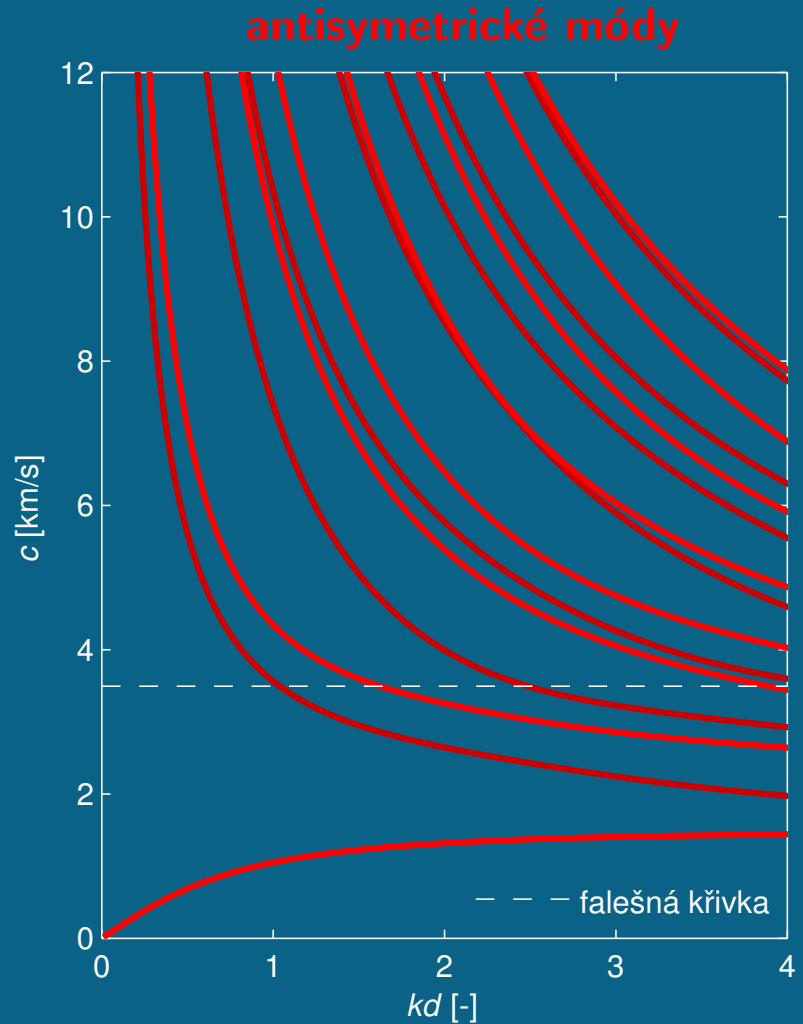
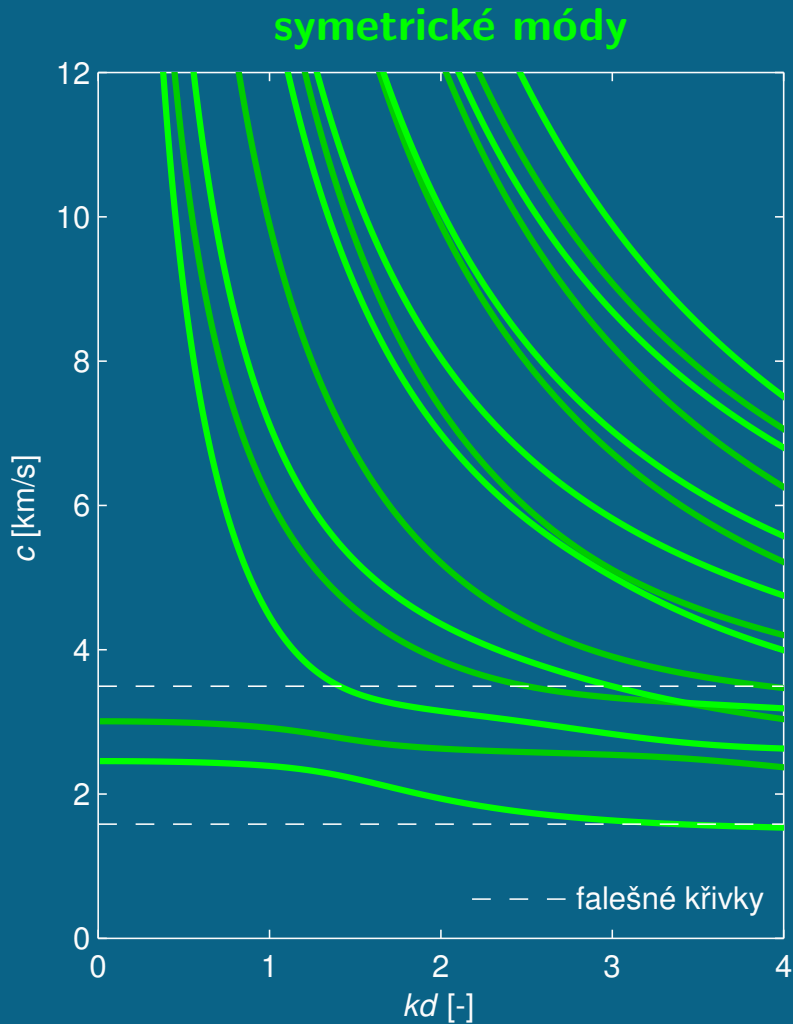
symetrické módy



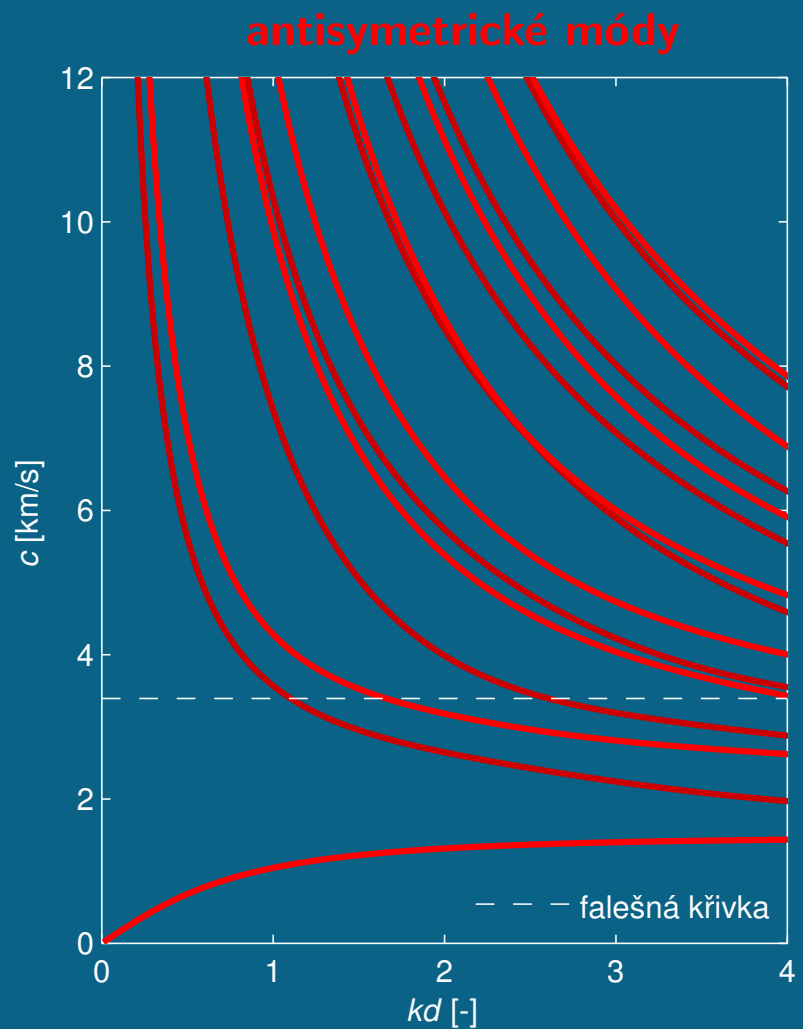
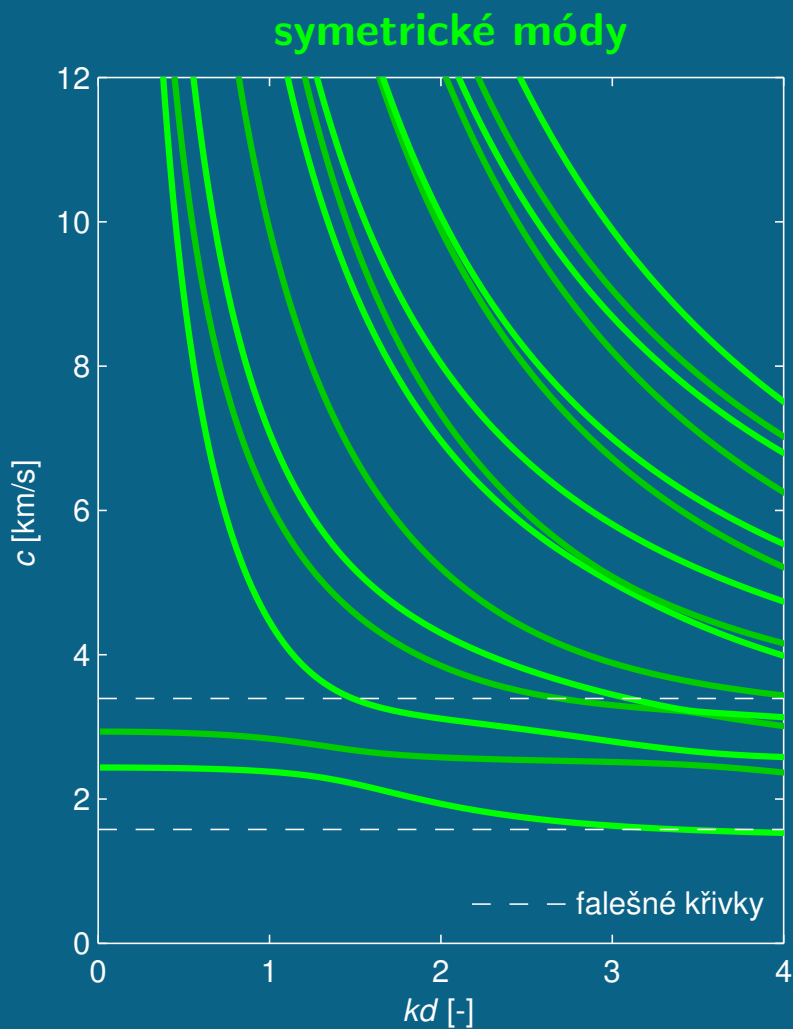
antisymetrické módy



