

APLIKACE ENERGETICKÉHO KRITÉRIA PRO VÝPOČET ŽIVOTNOSTI KONSTRUKCÍ NAMÁHANÝCH VÍCEOSÝM NÁHODNÝM NEPROPORCIONÁLNÍM ZATÍŽENÍM

M. Balda, J. Svoboda¹

Úvod

Studium porušování materiálu konstrukcí namáhaných víceosým náhodným neproporcionálním zatížením, které je v poslední době předmětem zájmu řady jednotlivců i týmů pracovníků z oblasti únavy, je zaměřeno na získávání co nejvíce teoretických i experimentálních poznatků, které by umožnily nalézt dostatečně přesnou a přitom z hlediska aplikace nenáročnou metodu pro výpočet životnosti i pro tuto nejsložitější oblast únavy. Složitost dané problematiky je v tom, že k nahodilosti struktury materiálu a technologických faktorů přibude v případě neproporcionality ještě nahodilost napjatosti. A tak jedinými postuláty, ze kterých lze vyjít, jsou pevnostní hodnoty materiálu, skutečná a nebo syntetická únavová křivka nebo křivka životnosti pro jednoosé harmonické zatěžování a statistické charakteristiky zatěžovacích procesů.

V příspěvku uvedeme některé poznatky, které se získaly při využití energetického kritéria vypracovaného Klimanem [1] pro jednoosé zatěžování na případ únavového víceosého neproporcionálního zatěžování vzorků náhodnými procesy.

Energetické kritérium únavového porušování

Vychází se z představy, že v každém i -tém zatěžovacím cyklu absorbuje materiál určité množství hysterézní energie W_i , které je závislé na úrovni napětí v daném zatěžovacím cyklu. Tato energie se v materiálu kumuluje na W a až dosáhne hodnoty W_c , dojde v kritickém místě k poruše. Hodnota energie W_c podle Halforda [2] roste tím více, čím jsou amplitudy zatížení nižší.

Navrhovaná metoda pro odhad únavové životnosti je založena na transformaci procesu s náhodným průběhem zatěžování na ekvivalentní harmonický proces s konstantní amplitudou. Energie do lomu musí být u tohoto procesu stejná jako u původního procesu. Při *harmonickém zatěžování* je energie W_i spotřebovaná na přírůstek plastické deformace v jednom cyklu přibližně konstantní po celou dobu zkoušky a rovna W_h . Celkovou energii do porušení lze zapsat ve tvaru

$$W_c = N_h W_h \quad (1)$$

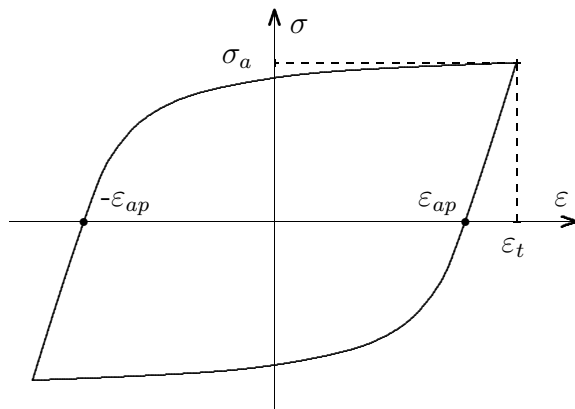
a jí odpovídající příkon jako práci za sekundu

$$P_h = f_h W_h, \quad (2)$$

kde f_h [Hz] je frekvence zatěžování a N_h počet cyklů do porušení.

