



Colloquium

DYNAMICS OF MACHINES 2005

Prague, February 8 – 9, 2005

C
C
E
M
S

KŘIVKY STEJNÉ ÚNAVOVÉ ŽIVOTNOSTI PŘI KOMBINOVANÉM NAMÁHÁNÍ

Svoboda J., Balda M., Fröhlich V.¹

Abstract: *CURVES OF EQUAL FATIGUE LIVES UNDER COMBINED RANDOM STRESS.* The contribution deals with determining an influence of normal and tangential components of a stress on the total damage under combined random loading in tension-pressure and torsion. An experimental program ran with plain and notched tube specimens made out of low carbon steel ČSN 411523.1. Regression curves were obtained for several ratios of standard deviations of the stress components. Basing on the regression curves, curves of equal fatigue lives were constructed. They enable to determine the influence of particular components of combined stress on the fatigue life. It has been observed that those curves may be approximated by general arcs. It is possible to use them both for calculating a safe life of structures, and for fatigue life estimates in cases we know equations of the components fatigue lives.

Key words: *combined random loading, curves of equal fatigue lives, regression curves*

1. Úvod

Studium problematiky únavové životnosti v rámci řešení grantu č. 101/02/0043, prováděné na hladkých a vrubovaných trubkových vzorcích z materiálu ČSN 411523.1, které byly zatěžovány kombinovaným neproporcionálním náhodným namáháním, přineslo řadu nových poznatků o vztahu mezi životností a napjatostí při tomto složitém způsobu namáhání. Tvorbě objektivních závěrů, které by ve svém konečném stadiu mohly přispět k vyřešení problematiky víceosého náhodného zatěžování, však dosud brání stále ještě malý počet provedených experimentů, které vzhledem k značným rozptylům komplikují přesnost vypovídající schopnosti těchto zkoušek. Jak ukazují zkušenosti, ani 45 experimentů provedených na výše zmíněných zkušebních vzorcích při různých kombinacích a parametrech zatížení, jejichž provedení trvalo 2,5 roku, neposkytlo možnost zpracovat příslušné regresní křivky s pravděpodobností alespoň 90%. Přesto již stávající výsledky přinesly řadu nových informací pro řešení dané problematiky. Řada těchto informací byla publikována ve sbornících předešlých konferencí. V tomto příspěvku se zaměříme na stanovení podílu poškození od normálového a smykového napětí při kombinovaném namáhání.

¹ Ing. Jaroslav Svoboda, Prof. Ing. Miroslav Balda, DrSc., Bc. Vladislav Fröhlich, Ústav termomechaniky AVČR, Centrum diagnostiky materiálu, Veveřská 11, 301 14 Plzeň, tel.: 377236415, fax: 377220787, e-mail: svoboda@cdm.it.cas.cz, balda@cdm.it.cas.cz, frhlich@cdm.it.cas.cz.

2. ROZBOR PROBLEMATIKY

Jak bylo experimentálně prokázáno, lze závislost mezi napětím a životností v případě kombinovaného náhodného zatížení vyjádřit podobně jako v případě jednoosého harmonického zatížení v exponenciálním tvaru

$$N_b = A s_d^{-B} \quad (1)$$

kde N_b životnost v počtu zatěžovacích bloků

s_d efektivní hodnota směrodatné odchylky, umožňující převádět směrodatné odchylky smykových napětí na normálové pomocí vztahu

$$s_d = \sqrt{s_\sigma^2 + (k_c s_\tau)^2} \quad (2)$$

s_σ směrodatná odchylka náhodného průběhu normálového napětí

s_τ směrodatná odchylka náhodného průběhu smykového napětí od krutu

k_c konstanta daná poměrem $k_c = \sigma_c / \tau_c$ pro případ hladkých vzorků a

$$k_c^* = \sigma_c^* / \tau_c^* \text{ pro vzorky vrubované}$$

A, B jsou konstanty závislé na materiálu, ale rovněž na vrubu a jak prokázaly zkoušky, v případě kombinovaného náhodného zatížení rovněž na poměru směrodatných odchylek $\kappa = s_\tau / s_\sigma$ průběhu normálových a smykových napětí.