Směr šíření $\phi = 77^\circ$

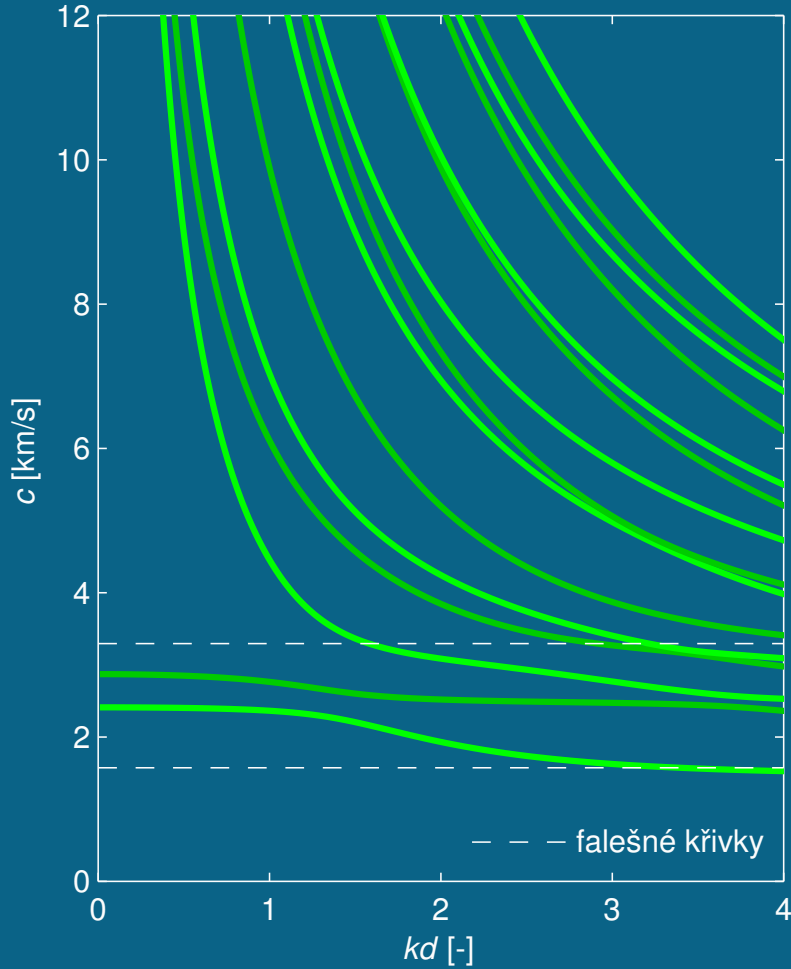


Směr šíření $\phi = 78^\circ$

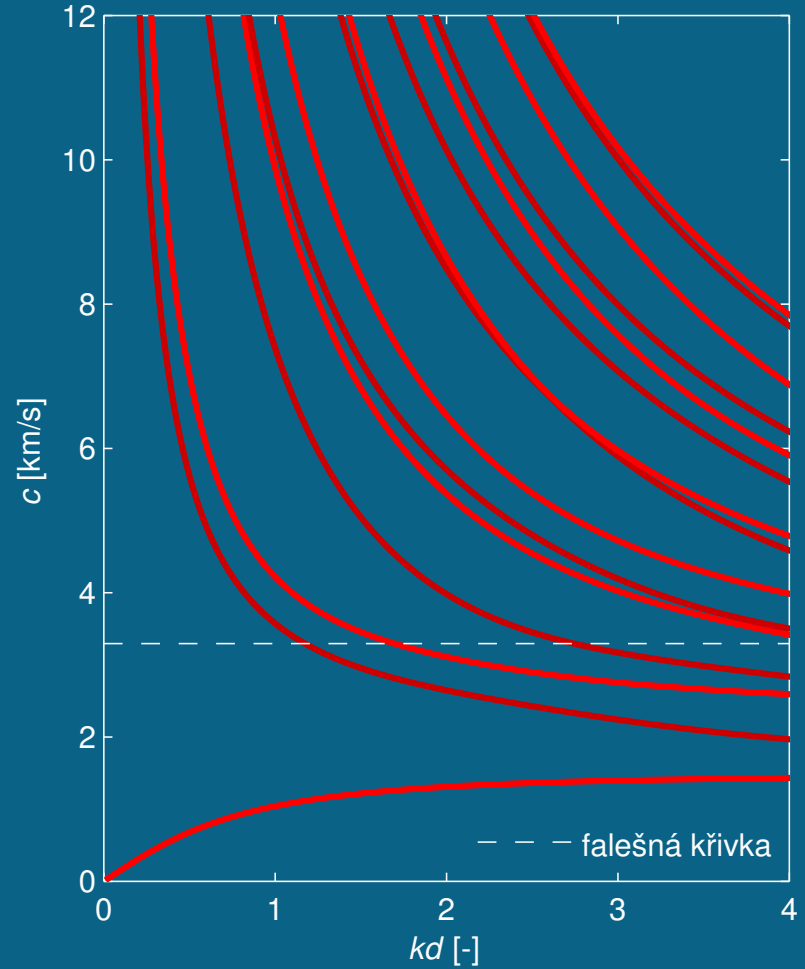


Směr šíření $\phi = 79^\circ$

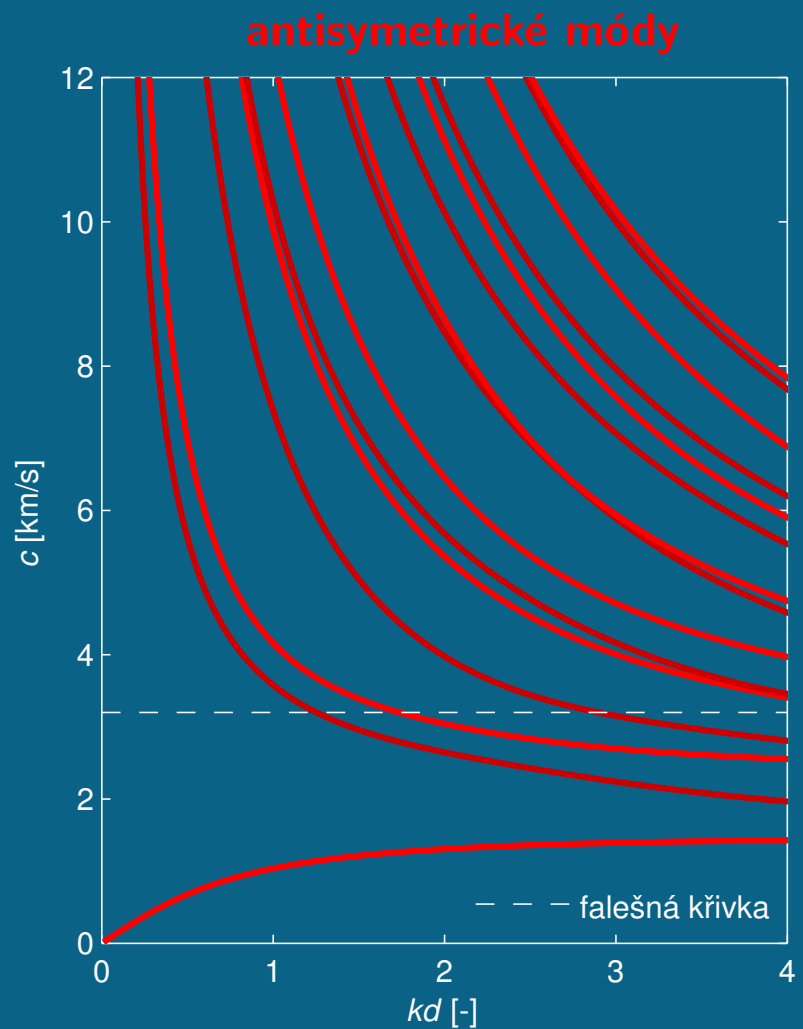
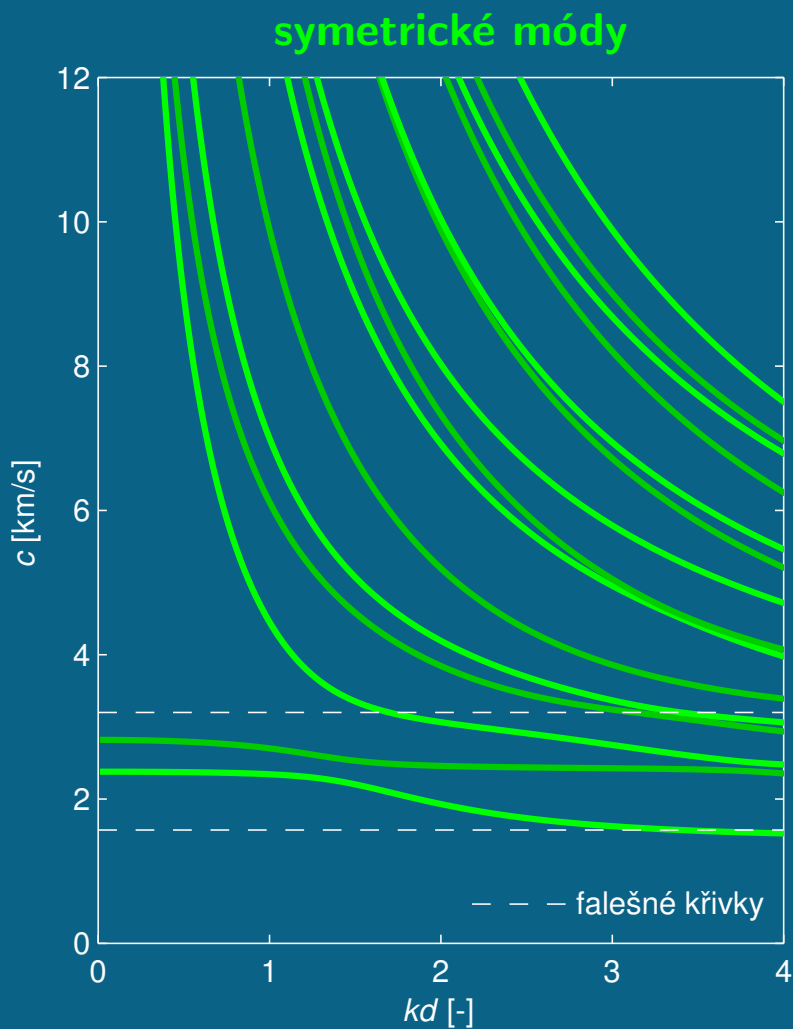
symetrické módy