¹ prof. Ing. Miroslav Balda, DrSc., FEng., Ing. Jaroslav Svoboda Ústav termomechaniky AV ČR, Centrum diagnostiky materiálů, Veveřská 11, 301 14 PLZEŇ (tel.: 377 236 415, fax: 377 220 787, e-mail: balda@cdm.it.cas.cz, svoboda@cdm.it.cas.cz)

U náhodného zatěžování nelze hovořit o počtu cyklů do porušení, protože každý z nich má jinou amplitudu, a tedy vnáší do objektu jinou energii W_i a tím i vyvolává jiné porušení. Pro stacionární proces potom platí vztah analogický k rovnici (2),



Obr. 1. Hysterezní smyčka

$$P = \int_0^{W_c} f(W) dW. \quad (3)$$

Amplituda napětí σ_a v obecném cyklu závisí na plastické deformaci ε_{ap} nelineárním vztahem

$$\sigma_a = k \varepsilon_{ap}^n, \quad (4)$$

v němž k a n jsou materiálové konstanty. Pro harmonické zatěžování, v němž $\sigma_a = \sigma_{ah}$ je konstantní, platí navíc Coffinův-Mansonův vztah pro křivku životnosti

$$\sigma_{ah} = \sigma'_f (2 N_h)^b \quad (5)$$

s dalšími materiálovými konstantami b a σ'_f . Odtud snadno odvodíme inverzní vztah

$$N_h = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{ah}}{\sigma'_f} \right)^{1/b}. \quad (6)$$

Práce W spotřebovaná na plastickou deformaci v jednom cyklu, která je rovna ploše uzavřené hysterezní smyčky v diagramu σ - ε , se získá integrací rovnice (4) ve tvaru

$$W = k_n \left(\frac{\sigma_a^{n+1}}{k} \right)^{1/n}, \quad k_n = \frac{2^{n+2}}{n+1}. \quad (7)$$

Vyjádříme-li amplitudu σ_a pomocí směrodatné odchylky s napěťového procesu jako

$$\sigma_a = p s, \quad (8)$$

přejde rovnice (7) na tvar

$$W = k_n \left[\frac{(p s)^{n+1}}{k} \right]^{1/n} = \underbrace{k_n \left(\frac{p^{n+1}}{k} \right)^{1/n}}_u s^2 \overbrace{(n+1)/2n}^v = u s^{2v}. \quad (9)$$

Rozptyl s^2 napěťového procesu se určí z jeho známé výkonové spektrální hustoty $S_{\sigma\sigma}(f)$:

$$s^2 = 2 \int_0^{f_H} f S_{\sigma\sigma}(f) df, \quad (10)$$

kde f_H je horní mezní frekvence spektrální výkonové hustoty. Diferencováním rovnice (9) při využití rovnice (10) získáme vztah

$$dW = u v s^{2(v-1)} ds^2 = 2 u v s^{2(v-1)} \int_0^{f_H} S_{\sigma\sigma}(f) df. \quad (11)$$

Nyní již lze vypočítat výkon P náhodného procesu z rovnice (3):

$$P = 2 u v s^{2(v-1)} \int_0^{f_H} f S_{\sigma\sigma}(f) df. \quad (12)$$

Ten ale musí být roven výkonu P_h ekvivalentního harmonického procesu podle rovnice (2). Za použití rovnice (7) a (8) dostaneme následující formuli pro frekvenci f_h ekvivalentního harmonického procesu:

$$f_h = \frac{n+1}{n} s^{-2} \int_0^{f_H} f S_{\sigma\sigma}(f) df. \quad (13)$$

Odtud již lze snadno stanovit životnost objektu (v sekundách) jako

$$T_t = \frac{N_h}{f_h} = \left(\frac{p}{\sigma_f'} \right)^{1/b} \frac{n s^{(2b+1)/b}}{2(n+1) \int_0^{f_H} f S_{\sigma\sigma}(f) df}. \quad (14)$$