Jestliže rovnici (1) zlogaritmujeme, dostaneme pro různé poměry $\kappa = 0 \div \infty$ řadu regresních rovnic ve známém tvaru

$$\log N_b = \log A - B \log s_d \quad (3)$$

podobném Wöhlerově křivce pro jednoosé harmonické zatížení.

Rovnici (3) lze ještě za pomoci vztahu (2) vyjádřit ve vztahu k hodnotě κ následovně:

Pro $\kappa = 0$ jednoosý náhodný tah-tlak ($s_\tau = 0$)

$$\log N_b = \log A - B \log s_\sigma = C - B \log s_\sigma \quad (4)$$

pro $\kappa = \infty$ náhodný krut

$$\log N_b = \log A - B \log(k_c s_\tau) = D - B \log s_\tau \quad (5)$$

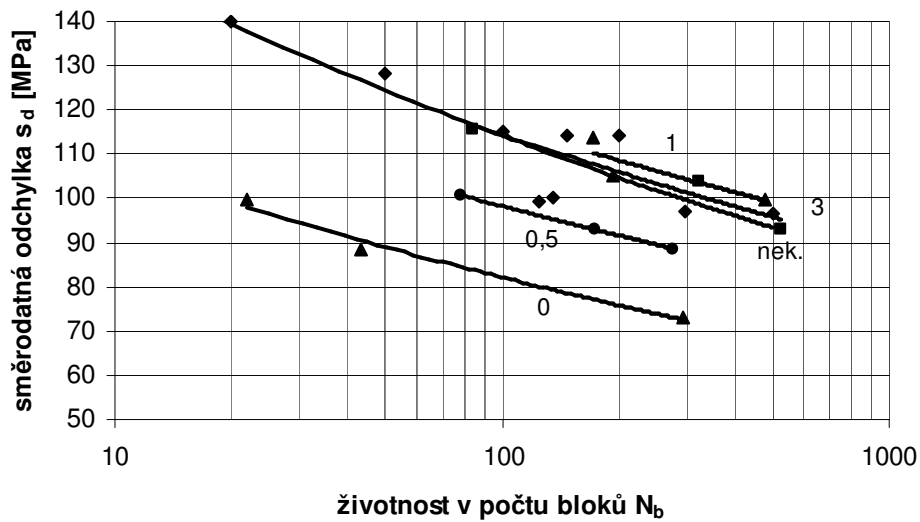
pro $0 < \kappa < \infty$ kombinované náhodné zatížení

$$\log N_b = \log A - B \log \left[s_\sigma \sqrt{1 + k_c^2 \kappa^2} \right] = E - B \log s_\sigma \quad (6)$$

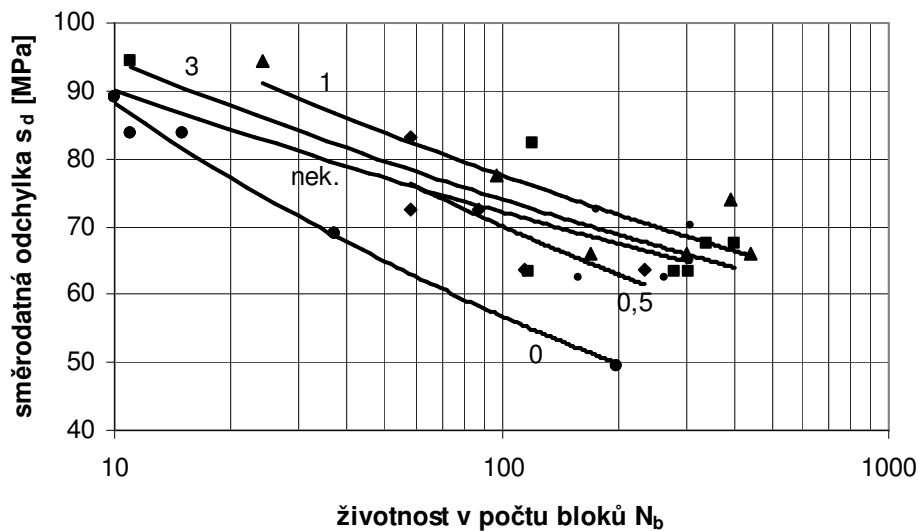
Pro zkoušené trubkové vzorky hladké a vrubované byly výše uvedené rovnice regresních křivek získány experimentálně pro poměry $\kappa = 0; 0,5; 1; 3$ a ∞ a jsou uvedeny v tab.1. Tyto rovnice byly získány z celkem 45 zkoušených vzorků (cca 4÷5 vzorků na 1 regresní křivku). Jak bylo uvedeno v úvodu, jednalo se o dlouhodobé zkoušky trvající cca 2,5 roku. Vzorky byly zatěžovány jednoosým a kombinovaným neproporcionálním náhodným zatížením normálního rozložení, širokopásmového charakteru s frekvencemi v rozsahu 0÷10Hz. Délka 1 zatěžovacího bloku byla 20 minut. Životnosti se pohybovaly od 7 do 527 bloků. Regresní křivky jsou zobrazeny na obr.1 a 2.

