

OVĚŘOVÁNÍ KONSTRUKCÍ SIMULTÁNNĚ ŘÍZENÝMI ZATĚŽOVACÍMI PROCESY

Miroslav Balda ¹

The paper deals with a problem of multichannel excitation of a flexible nonlinear mechanical system in such a way, that it exhibits movements, which generate required state histories in determined points of the system.

Klíčová slova: Zkoušky prototypu, životnost, příprava buzení

1. Úvod

Výrobky určené pro seriovou produkci je zapotřebí důkladně odzkoušet v podmínkách, které co možná dokonale napodobí budoucí provoz. Je výhodné zkoušet prototypy v dokonale definovaných laboratorních podmínkách a v průběhu zkoušky proměřovat zkoušený objekt a diagnostikovat v něm vznikající poruchy. Pro zkoušení mechanických systémů, jako jsou např. vozidla a jejich části, bývají zkušebny vybavovány elektrohydraulickými systémy (EHS), jimiž se zatěžují zkoušené objekty. Obvyklým problémem je neznalost budících sil vstupujících do soustavy, jako např. ve stycích pneumatik s vozovkou, anebo kol s kolejnicemi. Tehdy však jsou ze zkušek v reálných podmínkách k dispozici výchylky, zrychlení nebo napjatost v jistých částech zkoušeného objektu.

Problémem tedy je nalezení předem neznámého buzení vyvolávajícího požadované odezvy. Jimi jsou obvykle mechanická namáhání. Úloha je o to složitější, že válce elektrohydraulického zatěžovacího systému jsou řízeny individuálně a vazbou přes zkoušený pružný dynamický systém se navzájem ovlivňují. Tuto úlohu vícekanalového zatěžování řešili výrobci EHS s různým stupěm úspěšnosti. V podstatě jde o nalezení pravé strany slabě nelineární diferenciální rovnice

$$M \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) - \mathbf{f}_n(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t) \quad (1)$$

popisující pohyb diskretizovaného zkoušeného systému. Pravá strana je korigována slabými nelinearitami, jejichž příspěvek je zahrnut ve vektoru $\mathbf{f}_n(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)$. Pokud je tento vliv malý, lze ho v prvním přiblížení zanedbat a pro libovolné buzení $\mathbf{f}(t)$ hledat frekvenční složky odezvy $\mathbf{q}(t)$ při frekvenci f jako

$$\mathbf{q}(f) = \mathbf{G}(f) \mathbf{f}(f) \quad (2)$$

kde $\mathbf{q}(f)$ a $\mathbf{f}(f)$ jsou vektory Fourierových obrazů odezev resp. buzení a

$\mathbf{G}(f)$ je matice frekvenčních přenosů linearizovaného systému.

¹Prof. Ing. Miroslav BALDA, DrSc., Ústav termomechaniky AVČR a Ústav fyzikálního inženýrství FAV ZČU, tel.: (019) 7236584, fax.: (019) 7220787, e-mail: mbalda@hera.zcu.cz

Protože u lineárních systémů je obecný výstup $\mathbf{y}(t)$ (např. namáhání) úměrný obecnému vstupu $\mathbf{x}(t)$ (např. nerovnostem vozovky), platí mezi nimi podobný vztah

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{H}(f) \mathbf{x}(f) \quad (3)$$

Většina postupů pro přípravu budících procesů je založena na diskrétní konečné Fourierově transformaci DFT, takže rovnice (3) dostane tvar

$$\mathring{\mathbf{y}}_f = \mathring{\mathbf{H}}_f \mathring{\mathbf{x}}_f, \quad (4)$$

ve které veličiny s kroužkem a indexem f odpovídají cyklickým diskrétním Fourierovým obrazům spojitých originálů od vzorkovaných periodou T . Tak např.

$$\mathring{\mathbf{x}}_f = \text{DFT}\{\mathring{\mathbf{x}}_t\} \quad \Leftrightarrow \quad \mathring{\mathbf{x}}_t = \text{IDFT}\{\mathring{\mathbf{x}}_f\} \quad (5)$$