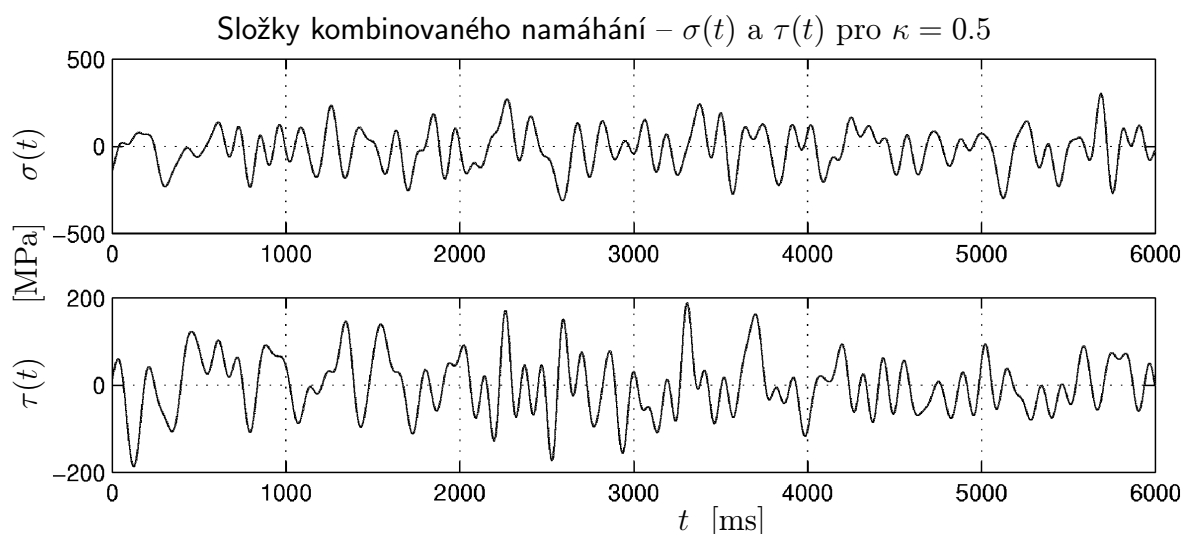
Experimentální práce

Experimenty proběhly a dále pokračují na trubkových vzorcích s příčným otvorem zatěžovaných kombinací osových sil a krouticích momentů. Stejně vzorky byly již užity v minulosti při jiném způsobu zatěžování (viz [5]). Průměr trubky byl 30 mm, tloušťka stěny 2 mm a průměr příčného otvoru 3 mm. Byly vyrobeny z materiálu ČSN 411523.1, jehož základní údaje pro daná zkušební tělesa (mez pevnosti R_m , mez kluzu R_e , mezní únavová napětí σ_c^* , τ_c^* vrubovaného vzorku a koeficienty koncentrace napětí α jsou uvedeny v tabulce tab. 1.

R_m [MPa]	R_e [MPa]	σ_c^* [MPa]	τ_c^* [MPa]	α_σ	α_τ
551	365,1	120	80	3,15	3,64

Tabulka 1. Přehled základních údajů o zkušebních tělesech

Vzorky byly zatěžovány dvěma vzájemně nekorelovanými širokopásmovými normálními náhodnými procesy – frekvenčně omezenými bílými šумы na intervalu -10 až 10 Hz. Každá z realizací těchto procesů o trvání $T_b = 20$ minut = 1200 [s], která byla odvzorkována periodou $T = 1$ [ms], se skládala z 1,2 milionu vzorků a tvořila tak jeden zatěžovací blok. V obr. 1 je ukázka napěťových odezev v trvání 6 vteřin ze začátku zatěžování.



Obr. 2. Začátek realizací složek namáhání v MPa při $\kappa = 0,5$

Vzorky se zatěžovaly při pěti různých poměrech směrodatných odchylek $\kappa = s_\tau/s_\sigma = [0; 0,5; 1; 3; \infty]$ procesů $\sigma(t)$, $\tau(t)$. Přehled všech naměřených dat je uveden v tab. 2.