Tab.1 Rovnice regresních čar závislostí N_b-s_σ a N_b-s_τ

| $\kappa=s_d/s_\sigma$ | Vzorky hladké | Vzorky s vrubem |
|-----------------------|---|---|
| 0 | $\log N_b=18,2637-8,4958 \log s_\sigma$ | $\log N_b=11,1116-5,1962 \log s_\sigma$ |
| 0,5 | $\log N_b=20,5953-9,8812 \log s_\sigma$ | $\log N_b= 9,3346-4,1984 \log s_\sigma$ |
| 1 | $\log N_b=15,4343-7,4719 \log s_\sigma$ | $\log N_b=13,1279-6,7796 \log s_\sigma$ |
| 3 | $\log N_b=12,2844-7,5775 \log s_\sigma$ | $\log N_b=10,1940-6,7530 \log s_\sigma$ |
| ∞ | $\log N_b=17,7000-8,4900 \log s_\tau$ | $\log N_b=15,8898-8,2521 \log s_\tau$ |



Obr.1 Regresní křivky hladkých trubkových vzorků



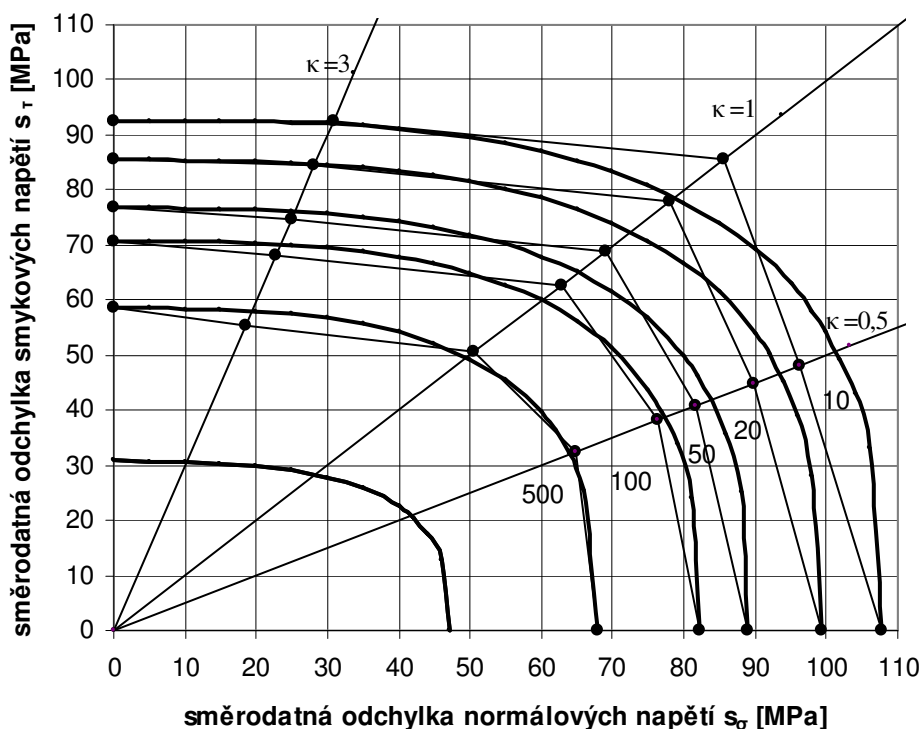
Obr.2 Regresní křivky trubkových vzorků s příčným otvorem