antisymetrické módy

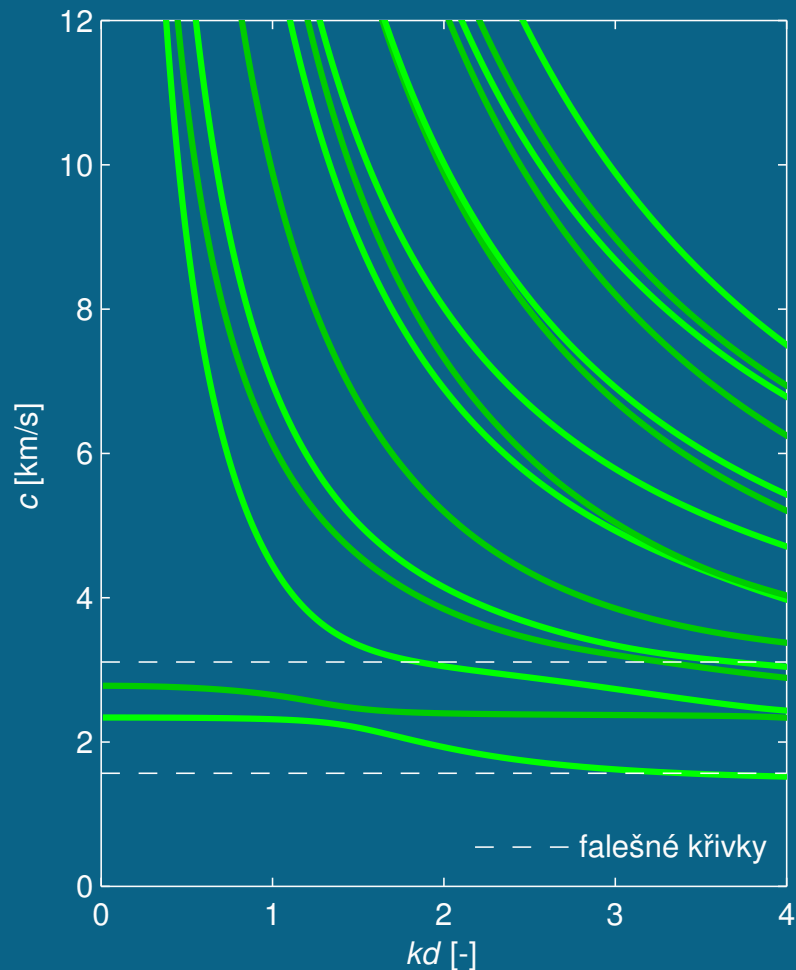


Směr šíření $\phi = 80^\circ$

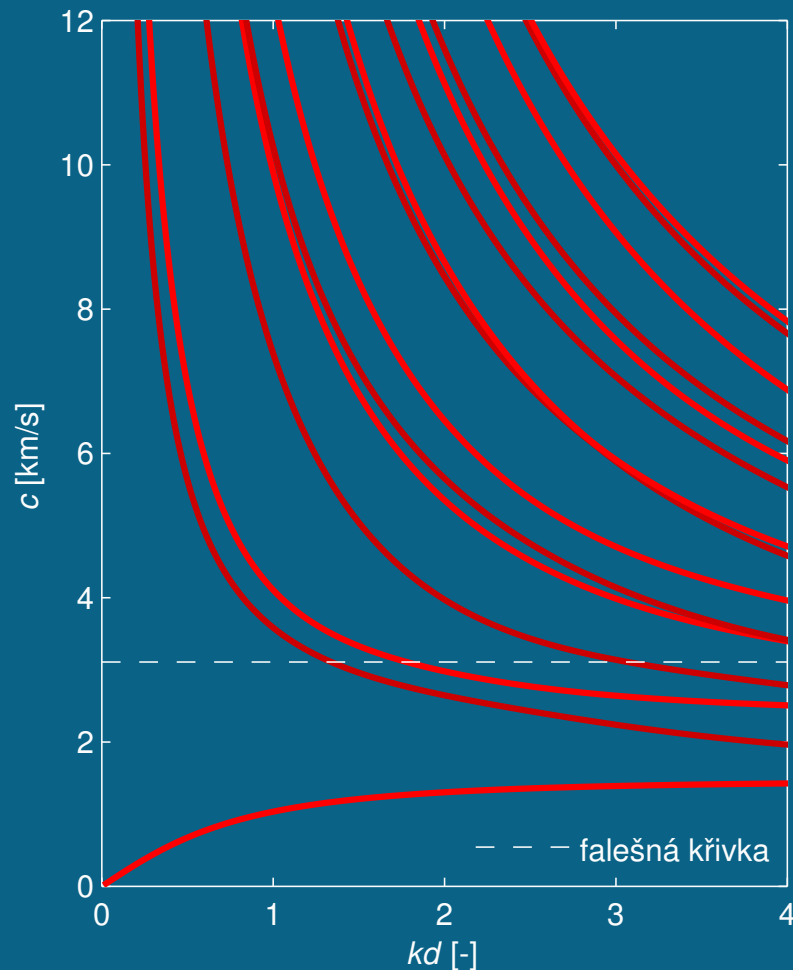


Směr šíření $\phi = 81^\circ$

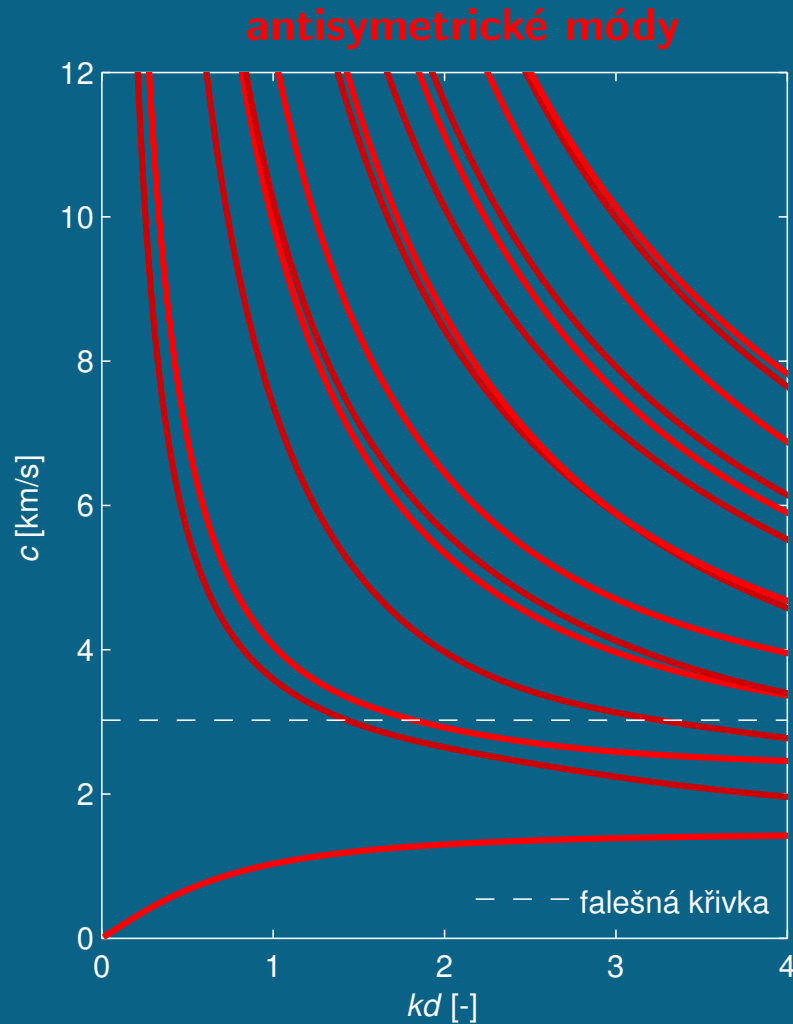
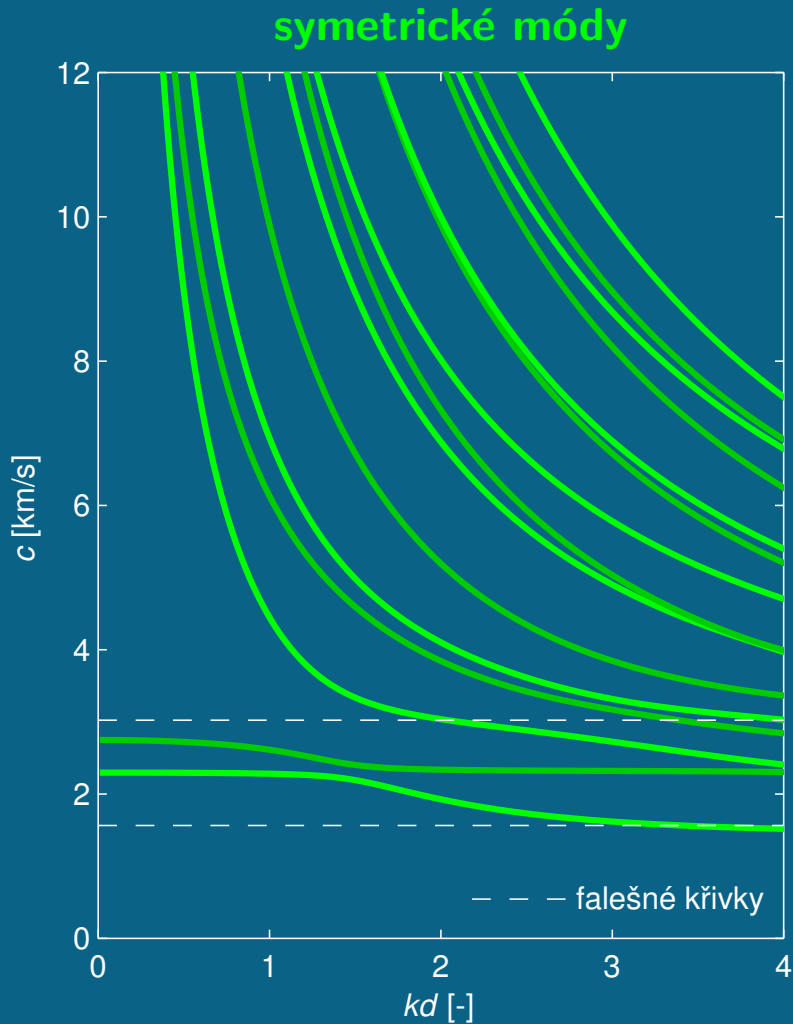
symetrické módy