κ	zatěžování				regrese			\hat{N}_b
	s_σ	s_τ	s_d	N_b	N_L	N_r	N_R	
0	91.04	0.00	91.04	15	14.3	23.5	38.4	27.2
0	91.04	0.00	91.04	11	14.3	23.5	38.4	27.2
0	96.76	0.00	96.76	10	6.9	13.0	24.3	14.1
0.5	64.38	32.19	80.48	87	58.3	77.7	103.6	102.9
0.5	64.38	32.19	80.48	58	58.3	77.7	103.6	102.9
0.5	68.42	34.21	85.53	58	29.7	43.0	62.4	53.4
1	40.72	40.72	73.41	170	141.7	189.9	254.4	277.5
1	40.72	40.72	73.41	300	141.7	189.9	254.4	277.5
1	40.72	40.72	73.41	440	141.7	189.9	254.4	277.5
1	43.27	43.27	78.01	389	80.5	105.2	137.5	144.1
1	45.62	45.62	82.24	97	46.1	63.0	86.0	81.5
3	14.97	44.91	69.01	117	236.0	346.1	507.5	540.4
3	14.97	44.91	69.01	280	236.0	346.1	507.5	540.4
3	14.97	44.91	69.01	305	236.0	346.1	507.5	540.4
3	15.91	47.72	73.33	399	143.1	191.9	257.4	282.0
∞	0.00	45.52	68.28	158	256.6	383.8	573.8	606.1
∞	0.00	45.52	68.28	264	256.6	383.8	573.8	606.1
∞	0.00	48.38	72.57	309	156.4	212.3	288.2	314.1

Tabulka 2. Parametry zatěžování, životnosti v počtech bloků N_b , výsledky regrese a odhad počtu bloků \hat{N}_b do lomu podle energetického kritéria

Aplikace energetického kritéria

Navzdory tomu, že energetické kritérium bylo rozpracováno pro případ jednoosé napjatosti, učinil se pokus na jeho použití i pro odhady životnosti částí vystavených kombinovanému namáhání od zatěžování v tahu-tlaku a v krutu. Ty se provedly pro stejné případy poměrů směrodatných odchylek složek namáhání $\kappa = s_\tau/s_\sigma$, pro jaké se zrealizovaly únavové zkoušky.

Již v minulosti bylo zjištěno, že na únavové poškození součástí spolupůsobí obě hlavní normálová napětí $\sigma_1(t)$ a $\sigma_2(t)$, vypočítaná z okamžitých hodnot $\sigma(t)$ a $\tau(t)$ obou napěťových procesů (viz [4], [5]). Nejprirozenější způsob, jak zahrnout vliv obou hlavních napětí, spočívá ve vytvoření jejich výslednice jako jakéhosi fiktivního normálového napětí, jehož modul je

$$|\bar{\sigma}_d(t)| = \sqrt{\sigma_1^2(t) + \sigma_2^2(t)}, \quad (15)$$

který lze po dosazení a zobecnění vyjádřit jako funkci vstupních napětí formulí

$$|\sigma_d(t)| = \sqrt{\sigma^2(t) + [k_c \tau(t)]^2}, \quad (16)$$

kde $k_c = \sigma_c^*/\tau_c^*$. Pokud $\sigma(t)$ a $\tau(t)$ navzájem nekorelují, lze i směrodatnou odchylku tohoto fiktivního napětí vyjádřit jako

$$s_d = \sqrt{s_\sigma^2 + (k_c s_\tau)^2}. \quad (17)$$

Nyní již lze aplikovat formule energetického kritéria na fiktivní napětí σ_d .

V tabulce 2 jsou v první skupině uvedeny pro každý poměr κ směrodatné odchylky s_σ , s_τ a s_d napěťových procesů a jim odpovídající naměřené životnosti v počtech N_b opakování

zatěžovacích bloků. Ve druhé skupině jsou pod N_r uvedeny životnosti stanovené z regresního vztahu podobného rovnici Wöhlerovy křivky

$$\log N_r = A + B \log s_d \quad (18)$$

doprovázené hodnotami levé (N_L) a pravé (N_R) mezní křivky 90 % pásma spolehlivosti.