Z obrázků je zřejmý poměrně značný rozptyl experimentálních bodů zejména pro poměry $\kappa=1$ a $\kappa=3$. Je proto zřejmé, že zejména pro tyto poměry bude nutné stávající soubor dat ještě doplnit, s čímž se samozřejmě počítá.

Z tab.1 a rovněž z obr.1 a 2 je zřejmé, že v případě náhodných kombinovaných namáhání se konstanty regresních křivek vzájemně liší. Jejich vzájemné posunutí je evidentní a způsobené zřejmě odlišným poškozováním působících složek zatížení. V případě našich zkušebních vzorků namáhaných kombinací tah-tlak – krut se jedná o kombinaci jednoosého (tah-tlak) a dvojosého (krut) namáhání, z nichž každé poškozuje jinak intenzivně, což se projevuje rovněž při harmonickém zatěžování, kdy únavové křivky pro tah-tlak a krut se vzájemně liší.

3. KŘIVKY STEJNÉ ÚNAVOVÉ ŽIVOTNOSTI

Abychom zjistili, jak se jednotlivé působící složky normálového a smykového napětí podílí na výsledné životnosti, použili jsme experimentálně stanovené regresní křivky v tab.1 pro sestavení křivek stejné únavové životnosti. Tyto křivky jsou vykresleny na obr.3 a 4 pro hladké i vrubované vzorky, pro životnosti $N_b=10;20;50;100$ a 500 zatěžovacích bloků.



Obr.3 Křivky stejné životnosti pro trubkové vzorky hladké

Z obrázků je zřejmé, že stejné životnosti lze docílit při různých intenzitách zatěžovacích procesů, charakterizovaných směrodatnými odchylkami $s_σ$ a $s_τ$. Z obrázků dále vyplývá, že křivky lze zhruba nahradit zobecněnými oblouky s exponentem 3.

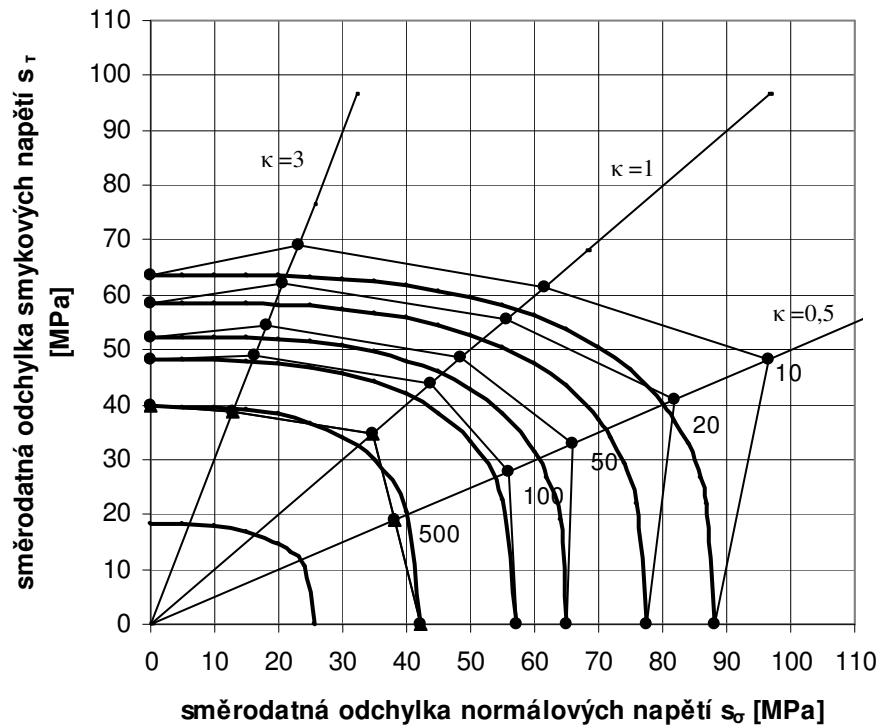
$$\frac{s_x^3}{s_σ^3} + \frac{s_y^3}{s_τ^3} = 1, \quad (7)$$