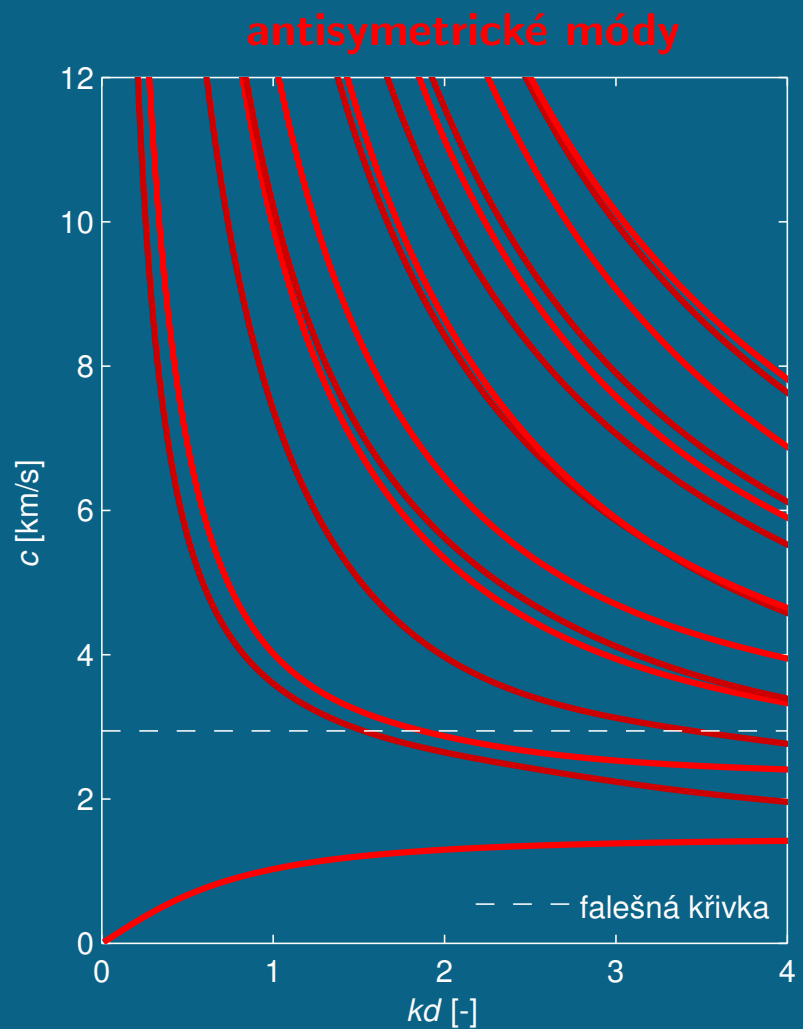
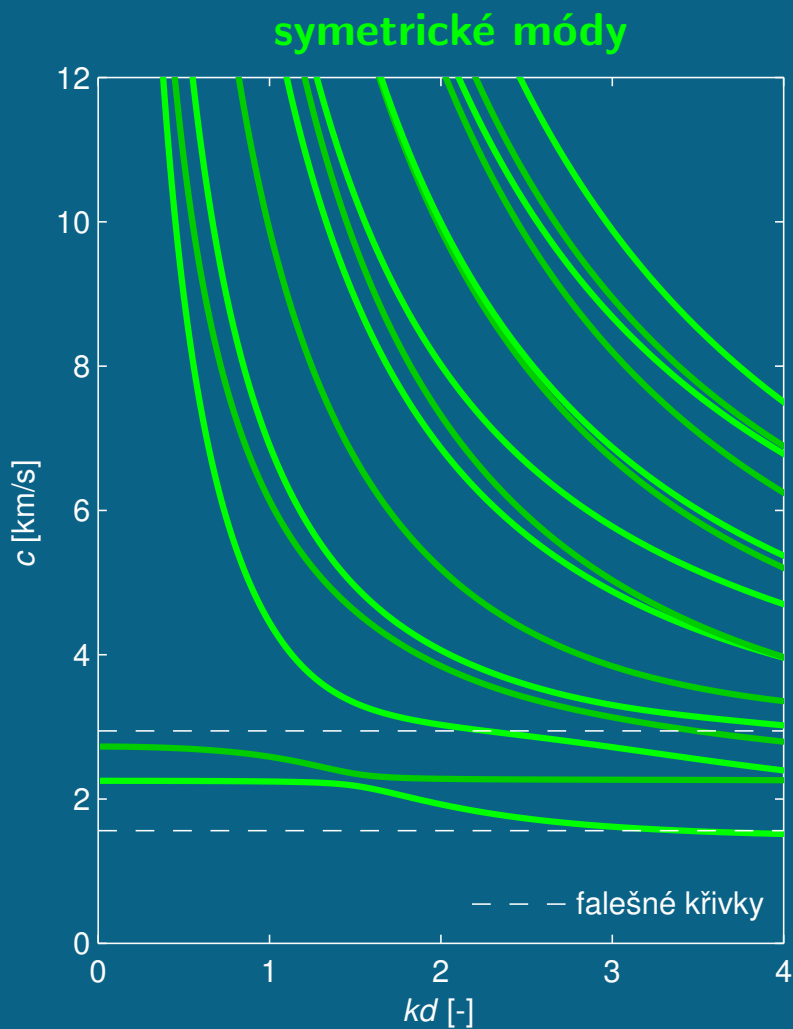
antisymetrické módy