Koeficienty b a σ'_f křivky životnosti a koeficienty k a n cyklické deformační křivky byly použity z výsledků zkoušek nízkocyklové únavy na sledovaném materiálu ČSN 411523.1 [3]:

$$\begin{aligned} \sigma'_f &= 1009,234 \text{ MPa}, & b &= -0,092718 \\ k &= 1020,077 \text{ MPa}, & n &= 0,140651 \end{aligned}$$

Ve všech případech se nejdříve z rovnice (6) vypočítal počet cyklů N_h ekvivalentního harmonického procesu. Při tom se použila hodnota $p = 3$ odpovídající $\sigma_d(t)$ z pásma $\pm 3 s_d$, které obsahuje 99,97 % všech hodnot gaussovského procesu.

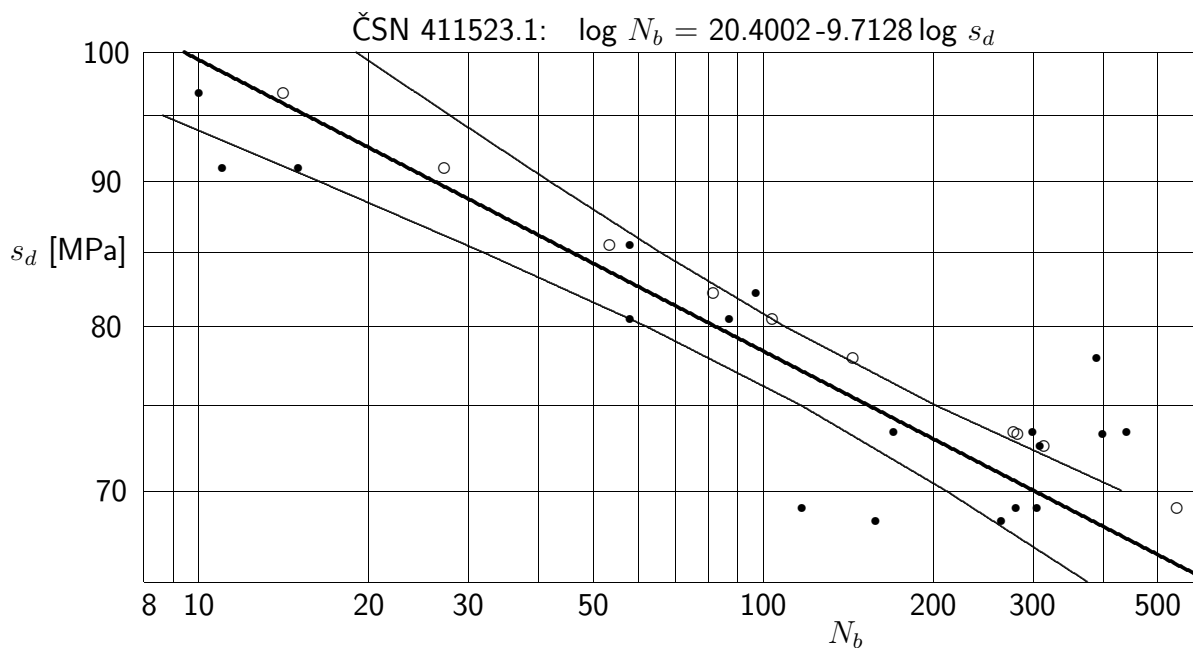
Pro použitý bílý šum omezený horní frekvencí f_H a konstantní spektrální výkonovou hustotou $S_{\sigma\sigma}(f) = S$ se integrál v rovnici (13) podstatně zjednoduší, takže po úpravách dostaneme pro frekvenci ekvivalentního harmonického procesu jednoduchý vztah

$$f_h = \frac{n+1}{4n} f_H. \quad (19)$$

Odtud lze odhad životnosti v počtu opakování bloků realizací do lomu vyjádřit jako

$$\hat{N}_b = \frac{T_t}{T_b} = \frac{1}{1200} \frac{N_h}{f_h}. \quad (20)$$

Takto určené odhady životnosti jsou uvedeny v posledním sloupci tabulky 2 a vyneseny prázdnými kroužky v obr. 3. Je patrné, že regresní čára, jejíž rovnice je v záhlaví obrázku, a odhady životnosti podle energetického kritéria si relativně dobře korespondují.