kde $s_σ$ směrodatná odchylka náhodného tahu-tlaku pro danou životnost N_b

$s_τ$ směrodatná odchylka náhodného krutu pro stejnou životnost N_b

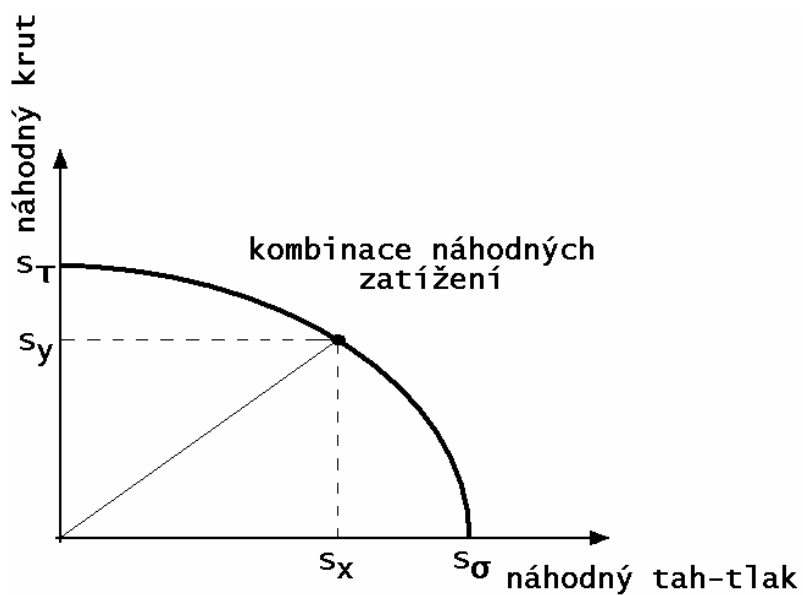
s_x a s_y směrodatné odchylky průběhů normálových a smykových napětí při dané kombinaci zatížení.

Rozdíly od těchto oblouků jsou zřejmě způsobeny chybami v konstantách regresních křivek, které byly způsobeny značnými rozptyly experimentálních výsledků právě u hodnot $\kappa=1$ a $\kappa=3$.



Obr.4 Křivky stejné životnosti pro trubkové vzorky s příčným otvorem

Uvedený vztah (7) je podobný tomu, na němž je založena teorie mezního oblouku pro proporcionální a neproporcionální kombinované harmonické zatěžování.



Obr.5 Oblouk stejné životnosti

Kdybychom za hodnoty s_σ a s_τ dosadili prahové hodnoty pro náhodný tah-tlak a náhodný krut, definované ve vztahu k špičkám σ_{max} a τ_{max} v daném zatěžovacím bloku následovně

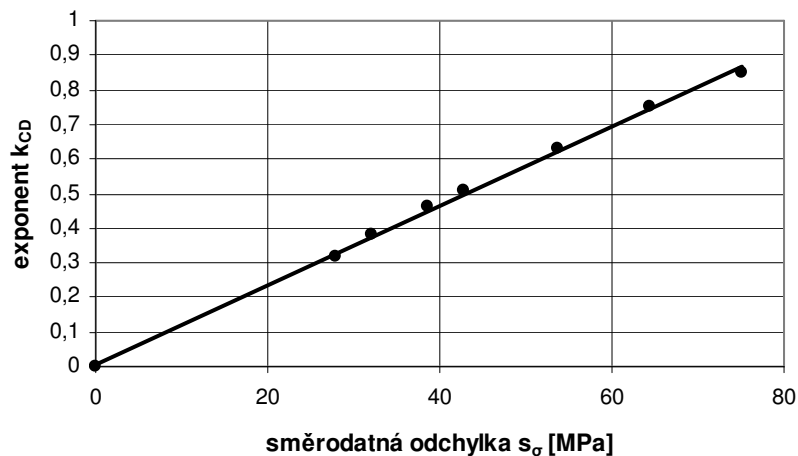
$$s_{\sigma_{prah.}} = s_\sigma \frac{\sigma_c}{\sigma_{max}} \dots\dots\dots \text{pro tah-tlak} \quad (8)$$