Směr šíření $\phi = 82^\circ$

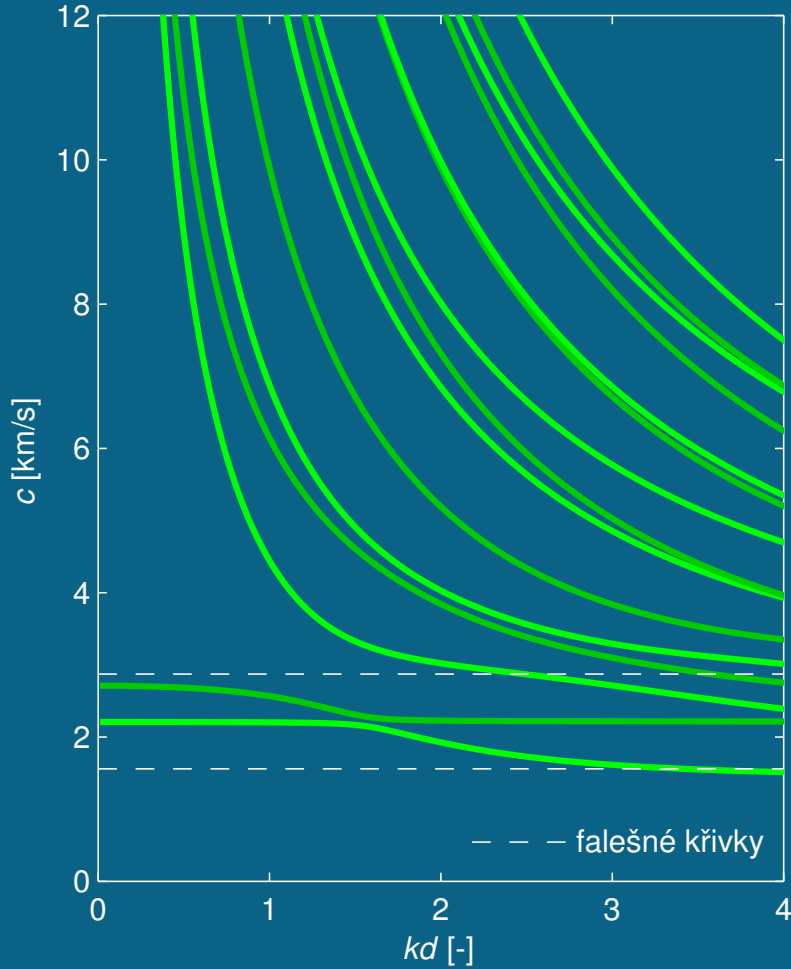


Směr šíření $\phi = 83^\circ$

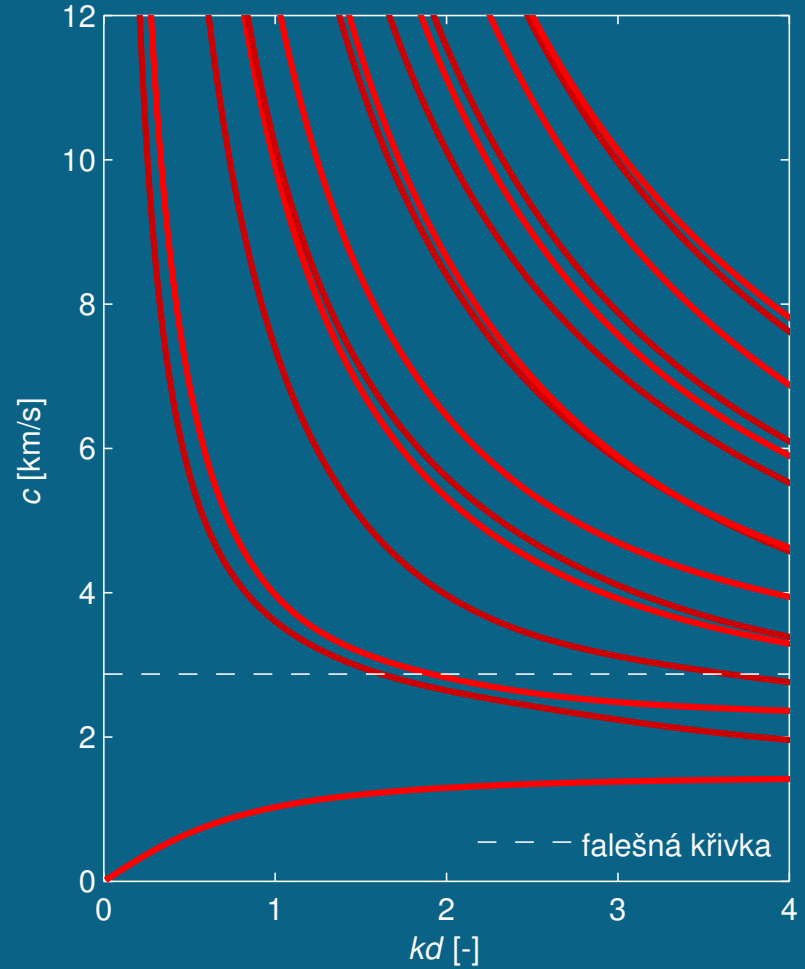


Směr šíření $\phi = 84^\circ$

symetrické módy

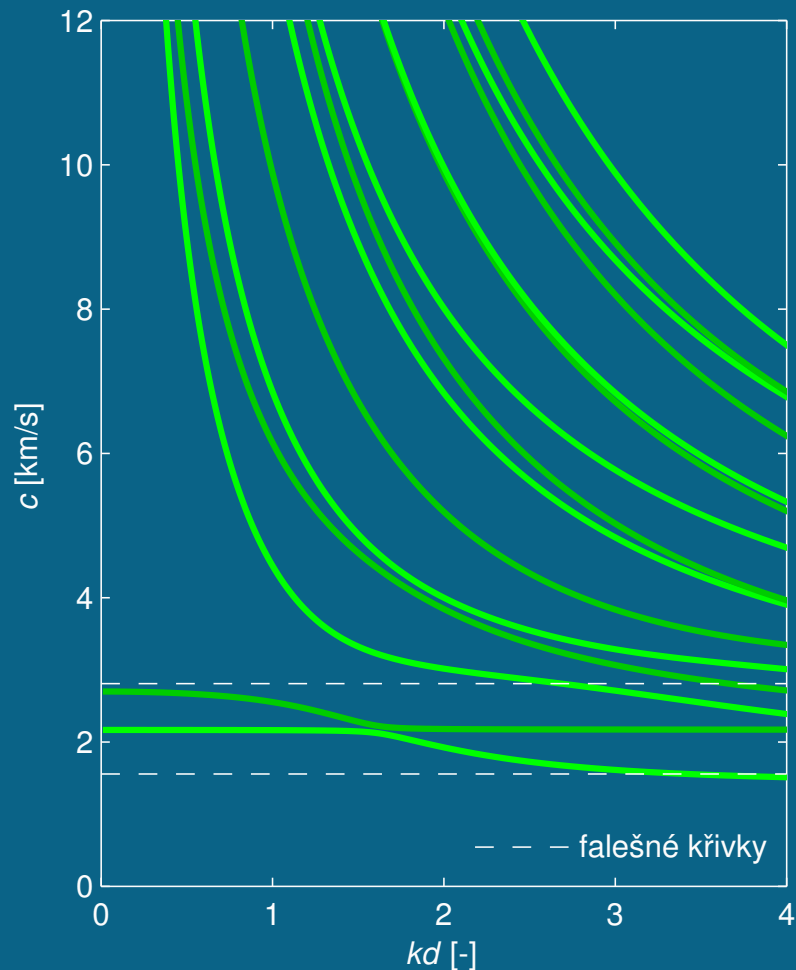


antisymetrické módy

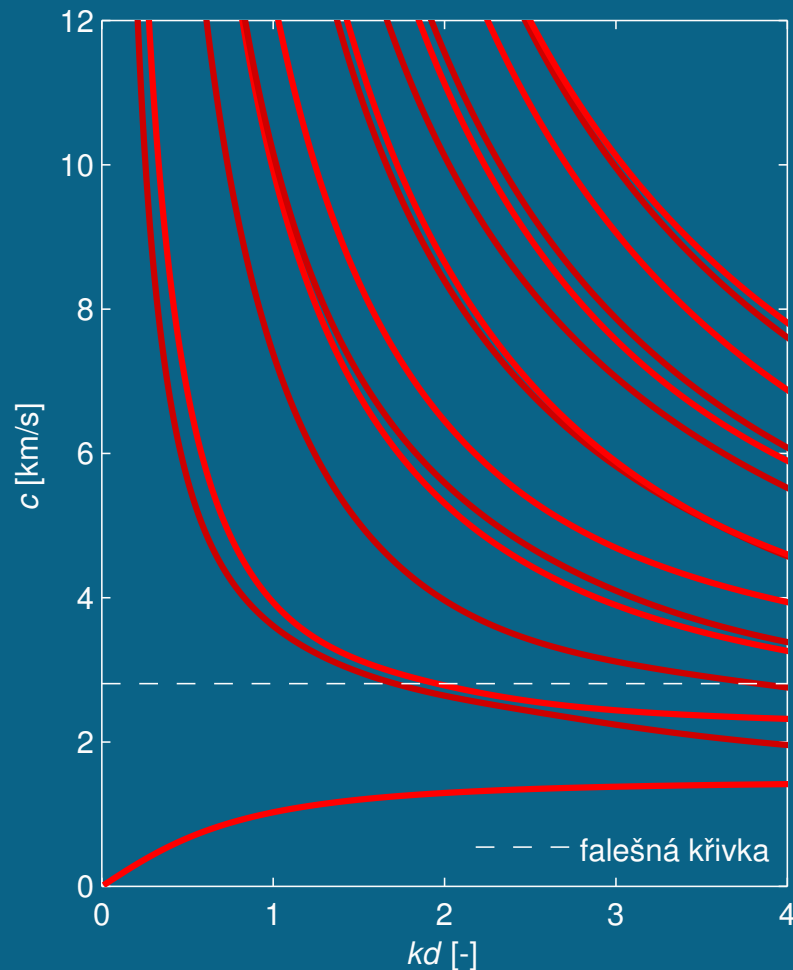


Směr šíření $\phi = 85^\circ$

symetrické módy

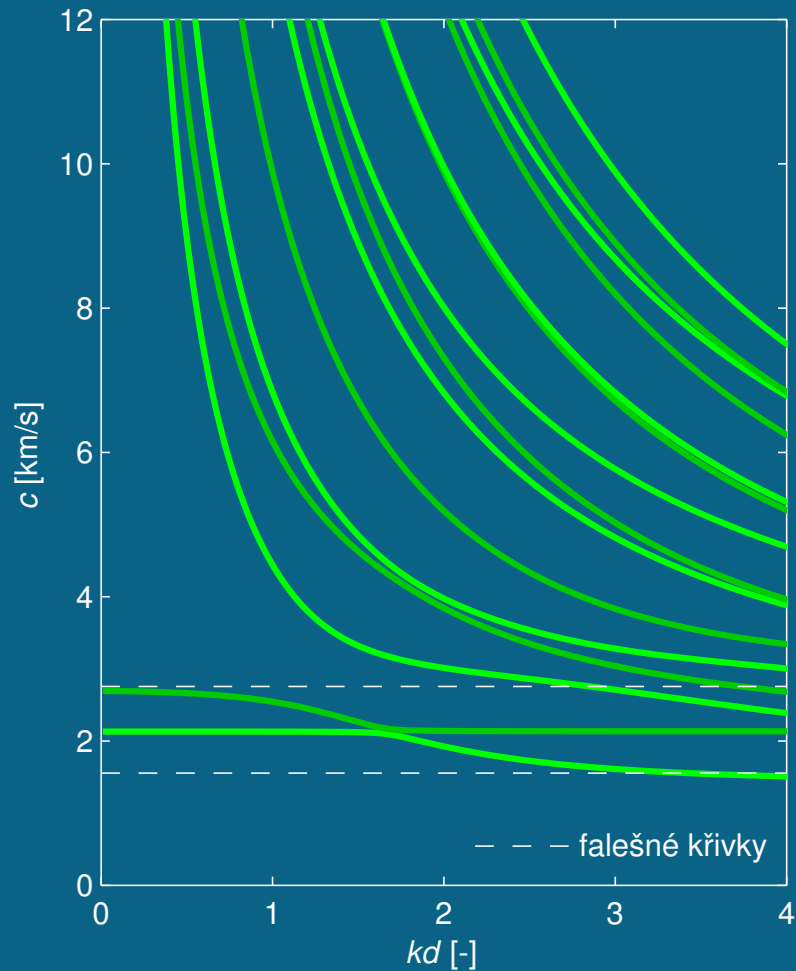


antisymetrické módy

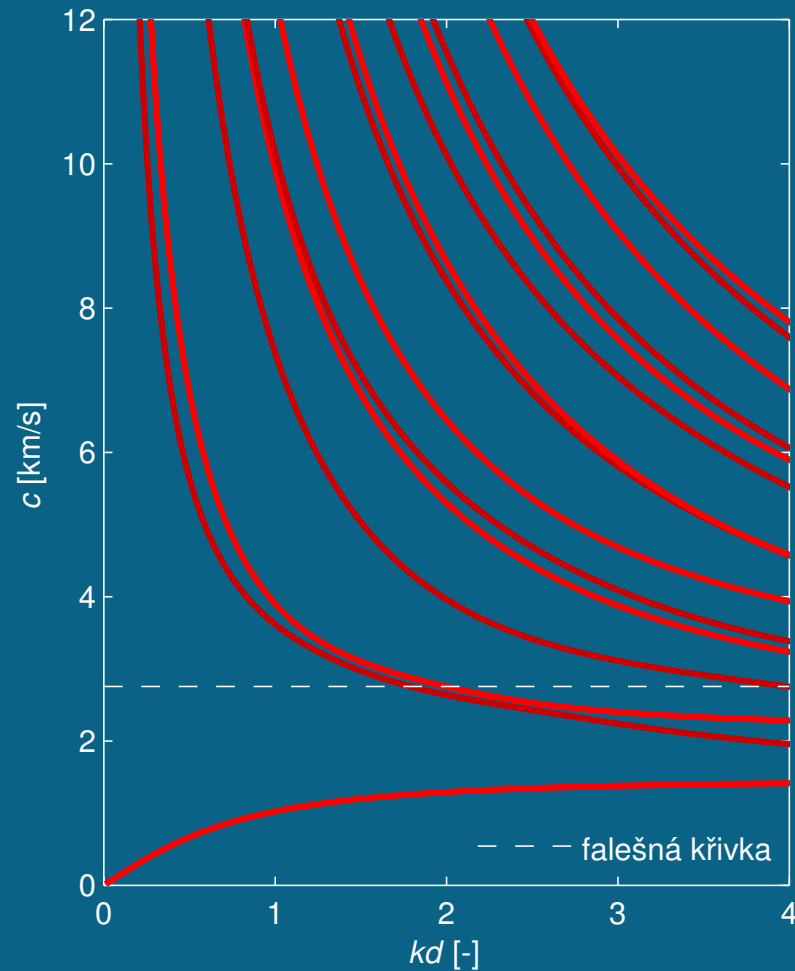


Směr šíření $\phi = 86^\circ$

symetrické módy

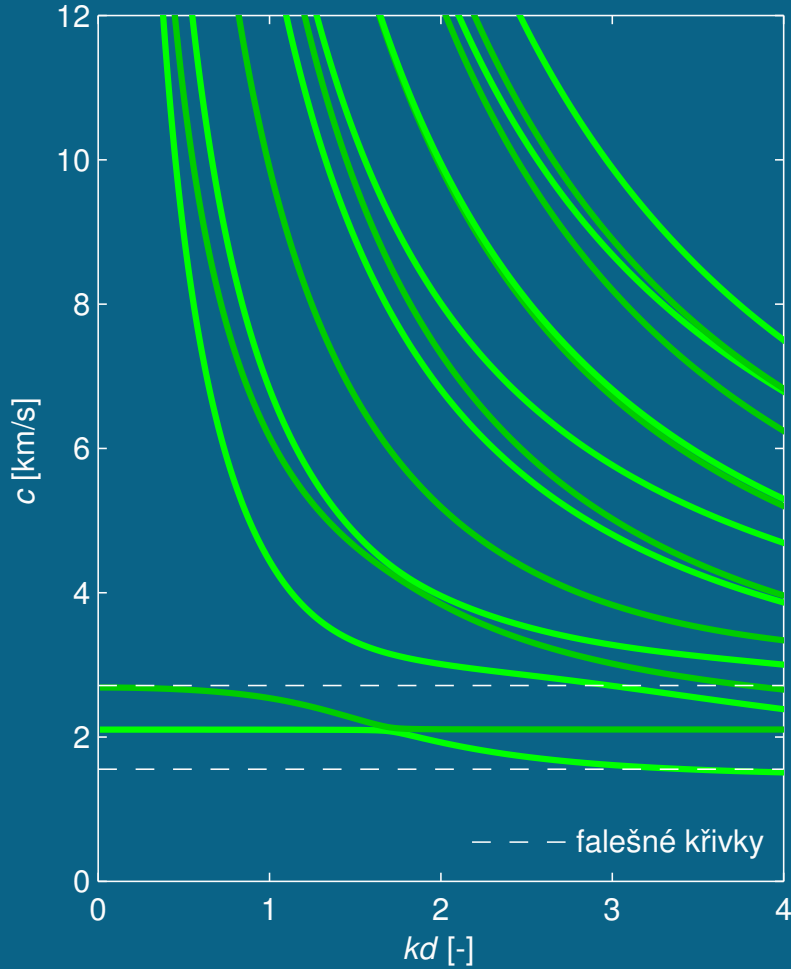


antisymetrické módy