Obr. 3. Naměřené životnosti N_b a odhadované \hat{N}_b jako funkce s_d

Z tab. 2 a obr. 3 vyplývá, že pro malé hodnoty poměru κ , při nichž převládá normálové namáhání, je rozptyl měření malý a odhad životnosti podle energetického kritéria relativně

dobře vyjadřuje skutečnou životnost. Pro hodnoty $\kappa > 1$ s převládajícím vlivem smykového namáhání od krutu rozptyl experimentálních dat prudce vzrůstá. Kromě toho jsou vypočtené životnosti \hat{N}_b výrazně na nebezpečné straně za pravou hranicí 90 % pásma spolehlivosti.

Z tab. 2 je zřejmá velká citlivost životnosti na směrodatnou odchylku s_d fiktivního napětí. S klesající s_d prudce stoupá odhad životnosti \hat{N}_b . Nižší naměřené hodnoty životnosti N_b proti očekávaným \hat{N}_b při $\kappa \rightarrow \infty$ nelze zatím dobře vysvětlit. Vliv na rozptyl zde mohou mít náhodné jak materiálové vlastnosti tak i jakosti povrchu vrtaného příčného otvoru.

Závěr

Z výsledků provedených zkoušek vyplývá, že Klimanovo energetické kritérium odvozené původně pro odhady životnosti konstrukcí namáhaných jednoosým náhodným zatížením lze s určitými úpravami aplikovat rovněž na případ víceosého neproporcionálního namáhání. Metoda dává dobré výsledky pro případy, kdy převládá normálové napětí, tedy pro poměry $\kappa = s_\tau/s_\sigma < 1$. Pro vyšší poměry dává výpočet vyšší životnosti, než byly naměřeny. Experimenty ukázaly, že pro poměry $\kappa > 1$ se skutečné životnosti při stejných s_d příliš neliší. Zdá se, že citlivost odhadu životnosti \hat{N}_b je podstatně vyšší než ve skutečnosti, což může vést k větším rozdílům v dosažených výsledcích.

Poděkování

Práce byla podpořena Grantovou agenturou ČR grantovým projektem č. 101/02/0043 a výzkumným záměrem Ústavu termomechaniky AV ČR č. AVEZ 2076919.

Literatura

- [1] Kliman V.: *Odhad únavovej životnosti pri náhodnom priebehu zaťažovacieho procesu*, Strojnicky časopis, 36, 1985, č. 4-5, str. 519-530
- [2] Halford G.R.: *The energy required for fatigue*, J. of Materials, Vol. 1, No 1, 1966, p. 3
- [3] Svoboda J., Mazanec J.: *Stanovení parametrů nízkocyklové únavy vzorků z materiálu 11523*, Zkušební protokol CDM ÚT AVČR č. 00/2000/6, Plzeň, 2000
- [4] Balda M., Svoboda J., Václavík M.: *Únava strojních komponent při víceosém namáhání se synchronizovanými a fázově posunutými složkami napětí*, Výzk. zpráva CDM ÚT AVČR č. Z1306/01, Plzeň, 2001
- [5] Svoboda J., Balda M., Fröhlich V.: *Životnost konstrukce namáhané náhodným víceosým zatížením*. Sb. 18. konf. Výpočtová mechanika 2002, díl II, str. 435-440, Nečtiny, 2002, ISBN 80-7082-903-6

THE USE OF ENERGY CRITERION FOR COMPUTING THE FATIGUE LIVES OF STRUCTURES STRESSED BY A MULTIAXIAL NONPROPORTIONAL RANDOM LOADING

The originally uniaxial energy criterion of Kliman has been modified for an multiaxial case introducing a fictive damaging stress as a resultant of a couple of normal stresses as a driving one. The resulting fatigue lives are in an acceptable correlation with those obtained experimentally. A scattering of the experimental data increases with a ratio of standard deviations of random tangential and normal stresses.