a

$$s_{\tau_{prah.}} = s_\tau \frac{\tau_c}{\tau_{max}} \dots\dots\dots \text{pro krut} , \quad (9)$$

můžeme vypočítat bezpečnost pro libovolný poměr směrodatných odchylek s_x a s_y kombinovaného náhodného zatížení daného konstrukčního uzlu. Tím lze zhodnotit spolehlivost konstrukcí z hlediska únavové pevnosti v případě jejich zatěžování kombinovaným náhodným namáháním a odhadnout jejich bezpečnost vůči trvalé pevnosti. Na obr.3 a 4 jsou mezní křivky zobrazeny ve spodní části obrázků.

Metodu bychom mohli použít rovněž pro odhad životnosti konstrukcí namáhaných kombinovaným náhodným zatížením. Podmínkou však je znalost životnosti N_b pro případ jednoosého náhodného tahu-tlaku a krutu. Předpokládali jsme, že by východiskem mohla být aplikace některé ze známých hypotéz kumulace únavového poškození. Jak jsme zjistili, nevyhovuje pro výpočet životnosti v případě náhodných procesů Minerova hypotéza zejména v případech procesů s nižší intenzitou napětí. Se zvyšující se úrovní náhodného zatížení se přesnost této hypotézy zlepšuje. Rovněž použití Cortenovy a Dolanovy hypotézy je problematické, protože přesnost vypočtené životnosti je v tomto případě závislá na správné volbě exponentu k_{CD} . Jak jsme zjistili, závisí správná volba tohoto exponentu na intenzitě náhodného procesu a na hodnotě jeho směrodatné odchylky jak je pro případ trubkových vzorků s příčným otvorem zatěžovaných na náhodný tah-tlak zřejmé z obr.6.



Obr.6 Volba správné hodnoty exponentu k_{CD} hypotézy C-D v závislosti na směrodatné odchylce s_σ

Proto stávající hypotézy k vyřešení tohoto problému nepřispějí, pokud nebude navržena jiná, která lépe zohlední všechny důležité faktory ovlivňující proces únavového porušování.

Poměrně dobré výsledky při výpočtu životnosti konstrukce zatěžované náhodným tahem-tlakem byly získány aplikací energetického kritéria vypracovaného Klimanem [1]. Problematikou jsme se zabývali v [2]. Dobré výsledky však byly získány pouze pro náhodný tah-tlak, ne již pro náhodný krut.

4. SHRnutí VÝSLEDKŮ

V příspěvku jsme se pokusili shrnout některé významné výsledky, které byly získány při řešení problematiky životnosti konstrukcí, zatěžovaných kombinovaným náhodným neproporcionálním zatížením. Na základě zkoušek realizovaných na hladkých a vrubovaných trubkových vzorcích byly získány rovnice regresních křivek pro různé poměry směrodatných odchylek $\kappa = s_\tau / s_\sigma$ aplikovaných náhodných procesů a odvozeny tzv. křivky stejných únavových životností. Přes poměrně značný rozptyl experimentálních hodnot, zejména v případech s převažující úrovní smykových napětí od krutu, bylo zjištěno, že tyto křivky mají tvar zobecněného oblouku s exponentem 3, kde koncovým bodem oblouku na hlavní vodorovné ose je směrodatná odchylka s_σ náhodného tahu-tlaku a koncovým bodem na svislé ose směrodatná odchylka s_τ průběhu krutového namáhání, dávající stejnou životnost N_b . Oblast mezi těmito osami vyplňují na uvedeném oblouku směrodatné odchylky s_x a s_y kombinovaného namáhání, dávající stejnou životnost.