2. Standardní postup

Užívá se v různých variantách prakticky všemi výrobci EHS. Algoritmus tohoto postupu se skládá z následujících kroků:

1. Identifikace pseudoinverzní matice frekvenčních přenosů $\mathring{\mathbf{H}}_f^+$ zpracováním řady zkušebních realizací o mohutnosti buzení přibližně rovné očekávané mohutnosti při vlastní zkoušce (vliv nelinearit!).

$$\mathring{\mathbf{H}}_f^+ = [\mathring{\mathbf{Y}}_f \mathring{\mathbf{X}}_f^+]^+ \quad (6)$$

2. Dosadíme

$k = 0$	číslo iterace
$\mathring{\mathbf{x}}_f^{(0)} = \mathbf{0}_f$	Fourierův obraz buzení
$\Delta \mathring{\mathbf{y}}_t = \mathring{\mathbf{y}}_t$	chyba odezvy

3. Cykl iterací pro kompenzaci vlivu $\mathbf{f}_n(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)$

a) $k = k + 1$	inkrementace indexu iterace
b) $\Delta \mathring{\mathbf{y}}_f = \text{DFT}\{\Delta \mathring{\mathbf{y}}_t\}$	Fourierův obraz chyby odezvy
c) $\Delta \mathring{\mathbf{x}}_f = \mathring{\mathbf{H}}_f^+ \Delta \mathring{\mathbf{y}}_f$	obraz změny buzení pro $\Delta \mathring{\mathbf{y}}_f$
d) $\mathring{\mathbf{x}}_f^{(k)} = \mathring{\mathbf{x}}_f^{(k-1)} + \Delta \mathring{\mathbf{x}}_f$	aktualizace obrazu
e) $\mathring{\mathbf{x}}_t^{(k)} = \text{IDFT}\{\mathring{\mathbf{x}}_f^{(k)}\}$	aktualizované buzení
f) zatěžování díla buzením $\mathring{\mathbf{x}}_t^{(k)}$ a měření $\mathring{\mathbf{y}}_t^{(k)}$	
g) $\Delta \mathring{\mathbf{y}}_t = \mathring{\mathbf{y}}_t - \mathring{\mathbf{y}}_t^{(k)}$	nová chyba odezvy
h) pokud $\ \Delta \mathring{\mathbf{y}}_t\ > \varepsilon$,	opakuj iterace od a)

4. Po skončení cyklu lze přistoupit ke zkoušce s naiterovaným $\mathring{\mathbf{x}}_t$.

Nevýhody tohoto postupu jsou zřejmé:

- je použitelný pro ne příliš dlouhé realizace o N vzorcích,
- je zapotřebí identifikovat a mít neustále k dispozici $N/2$ matic $\mathring{\mathbf{H}}_f^+$, což má značné paměťové nároky.

Proto se dlouhé realizace rozdělují na navzájem se překrývající bloky po 512 - 1024 vzorcích a výsledné buzení v nich se různými heuristickými postupy za interakce s operátorem spojují. To vede k systematickým chybám a k dlouhým časům přípravy zkoušek.

3. Zlepšený postup

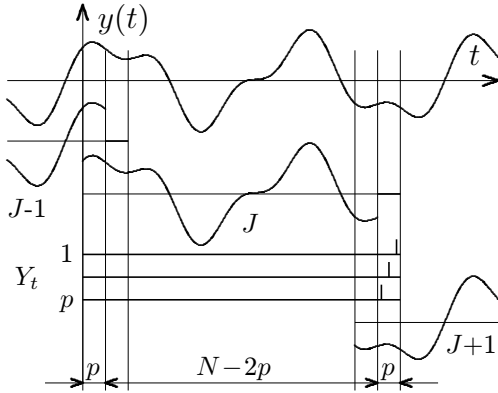
Jeho cílem je odstranit zmíněné nevýhody standardního postupu a udělat přípravu zkoušky zcela nezávislou na operátorovi. Na rozdíl od standardního postupu se celá libovolně dlouhá realizace rozdělí na krátké a nepřekrývající se úseky o $N-2p$ vektorech ($p \geq 2$). Přesné napojování sousedních úseků se zajistí požadavkem na spojitost odezev i buzení. Postup je založen na následující analýze:

Z požadovaných odezev J -tého úseku vytvoříme J -tý blok $\hat{\mathbf{y}}_t^J$ o N vektorech vzorků tak, že

1. do prvních p vektorů bloku vložíme p posledních vektorů předcházejícího úseku (podmínka kontinuity odezev),
2. do dalších $N-p$ vektorů dosadíme vektory žádané odezvy, z nichž p posledních patří již na počátek ($J+1$). bloku a
3. do posledních p pozic se vloží nulové vektory (prostor pro přechod do počátečních podmínek cyklického režimu).

Vytvořila se tak základní cyklická odezva v J -tém bloku

$$\hat{\mathbf{y}}_t^J = \left[\mathbf{y}_{-2p}^{J-1}, \dots, \mathbf{y}_{-p-1}^{J-1}, \mathbf{y}_0^J, \dots, \mathbf{y}_{N-p-1}^J, \mathbf{0}_{N-p}, \dots, \mathbf{0}_{N-1} \right] \quad (7)$$



Tu doplníme na hledanou odezvu lineární kombinací fiktivních odezev ve tvaru Diracových impulzů v posledních p vektorech

$$\mathbf{y}_t^J = \hat{\mathbf{y}}_t^J + \mathring{\mathbf{Y}}_t \mathbf{c}^J, \quad (8)$$

kde $\mathring{\mathbf{Y}}_t = [\mathring{\mathbf{Y}}_{t+T}, \dots, \mathring{\mathbf{Y}}_{t+pT}]$ je matice o submaticích $\mathring{\mathbf{Y}}_{t+kT} = \delta_{t+kT} \mathbf{I}_t$, δ_t je cyklická časová řada Diracova impulzu, \mathbf{I}_t časová řada jednotkových matic a \mathbf{c} vektor vektorů \mathbf{c}_k lineární kombinace sloupců $\mathring{\mathbf{Y}}_t$, která sice neovlivní odezvu v prvních dvou částech bloku,

ale projeví se stejnou lineární kombinací v příspěvku k výslednému buzení. Platí-li totiž v souladu s rovnicí (4)

$$\mathring{\mathbf{X}}_{t+0} = \text{IDFT}\{\mathring{\mathbf{H}}_f^+ \text{DFT}\{\mathring{\mathbf{Y}}_{t+0}\}\} = \text{IDFT}\{\mathring{\mathbf{H}}_f^+\}, \quad (9)$$

potom výsledné buzení v J -tém bloku bude

$$\mathbf{x}_t^J = \hat{\mathbf{x}}_t^J + \underbrace{\left[\mathring{\mathbf{X}}_{t+T}, \mathring{\mathbf{X}}_{t+2T}, \dots, \mathring{\mathbf{X}}_{t+pT} \right]}_{\mathring{\mathbf{X}}_t} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{c}_p \end{bmatrix}^J \quad (10)$$

Označme jako \mathbf{X}_k matici v k -té periodě časové řady matic $\mathring{\mathbf{X}}_{t+0}$ a \mathbf{x}_k vektor v k -té periodě časové řady vektorů $\hat{\mathbf{x}}_t$. Z podmínky totožnosti vektorů buzení v časových intervalech počátečních podmínek dostáváme systém lineárních algebraických rovnic pro určení zatím neznámých vektorů lineární kombinace \mathbf{c}_k^J

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{-2p} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{-p-1} \end{bmatrix}^{J-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_{p-1} \end{bmatrix}^J + \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_p \\ \vdots \\ \mathbf{X}_p, \dots, \mathbf{X}_{2p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{c}_p \end{bmatrix}^J, \quad (11)$$

kteřou lze zapsat v kompaktním tvaru

$$\Delta \mathbf{x}^J = \mathbf{X} \mathbf{c}^J \quad \Rightarrow \quad \mathbf{c}^J = \mathbf{X}^+ \Delta \mathbf{x}^J \quad (12)$$

kde \mathbf{X} je matice složená ze submatic \mathbf{X}_k v rov. (11). Rovnici (10) pak lze zapsat v nejjednodušším tvaru