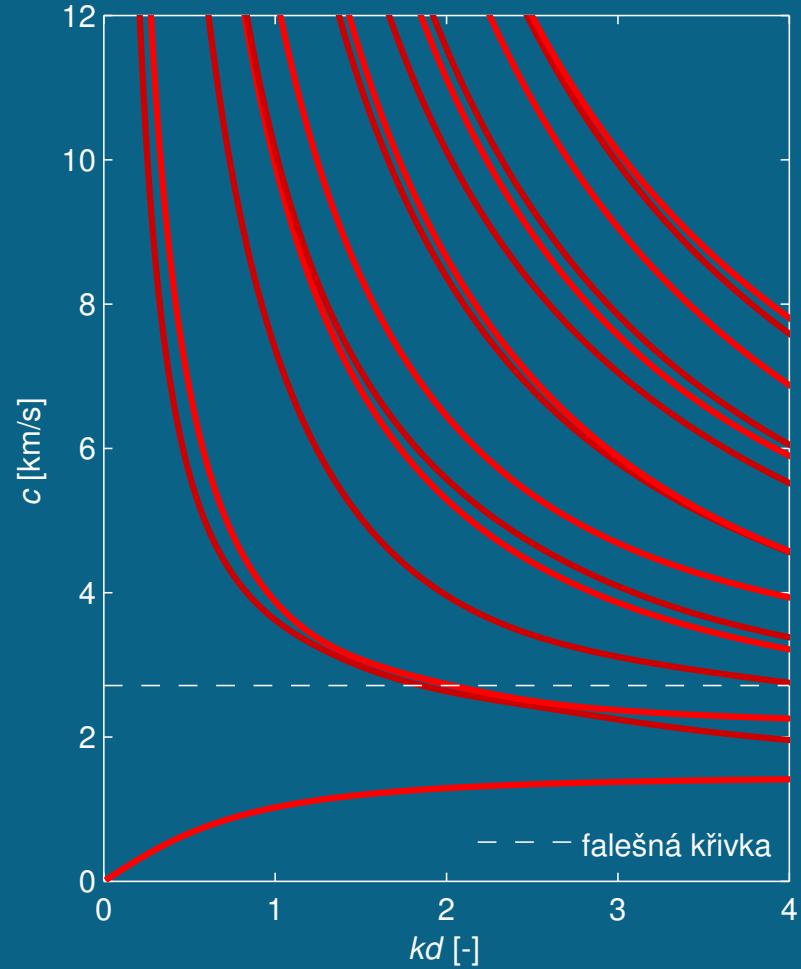


Směr šíření $\phi = 87^\circ$

symetrické módy

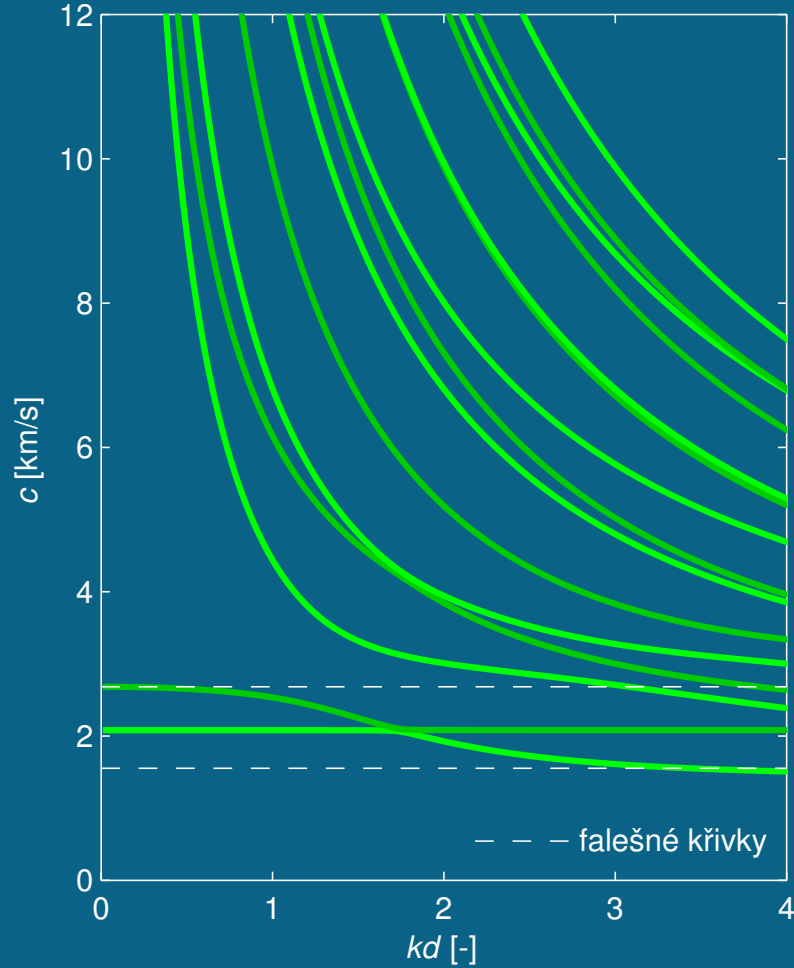


antisymetrické módy

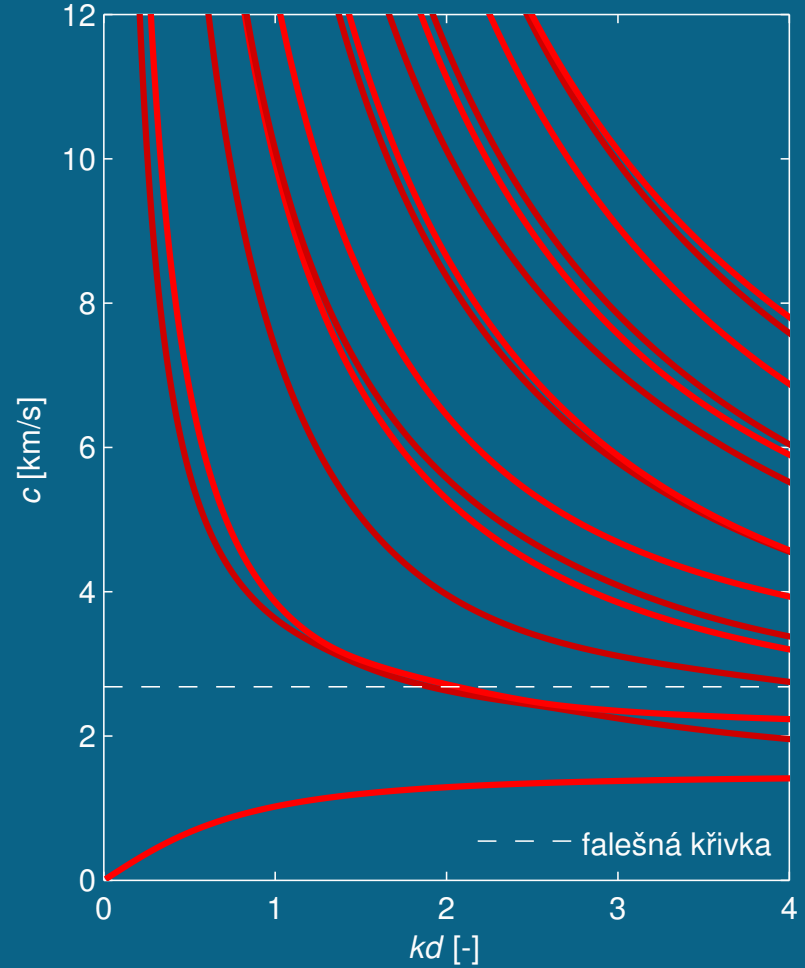


Směr šíření $\phi = 88^\circ$

symetrické módy

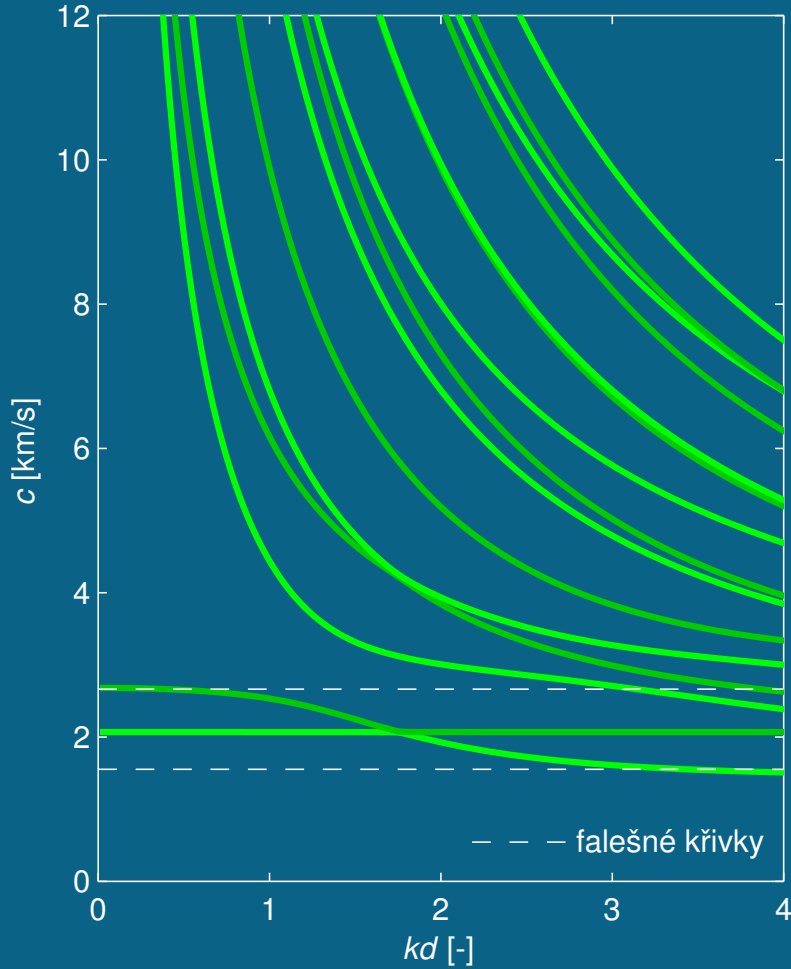


antisymetrické módy

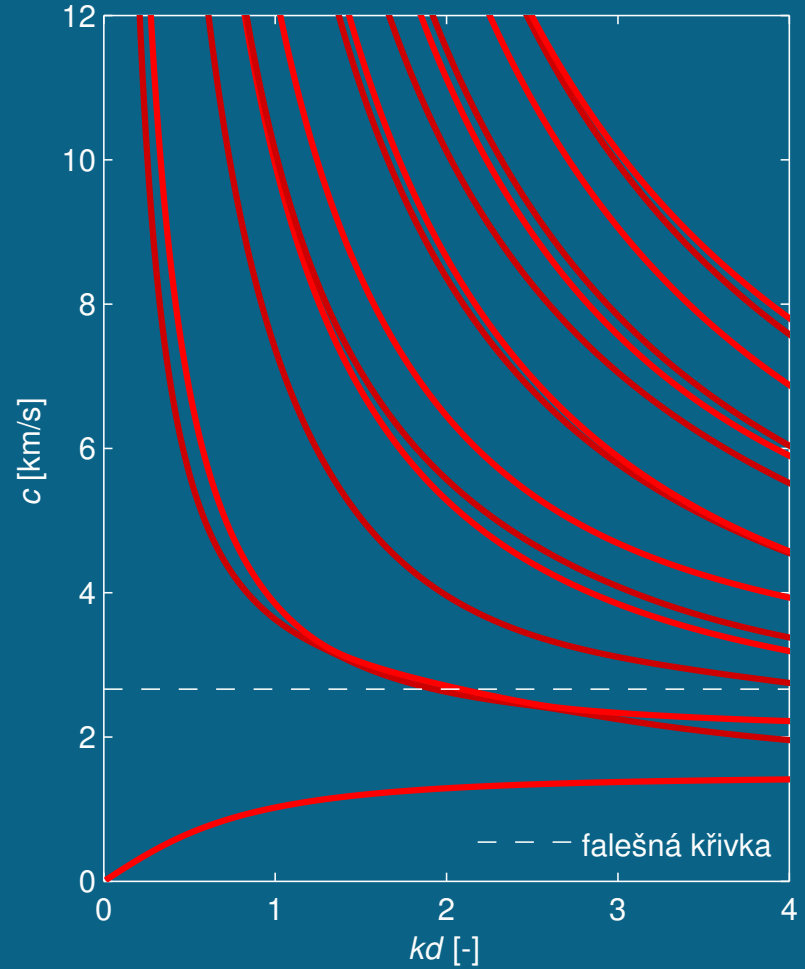


Směr šíření $\phi = 89^\circ$

symetrické módy

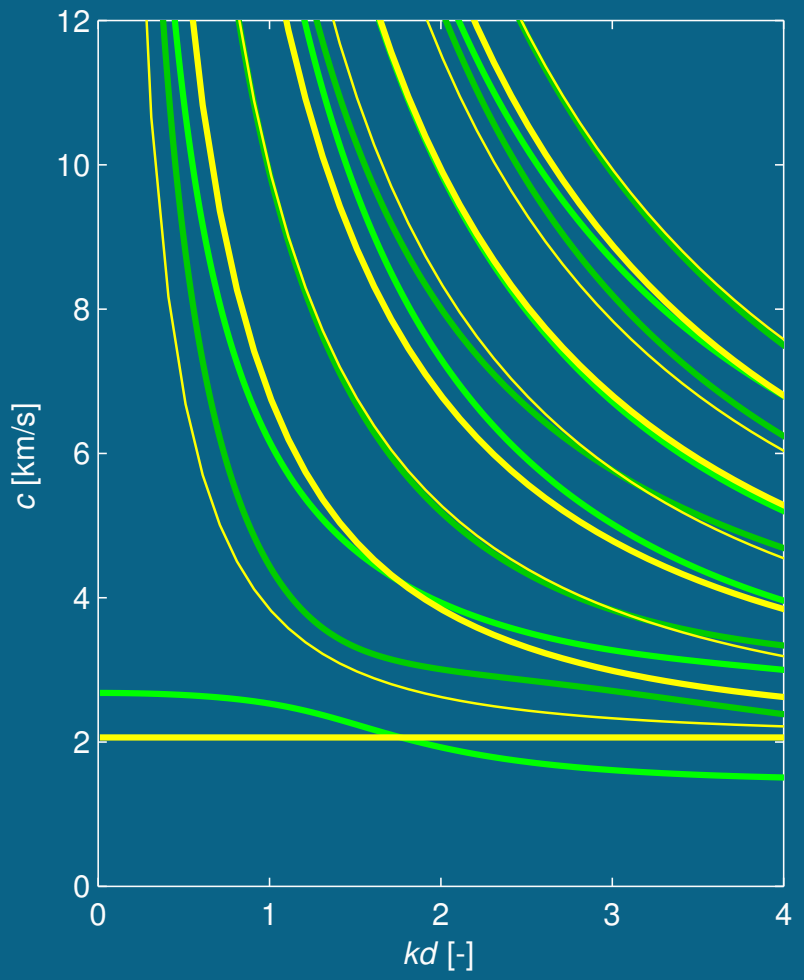


antisymetrické módy

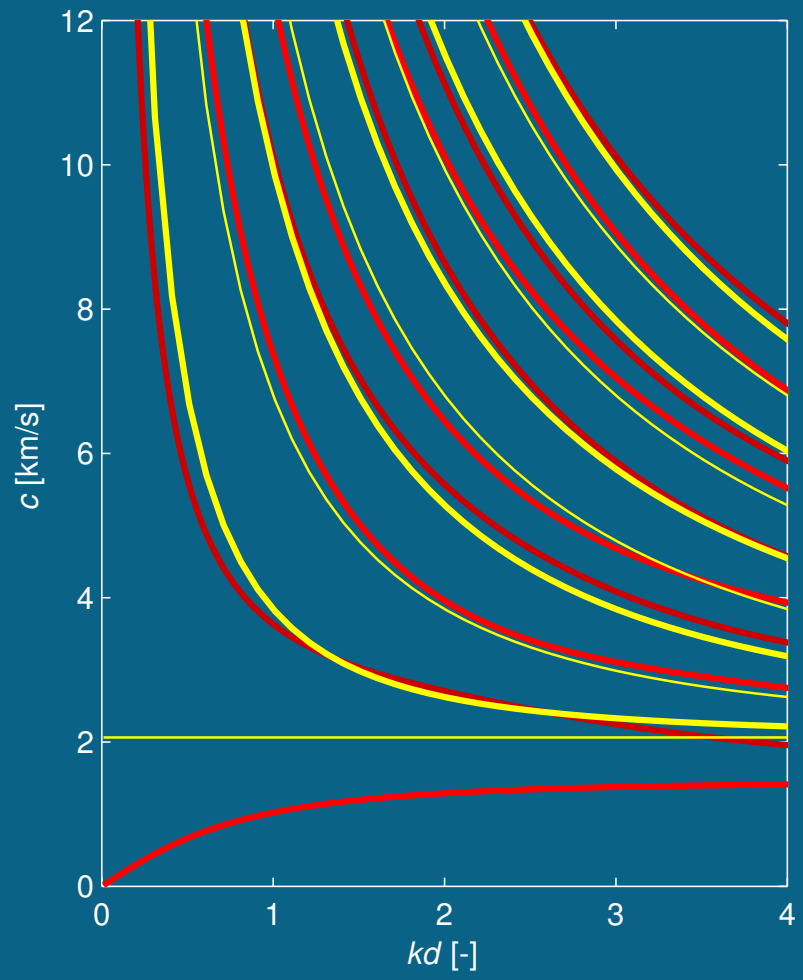


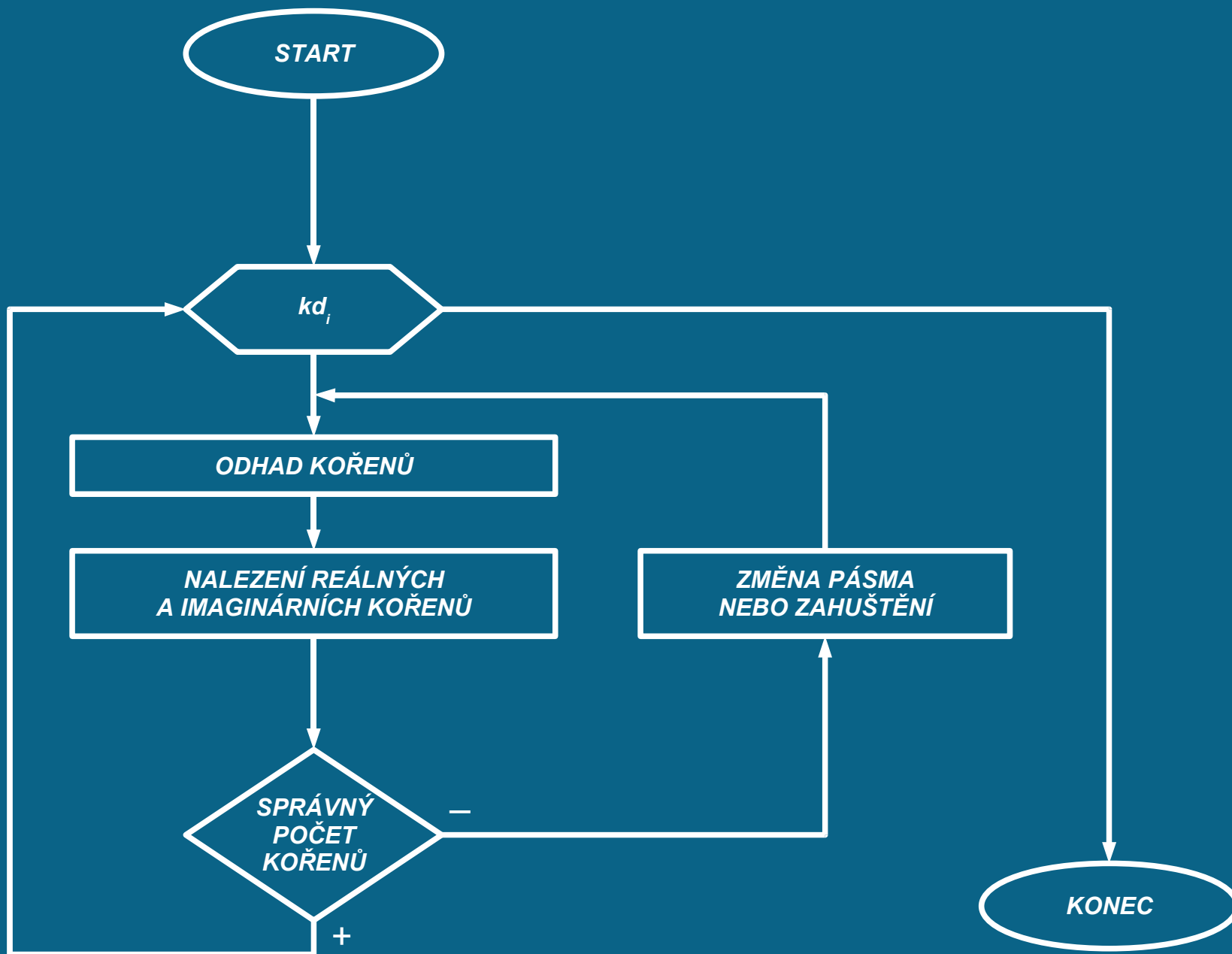
Směr šíření $\phi = 90^\circ$