Zavedeme-li definici prahových hodnot směrodatných odchylek $s_{\sigma_{prah}}$ a $s_{\tau_{prah}}$, lze stanovit pro libovolnou kombinaci náhodných zatížení, která jsou charakterizována svými směrodatnými odchylkami s_x a s_y příslušnou bezpečnost.

Předpokládáme, že hlavní využití těchto křivek stejné životnosti by v budoucnu mohlo být při odhadu životnosti konstrukcí namáhaných kombinací náhodného zatížení. K tomu je však nutné rozšířit dosud provedený experimentální program o další zkoušky, které by upřesnily hodnoty konstant v uvedených rovnicích regresních křivek a potvrdit tak možnost náhrady křivek stejné životnosti uvedenými rovnicemi zobecněných oblouků. Dalším předpokladem pro vyřešení problematiky životnosti při kombinovaném náhodném zatěžování je nalézt dostatečně přesnou metodu pro stanovení životnosti při základních způsobech náhodného zatížení (náhodný tah-tlak, náhodný krut, náhodný ohyb a pod.). Stávající hypotézy jsou pro tento účel nevyhovující.

5. ZÁVĚR

Křivky stejné únavové životnosti, sestavené na základě experimentálně stanovených regresních křivek pro hladké a vrubované trubkové vzorky namáhané jednoosým a kombinovaným náhodným zatížením, umožňují aplikovat nový přístup v hodnocení únavové životnosti takto složitě namáhaných konstrukcí. V případě, že se doplňujícími zkouškami znovu potvrdí jejich charakter podle rovnice (7), bude možno při definici tzv. prahových hodnot směrodatných odchylek složek náhodného zatížení vypočítat bezpečnost konstrukce zatěžované libovolným kombinovaným náhodným zatížením vůči trvalé pevnosti.

Ke zpřesnění odhadů křivek stálé životnosti přispěje v budoucnu i víceparametrická regresní analýza aplikovaná přímo na měřená data. Očekávaným výsledkem budou závislosti koeficientů A a B na poměru κ a zpřesnění exponentu zobecněných oblouků v rovnici (7).

Po zpřesnění rovnic regresních křivek směrodatných odchylek dílčích složek namáhání bude možné provádět lepší odhady životnosti v počtu zatěžovacích bloků v případě tohoto složitěho způsobu zatěžování.

Poděkování:

Práce byla podpořena Grantovou agenturou ČR grantovým projektem č. 101/05/0199 a výzkumným záměrem Ústavu termomechaniky AV ČR č. AVEZ 2076919.

6. LITERATURA

- [1] Kliman V.: Odhad únavovej životnosti pri náhodnom priebehu zaťažovacieho procesu. Strojnícky časopis, 36, 1985, č.4-5, str.519-530
- [2] Balda M., Svoboda J.: Energetické kritérium pro výpočet životnosti. IN: Sb. konf. Computational Mechanics 2003, 23-28, ZČU, Nečtiny, 2003, ISBN 80-7082-999-0
- [3] Balda M., Svoboda J., Fröhlich V.: Using hypotheses for calculating fatigue lives of parts exposed to combined random loads. IN: Sb. konf. Engineering mechanics 2003, 12-15, Svratka, 2003, ISBN 80-86246-18-3
- [4] Papuga J., Růžička M., Balda M.: Metody multiaxiální analýzy únavové životnosti. IN: Sb. semináře Únavová a lomová mechanika, ŠKODA Výzkum, Žinkovy, 2002
- [5] Svoboda J., Balda M., Fröhlich V.: Životnost a hypotézy při kombinovaném náhodném náhodném zatěžování. IN: Proc. Colloq. Dynamics of Machines 2003, IT ASCR, Prague, 2003, ISBN 80-85918-81-1