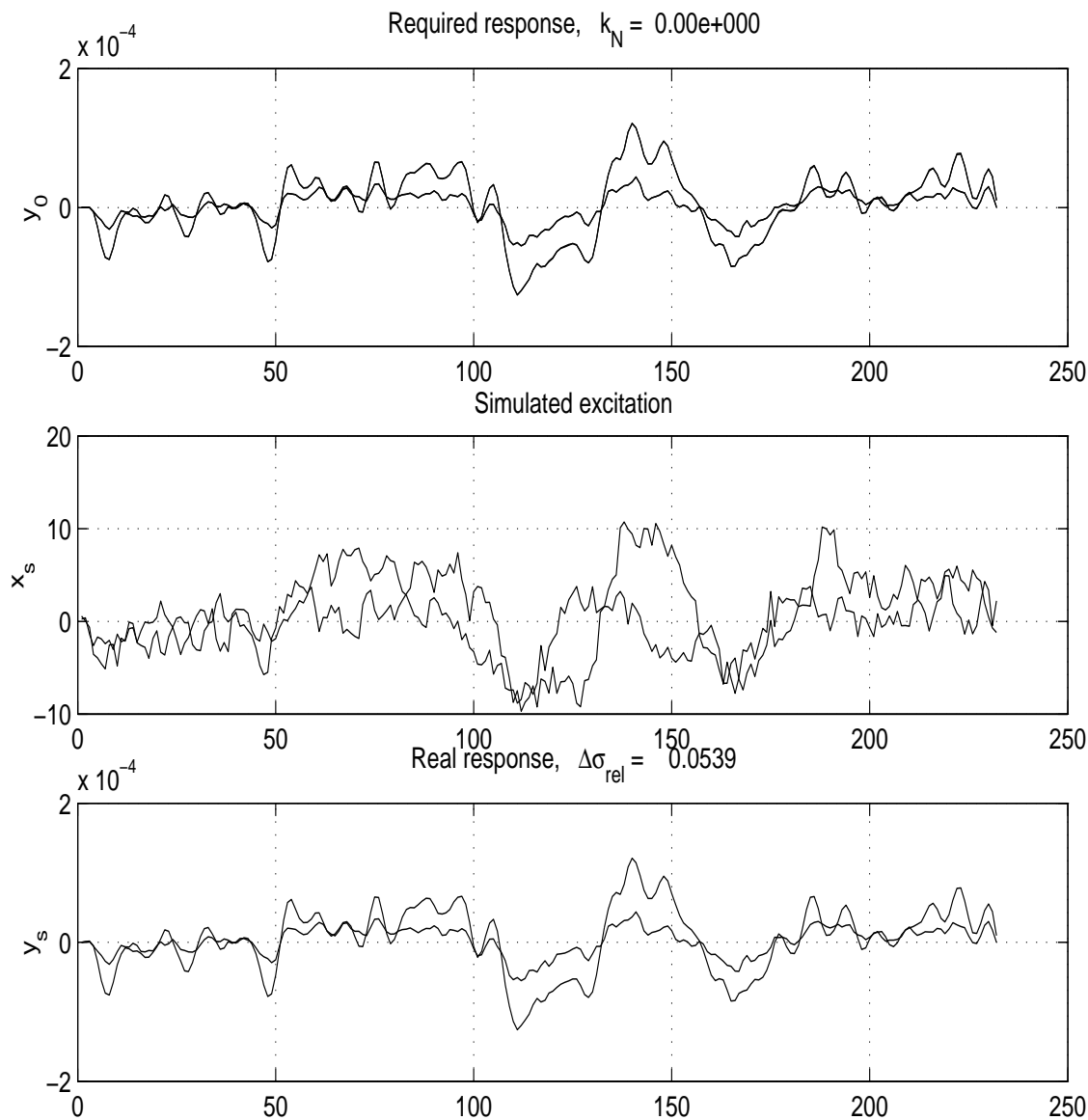
$$\mathbf{x}_t^J = \hat{\mathbf{x}}_t^J + \hat{\mathbf{C}}_t \Delta \mathbf{x}^J \quad \Rightarrow \quad \hat{\mathbf{C}}_t = \hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{X}^+ \quad (13)$$