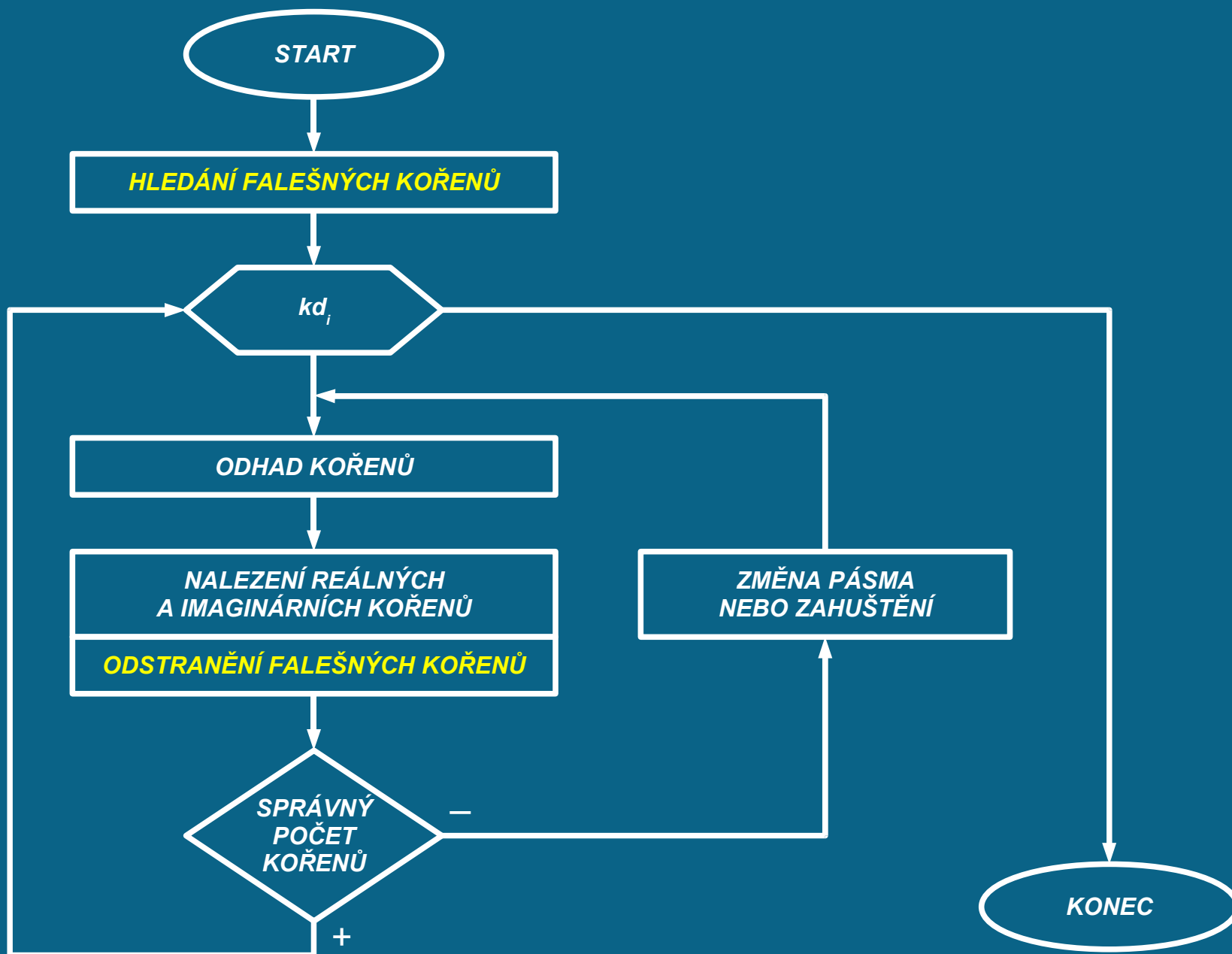
symetrické módy, SH módy



antisymetrické módy, SH módy







Závěr

- Izotropní deska
 - ★ symetrické módy - c_2 je kořen disperzní rovnice
 - ★ antisymetrické módy - c_1 je kořen disperzní rovnice
- výchylky nulové \Rightarrow nejedná se o skutečné kořeny

Závěr

- Izotropní deska
 - ★ symetrické módy - c_2 je kořen disperzní rovnice
 - ★ antisymetrické módy - c_1 je kořen disperzní rovnice

výchylky nulové \Rightarrow nejedná se o skutečné kořeny
- Ortotropní deska
 - ★ falešné kořeny - současná nulovost proměnných A , B a C

výchylky nulové \Rightarrow nejedná se o skutečné kořeny

 - ★ program pro výpočet disperzních křivek doplněn o detekci a odstranění falešných kořenů

OBSAH

Úvod

Izotropní deska

Disperzní křivky pro symetrické módy izotropní desky

Disperzní křivky pro antisymetrické módy izotropní desky

Ortotropní deska

Disperzní křivky pro symetrické módy ortotropní desky

Disperzní křivky pro antisymetrické módy ortotropní desky

Průběhy parametrů A,B,C pro ortotropní desku

Závislost falešných kořenů (rychlostí) na směru šíření ϕ

Disperzní křivky pro ortotropní desku

Algoritmus

Závěr