Počet p pomocných period musí být roven alespoň dvěma, protože je zapotřebí alespoň dvou taktů, aby systém složený z diferenciálních rovnic druhého řádu zaujmul libovolný stav, odpovídající počátečním podmínkám. Na základě výše uvedeného rozboru můžeme sestavit následný algoritmus pro přípravu buzení:

1. Celou realizaci odezev rozdělíme na p prvních vektorů realizace pro matici počátečních stavů $\mathbf{Y}_0^0 = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_p]$ a na úseky po $N - 2p$ vektorech odezev tvořící matice \mathbf{Y}^J
2. Identifikace pseudoinverzní matice $\hat{\mathbf{H}}_f^+$ stejným způsobem jako u standardního postupu podle rovnice (6). Jediný rozdíl je však zde v délce časových řad v bloku, protože se volí $N=32$ až 64.
3. Výpočet matice časových řad $\hat{\mathbf{C}}_t$ podle rovnice (13)
 $J = 0$
4. Cykl bloků J
 - $J = J + 1$
 - $k = 0$
 - $\hat{\mathbf{x}}_f^{J(0)} = 0$
 - $\hat{\mathbf{y}}_t^{J(0)} = [\mathbf{Y}_0^{J-1}, \mathbf{Y}^J, \mathbf{O}_p]$ podle rovnice (7)
 - $\Delta \hat{\mathbf{y}}_t = \hat{\mathbf{y}}_t^{J(0)}$
 - Cykl iterací v J -tém bloku
 - a) $k = k + 1$
 - b) $\Delta \hat{\mathbf{y}}_f = \text{DFT}\{\Delta \hat{\mathbf{y}}_t\}$
 - c) $\Delta \hat{\mathbf{x}}_f^{J(k)} = \hat{\mathbf{H}}_f^+ \Delta \hat{\mathbf{y}}_f$
 - d) $\hat{\mathbf{x}}_f^{J(k)} = \hat{\mathbf{x}}_f^{J(k-1)} + \Delta \hat{\mathbf{x}}_f^{J(k)}$
 - e) $\hat{\mathbf{x}}_t^{J(k)} = \text{IDFT}\{\hat{\mathbf{x}}_f^{J(k)}\}$
 - f) $\Delta \mathbf{x}^{J(k)}$ podle rovnic (11) a (12)
 - g) $\mathbf{x}^{J(k)} = \hat{\mathbf{x}}_t^{J(k)} + \hat{\mathbf{C}}_t \Delta \mathbf{x}^{J(k)}$ podle rovnice (13)
 - h) cyklické zatěžování díla buzením $\mathbf{x}^{J(k)}$ a měření $\mathbf{y}^{J(k)}$
 - i) $\Delta \hat{\mathbf{y}}_t = \hat{\mathbf{y}}_t^J - \hat{\mathbf{y}}_t^{J(k)}$
 - j) pokud $\|\Delta \hat{\mathbf{y}}_t\| > \varepsilon$, opakuj iteraci v J -tém bloku
 - Konec cyklu iterací v J -tém bloku
 - Připoj střední část bloku k matici již naiterovaného buzení $\tilde{\mathbf{X}}$
 - $\mathbf{Y}_0^J = [\mathbf{y}_{N-2p}^J, \mathbf{y}_{N-2p+1}^J, \mathbf{y}_{N-p-1}^J]$ počáteční podmínky pro další úsek
5. konec cyklu bloků $J \rightarrow$ konec přípravy buzení

4. Ověření zlepšeného postupu

Navržený způsob konstruování buzení po krátkých úsecích, který byl navržen již před řadou let (viz [1]), [2], bylo zapotřebí vyzkoušet alespoň v simulovaném režimu. To se sice stalo již v rámci závěrečných prací na problému, ale s nevalným výsledkem [3]. Na dořešení problému se však nepokračovalo pro nezáměr potenciálních výrobců. Až nyní byl učiněn nový pokus o odstranění nedostatků.



Obrázek 1: Zadané odezvy (a), nalezené buzení (b) a jím vyvolané odezvy (c)

Úloha byla naprogramována v jazyce MATLAB v.5.1 ve formě uvedené v odstavci 3. Za zkušební objekt sloužil diskretní mechanický systém o 2 stupních volnosti s maticemi

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1100 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3000 & -1000 \\ -1000 & 4500 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = 10^4 \begin{bmatrix} 15 & -15 \\ -15 & 50 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Nelinearita mohla být realizována pomocí nelineární pružiny s kubickou charakteristikou, zařazenou mezi druhou hmotu a základ. Integrace se provedla standardní

procedurou MATLABu `ode45` (Rungeovou - Kuttovou metodou 4.-5. řádu). Při identifikaci časové řady matic \mathbf{H}_f^+ se pro buzení použil třikrát opakovaný úsek o N vzorcích gaussovského procesu – bílého šumu. Matice \mathbf{H}_f^+ se počítaly z buzení a odezev systému v posledním úseku, za předpokladu, že jsou již periodickými procesy. Ukázalo se, že i při lineárním zkoušeném systému nelze buzení iterovat přesně podle uvedeného algoritmu, protože řešení diverguje od samého počátku. Malou modifikací, např. v nejjednodušším případě změnou bodu g) algoritmu na

$$\mathbf{x}^{J(k)} = \beta \hat{\mathbf{x}}_t^{J(k)} + \alpha \hat{\mathbf{C}}_t \Delta \mathbf{x}^{J(k)} \quad (15)$$

s relaxačním faktorem α a s $\beta = 1 - \alpha$ se zlepšilo jeho chování ale stále ještě přetrvávaly problémy v místech napojování. Příčinou byla nespojitost v přechodech z daných odezev do přechodových oblastí o trvání p vzorků v blocích. Konvergence se podstatně zlepšila jak rozšířením těchto oblastí na np vzorků a jejím vyplněním kosinusovým přechodem o tvaru

$$\mathbf{y}_k = (\hat{\mathbf{y}}_{N-np}^J - \hat{\mathbf{y}}_1^J) \cos \frac{\pi k}{np + 1} \quad (16)$$

pro $k \in \langle 1, np \rangle$. Přesto však bylo vhodné, aby o ukončení iterace v bloku rozhodoval operátor.

V obr. 2 jsou vyneseny výsledky skládání buzení lineární soustavy po úsecích. Délka bloku byla $N=64$ taktů, počet bodů shody $p=2$ a délka přechodové oblasti $np=4$. Realizace obsahuje 4 úseky. Ze srovnání požadovaných odezev (a) a výsledných odezev (c) plyne, že popisovaný postup je použitelný pro přípravu buzení lineárních soustav.

Závěry

Předložená modifikace postupu pro přípravu dlouhých realizací buzení je založena na výsledcích cyklického zatěžování zkoušeného systému krátkými realizacemi v iteracích. Metoda se osvědčila na simulovaném příkladu buzení diskrétní lineární soustavy o dvou stupních volnosti. Bohužel je stále ještě nepoužitelná pro nelineární systémy, pro které neexistuje frekvenční přenos, ale pouze jeho aproximace závislá na mohutnosti buzení. Potom i \mathbf{H}_f^+ je zatížena chybami zejména ve vyšším frekvenčním pásmu. To vše ovlivňuje stabilitu iteračního procesu. Proto bude zapotřebí využít dokonalejší strategii hledání optimálního buzení pro dobrou reprodukci požadovaných odezev a tím i spolehlivější odhady únavové životnosti výrobků za provozu.

Literatura

- [1] M. Balda: Vícekanálové buzení dynamických soustav. Výzk. zpr. ÚTSSK AVČR, č. 22VP, Plzeň, 1985
- [2] M. Balda: Multichannel simulation of service stresses. 1st Conf. on Mechanics, Prague, 1987
- [3] J. Prchal: Simulace vícekanálového provozního zatěžování a predikce únavové životnosti. Kand. dis. práce, ZČU Plzeň, 1990